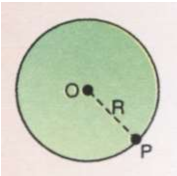
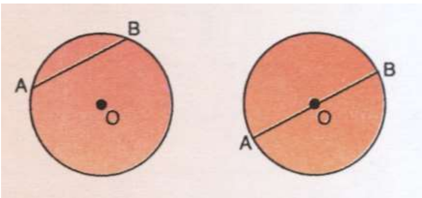
ARCOS E ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA

Definição

Circunferência é um conjunto dos pontos de um plano que estão situados a uma mesma distância (**r**), não nula, de outro ponto dado (**O**) do plano. O ponto O é o centro da circunferência e **r** o seu raio.



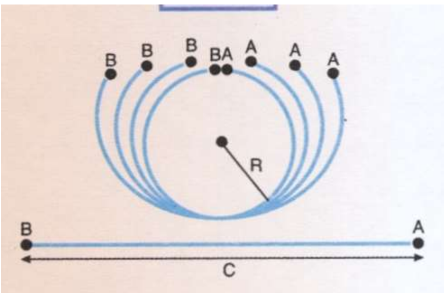
Em uma circunferência, uma corda é qualquer segmento cujas extremidades são pontos dessa circunferência. Uma corda que passa pelo centro da circunferência recebe o nome de **diâmetro**.



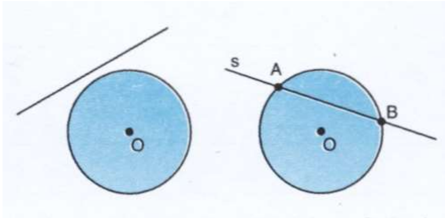
O comprimento do diâmetro (d) é o dobro do raio (**r**) da circunferência correspondente: d = 2r.
A razão entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro é constante para todas as circunferências e é igual a um número irracional representado por x. Sabemos que:

$$\pi = 3{,}14159265... \cong 3{,}14$$

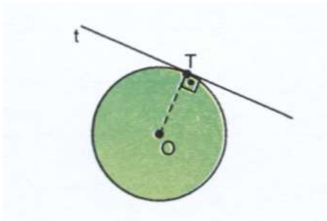
Assim, sendo **C** o comprimento de uma circunferência e **r** o seu raio, temos:
C = 2 π **r**



Em relação à uma circunferência, uma reta pode ser externa, secante ou tangente. Uma reta exterior a uma circunferência é uma reta que não intercepta a circunferência. Uma reta secante a uma circunferência é uma reta que intercepta a circunferência em dois pontos distintos.



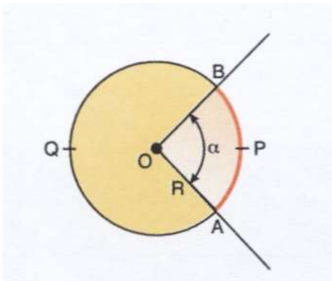
Uma reta tangente a uma circunferência é uma reta que intercepta a circunferência num único ponto.



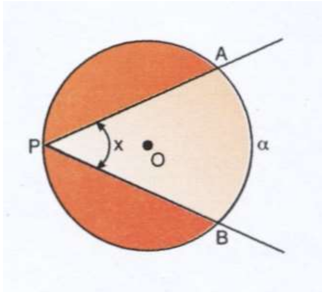
A reta tangente a uma circunferência tem um ponto comum com a circunferência e os demais pontos da reta são externos à circunferência. O ponto comum é o ponto de tangência. **Toda tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto da tangência.**

Arcos na circunferência

Em uma circunferência, chamamos de **ângulo central** a todo ângulo cujo vértice coincide com o centro da circunferência.



