

LUGAR GEOMÉTRICO E PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO

Lugar Geométrico:

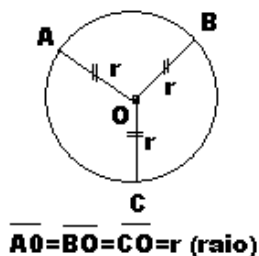
Dizemos que um conjunto de pontos é um lugar geométrico quando todos os pontos desse conjunto e, apenas eles, têm uma certa propriedade.

Principais Lugares Geométricos

Circunferência

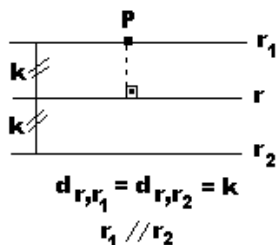
Circunferência é um conjunto de pontos que têm a mesma distância de um ponto fixo.

O ponto fixo é o centro da circunferência e a distância é o raio.



Par de Paralelas

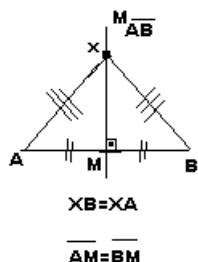
Um par de paralelas é um conjunto de pontos que têm a mesma distância de uma reta dada.



Mediatriz

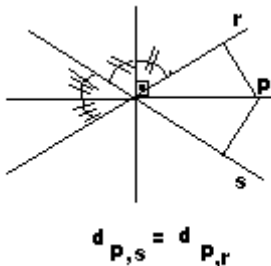
Mediatriz de um segmento AB é a reta perpendicular a este, no seu ponto médio.

Todos os pontos da mediatriz têm a mesma distância dos extremos do segmento dado.



Par de Bissetrizes

Um par de bissetrizes é um conjunto de pontos que equidistam de duas retas concorrentes.

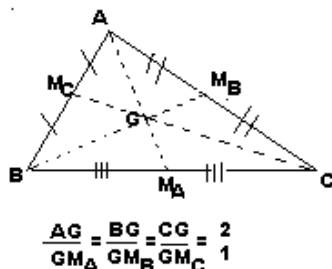


Pontos Notáveis do Triângulo:

Baricentro

Baricentro é o ponto de encontro das medianas relativas aos lados do triângulo.

O baricentro G divide cada mediana na razão 2:1.

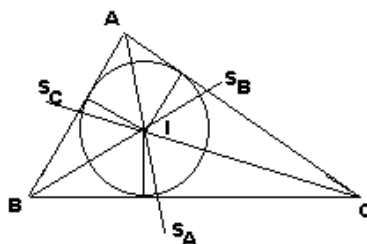


Incentro

Incentro de um triângulo é o ponto de encontro das bissetrizes internas dos ângulos deste triângulo.

O incentro é equidistante dos lados do triângulo.

O incentro é o centro da circunferência inscrita ao triângulo.



Circuncentro

Circuncentro é o ponto de encontro das mediatrizes dos lados de um triângulo.

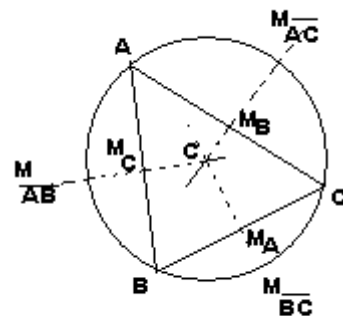
O circuncentro é equidistante dos vértices do triângulo.

O circuncentro é o centro da circunferência circunscrita.

Obs.:

- Num triângulo retângulo, o circuncentro é o ponto médio da hipotenusa.

- Num triângulo obtusângulo, o circuncentro é um ponto externo
- Num triângulo acutângulo, o circuncentro é um ponto interno.

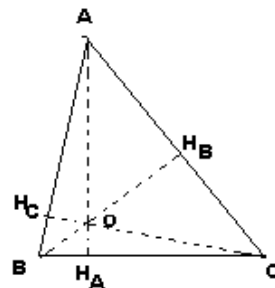


Ortocentro

Ortocentro é o ponto de encontro das alturas relativas aos lados do triângulo.

Obs.:

- Num triângulo retângulo, o ortocentro é o vértice do ângulo reto
- Num triângulo obtusângulo, o ortocentro é um ponto externo
- Num triângulo acutângulo, o ortocentro é um ponto interno



BICO

Para memorizar os pontos notáveis de um triângulo, basta lembrar da palavra "BICO", cujas letras são as iniciais dos 4 pontos notáveis.

