L1. Exercícios sobre estacionariedade e inversibilidade em modelos ARIMA

1) Os seguintes processos são estacionários? Justifique.

a) $Y_t = u_t + u_{t-1}$ $\quad u_t \sim i.i.d.\ N(0,\sigma^2)$

b) $Y_t = Y_{t-1} + u_t$ $\quad u_t \sim i.i.d.\ N(0,\sigma^2)$

c) $Y_t - Y_{t-1} + 0{,}5Y_{t-2} = u_t$ $\quad u_t \sim i.i.d.\ N(0,\sigma^2)$

2) Seja o modelo MA(1):

$$Y_t = u_t - 0{,}9u_{t-1}$$

Para este modelo pede-se:
a) É estacionário?
b) É inversível?
c) Calcule os pesos $\pi_1, \pi_2, \cdots, \pi_5$ do modelo AR(∞) equivalente.

3) Seja o modelo AR(1):

$$Y_t = 0{,}8Y_{t-1} + u_t$$

Para este modelo pede-se:
a) É estacionário?
b) É inversível?
c) Calcule os pesos $\psi_1, \psi_2, \cdots, \psi_5$ do modelo MA(∞) equivalente.

4) Seja o modelo MA(2) inversível com parâmetros $\theta_1 = 0{,}9$ e $\theta_2 = -0{,}5$ aplicado a Y_t:

a) Escreva o modelo na forma do operador B;
b) Escreva o modelo na forma da equação de diferenças;
c) Determinar a sequência $\pi_1, \pi_2, \cdots, \pi_5$ do polinômio $\pi(B)$ correspondente.

5) Seja o modelo AR(2) estacionário com parâmetros $\phi_1 = 0{,}5$ e $\phi_2 = 0{,}2$ aplicado a Y_t:
a) Escreva o modelo na forma do operador B;
b) Escreva o modelo na forma da equação de diferenças;
c) Determinar a sequência $\psi_1, \psi_2, \cdots, \psi_5$ do polinômio $\psi(B)$ correspondente.

6) Seja o modelo linear para Y_t:

$$Y_t = 0{,}1Y_{t-1} + 0{,}9Y_{t-2} + u_t$$

Para este modelo pede-se:
a) Verificar as condições de estacionariedade.
b) Em caso de não estacionariedade, como torná-lo estacionário?

7) Verifique as condições de Inversibilidade e Estacionariedade dos seguintes modelos:
a) $(1 - 0.3B)\ Y_t = (1 - 0.5B - 0.2B^2)\ u_t$
b) $(1 - 0.5B)\ (1 - B)\ Y_t = (1 - 0.8B)\ u_t$
c) $(1 - 0.8B + 1.5B^2)\ Y_t = u_t$
d) $(1 + 1{,}5B + 0{,}8B^2)\ Y_t = u_t$