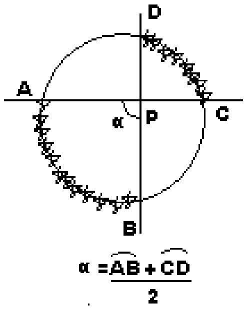
Na figura acima, o **ângulo central** a divide a circunferência em duas partes denominadas arcos: o arco $\overline{APB}$ e o arco $\overline{AQB}$. Os pontos A e B são as extremidades desses arcos.
A medida de um arco de circunferência é a medida do ângulo central. Assim, um arco pode ser medido em graus (°) da mesma forma que um ângulo.
Um **ângulo inscrito** em uma circunferência é aquele que possui o vértice em um ponto da circunferência e tem lados secantes a ela. A medida do ângulo inscrito é igual à metade da medida do arco compreendido entre os seus lados.



$$X = \frac{\alpha}{2}$$

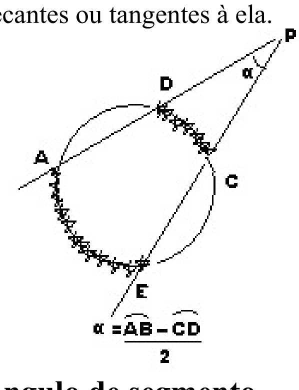
Ângulo Excêntrico Interior

É um ângulo cujo vértice é interior à circunferência mas, não é o centro dessa.



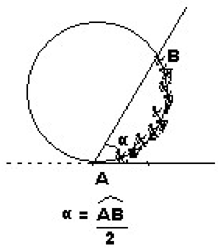
Ângulo Excêntrico Exterior

É um ângulo cujo vértice é exterior à circunferência e cujos lados são secantes ou tangentes à ela.



Ângulo de segmento

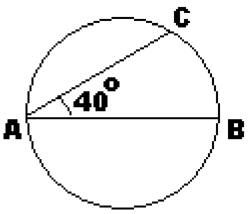
É um ângulo cujo vértice está na circunferência e uma lado é secante e o outro tangente à ela.



Exercícios de Aula

01. (PUC-SP) – Na figura, $\overline{AB}$ é diâmetro da circunferência . O menor dos arcos $\overset{\frown}{AC}$ mede:

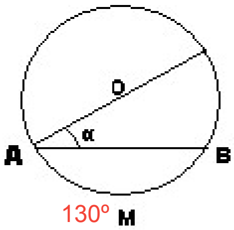
(A) 100º
(B) 120º
(C) 140º
(D) 150º
(E) 160º



CB = 80º
Logo, AC = 180º - 80º => AC = 100º

02. (CESGRANRIO-RJ) – Em um círculo de centro O, está inscrito o ângulo α (ver figura). Se o arco $\overset{\frown}{AMB}$ mede 130º , então o ângulo α mede:

(A) 25º
(B) 30º
(C) 40º
(D) 45º
(E) 50º



03. (FUVEST) – Os pontos A, B e C pertencem a uma circunferência e AC é lado de um polígono regular inscrito na circunferência. Sabendo que o ângulo $A\hat{B}C$ mede 18º, podemos concluir que o número de lados do polígono é igual a:

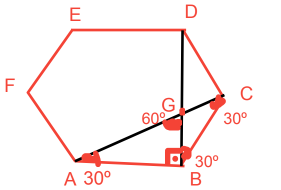
(A) 5
(B) 6
(C) 7
(D) 10
(E) 12

O ângulo 18º corresponde à metade do valor do ângulo do arco. Assim, o arco mede 36º.

360/n = 36
n = 10 lados

04. (FUVEST) - A, B, C e D são vértices consecutivos de um hexágono regular. A medida, em graus, de um dos ângulos formados pelas diagonais AC e BD é:

(A) 90
(B) 100
(C) 110
(D) 120
(E) 150

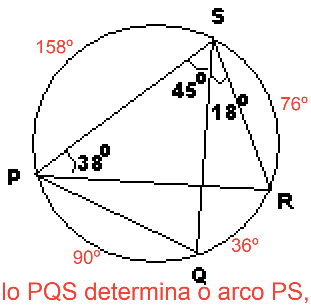


ABC = 120º E AB = BC => BAC = ACB
Seja G = AC∩BD

AB⊥BD e BAC = 30º => AGB = 60º
Portanto, AGD = 180º - AGB = 120º.