Baricentro – Mediana (2:1)

Incentro - Bissetrizes

Circuncentro – Mediatrizes

Ortocentro - Alturas

É importante observar que:

- * em todo triângulo isósceles, os pontos notáveis são colineares (mesma linha)
- * em todo triângulo equilátero, os pontos notáveis são coincidentes

Exercícios de Aula

01. (UNIV. ESTADUAL DO PARÁ) – O lugar geométrico dos pontos do plano equidistantes de dois pontos A e B do mesmo plano é:
 (A) a mediana do segmento AB
 (B) uma circunferência que passa pelos pontos A e B
 (C) o circuncentro de um triângulo que tenha o segmento AB como um dos seus lados
 (D) a mediatriz do segmento AB
~~(E) o ponto médio do segmento AB~~

02. (UNITAU) – O segmento da perpendicular traçada de um vértice de um triângulo à reta suporte do lado oposto é denominado:
~~(A) mediana~~
 (B) mediatriz
 (C) bissetriz
 (D) altura
 (E) base

03. (CESESP-SP) – Dentre os quatro centros principais de um triângulo qualquer, há dois deles que podem se situar no seu exterior, conforme o tipo de triângulo. Assinale a alternativa em que os mesmos são citados.
 (A) o baricentro e o ortocentro
 (B) o baricentro e o incentro
 (C) o circuncentro e o incentro
~~(D) o circuncentro e o ortocentro~~
 (E) o incentro e o ortocentro

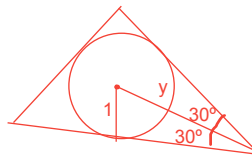
04. (MACK) – O lado de um triângulo equilátero inscrito numa circunferência mede $2\sqrt{3}$. O raio da circunferência é igual a:
 (A) $\frac{1\sqrt{3}}{2}$
~~(B) 2~~
 (C) $2\sqrt{3}$
 (D) 4
 (E) $3\sqrt{3}$

05. Assinale V ou F conforme as afirmações sejam verdadeiras ou falsas.
 (V) O baricentro de um triângulo é o ponto médio das medianas
 (V) O ortocentro de um triângulo retângulo é o vértice do ângulo reto
 (V) O ponto de encontro das bissetrizes internas de um triângulo é o incentro
 (V) O circuncentro é o ponto de encontro das mediatrizes dos lados de um triângulo.

(F) Num triângulo equilátero os pontos notáveis, estão alinhados.

Tarefa Básica

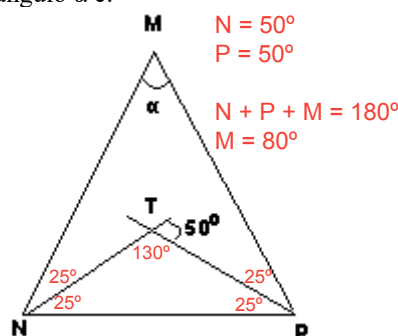
01. (PUC-SP) – Uma circunferência de raio unitário tangencia os lados de um ângulo de 60° . A distância entre o centro dessa circunferência e o vértice do ângulo é igual a:
 (A) 1
 (B) $\sqrt{2}$
 (C) $\sqrt{3}$
~~(D) 2~~
 (E) $\sqrt{5}$



$$\text{sen } 30^\circ = 1/y$$

$$y = 2$$

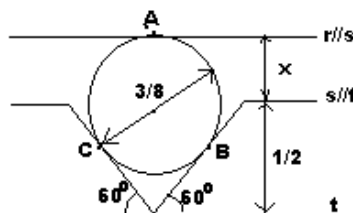
02. (MACK) – Se, na figura, T é o incentro do triângulo MNP, a medida do ângulo α é:



- (A) 45°
 (B) 50°
 (C) 60°
 (D) 70°
~~(E) 80°~~

03. (UNESP) – Sejam A, B e C, pontos distintos no interior de um círculo, sendo C o centro do mesmo. Se construirmos um triângulo inscrito no círculo com um lado passando por A, o outro por B e o outro por C podemos afirmar que este triângulo:
 (A) é acutângulo
~~(B) é retângulo~~
 (C) é obtusângulo
 (D) não é isósceles
 (E) pode ser equilátero

04. (FUVEST) – Na figura abaixo, A, B e C são pontos de tangência. Então, x vale:

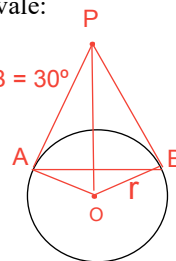


- (A) $3/16$
 (B) $1/8$
 (C) $3/32$
 (D) $1/32$
 (E) $1/16$

05. (FUVEST) – A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 20cm. E um dos ângulos, 20° .
 a) Qual a medida da mediana relativa à hipotenusa?
 b) Qual a medida do ângulo formado por essa mediana e pela bissetriz do ângulo reto?

06. (FUVEST) – Uma circunferência tem centro O e raio r. Duas retas distintas passam por um ponto P e são tangentes à circunferência nos pontos A e B. Se o triângulo PAB é equilátero, então PO vale:

- (A) $\frac{2}{3}r$
 (B) $r\sqrt{2}$
~~(C) $2r$~~
 (D) $\frac{\pi}{3}r$
 (E) $\frac{3}{2}r$



$$\text{Triângulo OAP} \Rightarrow \text{Sen } \angle OPA = OA/PO = 1/2 = r/PO \Rightarrow PO = 2r$$

Respostas da Tarefa Básica

01. (D)
 02. (E)
 03. (B)
 04. (E)
 05. a) 10 cm b) 25°
 06. (C)