

POLÍGONOS

Definição

Considere num plano, n pontos ($n \geq 3$), A, B, C, D..., ordenados de modo que três consecutivos não sejam colineares.

Polígono é a figura formada pela união dos n segmentos consecutivos

Nº de Lados	Nome
3	triângulo
4	quadrilátero
5	pentágono
6	hexágono
7	heptágono
8	octógono
9	eneágono
10	decágono
11	undecágono
12	dodecágono
13	tridecágono
14	tetradecágono
15	pentadecágono
16	hexadecágono
17	heptadecágono
18	octodecágono
19	enedecágono
20	icoságono

Classificação

Polígono equilátero – tem todos os lados congruentes.

Exemplo: Losango, quadrado, etc.

Polígono equiângulo- tem todos os ângulos internos congruentes.

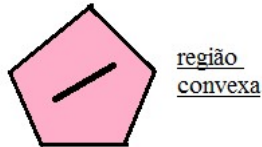
Exemplo: Retângulo, Quadrado, etc.

Polígono regular – é o polígono equilátero e equiângulo simultaneamente.

Exemplo: quadrado

Região Convexa e Região não convexa

Uma região plana é chamada de Região Convexa se, e somente se, todo segmento de reta cujas extremidades pertencem à região só tem pontos na mesma região.



região convexa



região não convexa

Nº de Diagonais de um polígono convexo

Chama-se diagonal de um polígono de n lados, o segmento que une dois vértices não consecutivos.

O número de diagonais (d) de um polígono é dado por

$$d = \frac{n(n-3)}{2}$$

Soma dos ângulos internos de um polígono convexo

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

Soma dos ângulos externos de um polígono convexo

$$S_e = 360^\circ$$

Polígono Regular

$$\hat{a}_i = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$$

$$\hat{a}_e = \frac{360^\circ}{n}$$

Exercícios de Aula

01.(FEI) A sequência a seguir representa o número de

diagonais d de um polígono convexo de n lados.

n	3	4	5	6	7	...	13
d	0	2	5	9	14	...	x

O valor de x é

(A) 44

(B) 60

~~(C) 65~~

(D) 77

(E) 91

$$d = 13(13 - 3)/2$$

$$d = 65$$

02.(UNIABC) Um joalheiro recebe uma encomenda para uma jóia poligonal. O comprador exige que o número de lados seja igual ao número de diagonais. Sendo assim, o joalheiro deve produzir uma jóia.

(A) triangular

(B) quadrangular

~~(C) pentagonal~~

(D) hexagonal

(E) decagonal

$$d = 5(5 - 3)/2$$

$$d = 5$$

03. (UFSCAR)- Um polígono regular com exatamente 35 diagonais tem:

(A) 6 lados

(B) 9 lados

~~(C) 10 lados~~

(D) 12 lados

(E) 20 lados

$$d = 10(10 - 3)/2$$

$$d = 35$$

04. Os ângulos externos de um polígono regular medem 20° . Então, o número de diagonais desse polígono é:

(A) 90

(B) 104

(C) 119

(D) 132

~~(E) 135~~

$$S_e = 360^\circ$$

$$\hat{a}_e = 20^\circ$$

$$360^\circ / 20^\circ = 18$$

$$d = 18(18 - 3)/2$$

$$d = 135$$

05.(FAAP) -A medida mais próxima de cada ângulo externo de heptágono regular da moeda de R\$0,25 é

(A) 60°

(B) 45°

(C) 36°

(D) 83°

~~(E) 51°~~

$$\hat{a}_e = 360^\circ / 7$$

$$\hat{a}_e = 51,4$$



Tarefa Básica

01. Quanto medem um ângulo externo e um ângulo interno de um dodecágono regular?

$$\hat{a}e = 360^\circ/12 \Rightarrow 30^\circ$$

$$\hat{a}i = (12 - 2) \cdot 180^\circ/12 \Rightarrow 150^\circ$$

02. Quanto mede a soma dos ângulos internos de um icoságono convexo?

$$Si = (20 - 2) \cdot 180^\circ \Rightarrow 3.240^\circ$$

03. Quanto mede um ângulo interno de um polígono equiângulo de n lados?

$$\hat{a}i = (n - 2) \cdot 180^\circ/n$$

04. Qual é o polígono convexo cuja soma dos ângulos internos é o quádruplo da soma dos ângulos externos?

$$Si = (n - 2) \cdot 180^\circ \text{ e } Se = 360^\circ$$

$$Si = 5 \cdot Se \Rightarrow (n - 2) \cdot 180^\circ = 5 \cdot 360^\circ$$

Logo, o polígono é um dodecágono com $n = 12$.

$$180^\circ \cdot n - 360^\circ = 1.800$$

$$180^\circ \cdot n = 2.160$$

$$n = 2.160/180 \Rightarrow 12$$

05. (UnB-DF) – Num polígono convexo, o número de lados é o dobro do número de diagonais. Calcule o número de lados do polígono.

$$n = 2d$$

$$d = 2d(2d - 3)/2$$

$$2d = 4d^2 - 6d \Rightarrow 4d^2 - 8d = 0$$

Logo, o polígono tem duas diagonais e como o número de lados é o dobro das diagonais, temos: $n = 4$

$$\triangle = 64$$

$$x1 = 2$$

$$x2 = 0$$

06. (USF) – O polígono regular cujo ângulo interno mede o triplo do ângulo externo é o:

(A) pentágono

(B) hexágono

☒ (C) octógono

(D) decágono

(E) dodecágono

$$\hat{a}i + \hat{a}e = 180^\circ$$

Polígono procurado possui:

$$\hat{a}i = 3 \cdot \hat{a}e$$

Logo,

$$\hat{a}e + 3 \cdot \hat{a}e = 180^\circ$$

$$4 \cdot \hat{a}e = 180^\circ$$

$$\hat{a}e = 45^\circ$$

$$\hat{a}i = 3 \cdot 45^\circ \Rightarrow 135^\circ$$

$$135^\circ = (n - 2) \cdot 180^\circ/n$$

$$135^\circ \cdot n = 180^\circ \cdot n - 360^\circ$$

$$n = 8$$

Portanto, o polígono é um octógono com $n = 8$.

Respostas da Tarefa Básica

01. $a_e=30^\circ$ $a_i=150^\circ$

02. 3240°

03. $\frac{180^\circ(n-2)}{n}$

04. dodecágono

05. 4

06. (C)