05. (UFMG) – Observe a figura:
Suponha que as medidas dos ângulos $P\hat{S}Q, Q\hat{S}R$ e $S\hat{P}R$, assinalados na figura, sejam 45º, 18º e 38º, respectivamente. A medida do ângulo $P\hat{Q}S$, em graus, é:

(A) 38
(B) 63
(C) 79
(D) 87
(E) 78

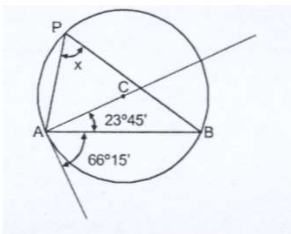


Como o ângulo PQS determina o arco PS, sua medida é:

PQS = 158º/2
PQS = 79º

Tarefa Básica

01. (FATEC) Na figura abaixo, o triângulo APB está inscrito na circunferência de centro C.

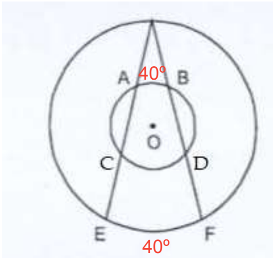


Se os ângulos assinalados têm as medidas indicadas, então x é igual a

(A) 23º45'
(B) 30º
(C) 60º
(D) 62º30'
(E) 66º15'

AB é o arco de x.
Portanto, x = 66º 15´

02. (MACK) Na figura, as circunferências têm o mesmo centro O e os menores arcos AB e EF são tais que $\overline{AB} = \overline{EF} = 40°$. A medida do menor arco CD é:



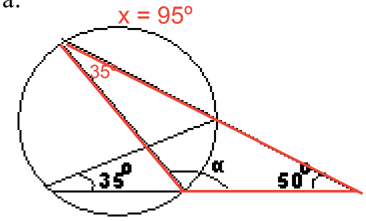
(A) 50°
(B) 70°
(C) 65°
(D) 60°
(E) 80°

CD = 40º. 2
CD = 80º

03. (UNIMEP) – Na figura, o ângulo α é igual a:

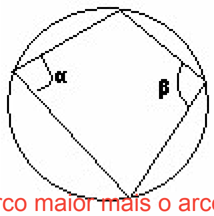
35º + x(alfa) + 50º = 180º
x = 95º

(A) 95º
(B) 120º
(C) 115º
(D) 85º
(E) 105º



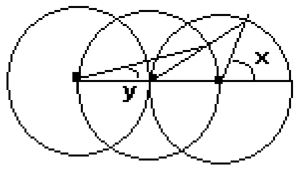
04. (CESGRANRIO-RJ) – Um quadrilátero está inscrito em um círculo. A soma, em radianos, dos ângulos α e β da figura é:

(A) $\frac{\pi}{4}$
(B) $\frac{\pi}{2}$
(C) π
(D) $\frac{3\pi}{2}$
(E) 2π

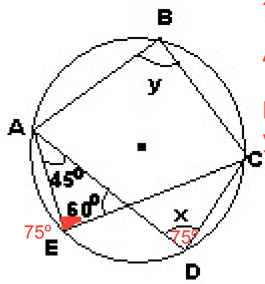


O arco maior mais o arco menor é igual a 360º. Tanto o alfa como o beta são a metade de cada um, logo a soma deles é 180º. E 180º = π

05. (UNICAMP) –Calcule a medida angular y função de x



06. (MAUÁ) – Na figura calcular os ângulos x e y que estão inscritos na circunferência



x = 75ºABC = 150º
AEDC = 210º

Logo, y = 210º/2
y = 105º

Respostas da Tarefa Básica

01. (E) 02. (E) 03.(A) 04.(C)
05.y=x/4
06.x=75º y = 105º