Tarefa Básica

01. (UEL) O hexágono ABCDEF da figura ao lado é eqüilátero com lados de 5cm e seus ângulos internos de vértice A, B, D, E medem 135° cada um.
A área desse hexágono, em centímetros quadrados, é igual a

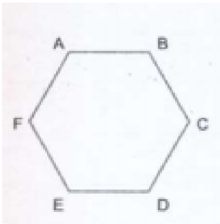
(A) $\frac{25\left(\sqrt{2}+1\right)}{2}$

(B) $\frac{75}{2}$

(C) 50

(D) $50\sqrt{2}$

(E) $25(\sqrt{2}+1)$



Sabemos que a soma dos ângulos internos de um polígono é: (n - 2).180º
Logo, temos que no hexágono a soma dos ângulos internos é: (6 - 2).180º = 720º

O hexágono possui 4 ângulo com 135°, então temos que:

A+B+D+E= 540°. Logo, os ângulos C e F têm cada um 90°, sendo então triângulos retângulos.

Sendo assim, para calcular a área do hexágono podemos decompor a figura em 2 triângulos retângulos AFE e BCD, e um retângulo ABDE.

Para encontrar a medida do segmento AE, comum ao retângulo ABDE e triângulo retângulo AFE. Sabendo que cada lado mede 5, faremos:

$X^2 = 5^2+5^2$ => $X^2 = 50$ => $X = 5\sqrt{2}$

Para calcular a área do retângulo ABDE:
Ar = $5.5\sqrt{2}$ => Ar = $25\sqrt{2}$

Para calcular a altura do triângulo retângulo:

h = $(5.5)/5\sqrt{2}$ => h = $5\sqrt{2}/2$

Para calcular a área de um triângulo:

At = $5\sqrt{2}$. $5\sqrt{2}/2$ => At = 25/2

Calculando a área do hexágono:

$A = 2. At + Ar$

$A = 2.\ 25\sqrt{2} + 25\sqrt{2} \Rightarrow 25 + 25\sqrt{2} \Rightarrow 25(\sqrt{2} + 1)$

Alternativa E.

02. (FATEC) A altura de um triângulo eqüilátero e a diagonal de um quadrado tem medidas iguais. Se a área do triângulo eqüilátero é $16\sqrt{3}m^2$, então a área do quadrado, em metros quadrados é:

(A) 6
(B) 24
(C) 54
(D) 96
(E) 150

Vamos encontrar o valor do lado do triângulo equilátero pela fórmula da área:

$A = (L^2 . \sqrt{3})/4$

$16\sqrt{3} = (L^2 . \sqrt{3})/4$

$64\sqrt{3} = L^2 . \sqrt{3}$

$64\sqrt{3}/ \sqrt{3} = L^2$

$64 = L^2 \Rightarrow L = 8$

Agora vamos calcular a altura do triângulo:

$h = L\sqrt{3}/2$

$h = 8\sqrt{3}/2$

$h = 4\sqrt{3}$

Como a altura do triângulo e a diagonal do quadrado são iguais temos: d = h. E pela diagonal podemos encontrar o valor do lado do quadrado:

$d = L\sqrt{2}$

$4\sqrt{3} = L\sqrt{2}$

$L = 4\sqrt{3}/\sqrt{2}$

$L = 4\sqrt{6}/2$

$L = 2\sqrt{6}$

Agora podemos calcular a área do quadrado:

$A = L^2$

$A = (2\sqrt{6})^2 \Rightarrow A = 24m^2$

Alternativa B.

03. (UFSCAR) Seja um triângulo ABC eqüilátero de lado 2. No interior desse triângulo, cuja área é $\sqrt{3}$, foi escolhido arbitrariamente um ponto P. A soma das distâncias de P a cada um dos lados do triângulo vale

(A) $\sqrt{2}$
(B) $\sqrt{3}$
(C) 2
(D) 3
(E) $2\sqrt{3}$

A área do triângulo ABC na verdade é $2^2\sqrt{3}/4 = \sqrt{3}$

Seja P o ponto no interior do triângulo ABC e H1, H2 e H3 as distâncias de P aos lados AC, AB e BC, queremos então H1+ H2 + H3 , una P a todos os vértices de ABC, daí vamos obter os triângulos APC, APB e BPC, e soma das áreas desses três triângulos será igual a área de ABC, calculando então a área desses três triângulos, obtemos:

(APC) = 2H1/2
(APB) = 2H2/2
(BPC) = 2H3/2

Somando as áreas: 2H1/2 + 2H2/2 + 2H3/2 = (APC) + (APB) +(BPC)
H1 + H2 + H3 = $\sqrt{3}$
Alternativa B.

04. (UNICAMP) Um triângulo escaleno ABC tem área igual a 96 m^2. Sejam M e N os pontos médios dos lados AB e AC, respectivamente, faça uma figura e calcule a área do quadrilátero BMNC.

Seja o triângulo ABC da questão e M e N. Ligando os pontos M e N, obteremos a reta MN, que será a base média do triângulo ABC . Então MN= ½ BC. Então temos 2 triângulos semelhantes: AMN e ABC, e a razão dessa semelhança é a razão das bases MN e BC, ou seja 1:2.

AMN/ ABC = ¼ => AMN = ¼ ABC

Agora vamos encontrar a área do quadrilátero BMNC:
ABC = X + AMN => X = ABC - AMN
X = 96 - ¼ (96) => x = 96 - 24 => 72 m²
Resposta: 72m²

05. (FUVEST) O triângulo ABC está inscrito numa circunferência de raio 5 cm. Sabe-se que A e B são extremidades de um diâmetro e que a corda BC mede 6 cm. Então a área do triângulo ABC, em cm^2, vale
(A) 24
(B) 12
(C) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$
(D) $6\sqrt{2}$
(E) $2\sqrt{3}$

Do ponto A até o ponto B, temos a representação do diâmetro da circunferência, isso significa dizer que AB é o segmento que divide a circunferência em 2 pedaços iguais, e o valor de AB = 5.

Quando a reta AB é diâmetro de um triângulo, o ponto C vai formar um ângulo de 90°, caracterizando um triângulo retângulo.

Lado AB = 10

Lado BC = 6

Partindo do teorema de Pitágoras:

Hipotenusa² = cateto² + cateto²

$10^2 = 6^2 + AC^2$

$100 = 36 + AC^2$

$64 = AC^2$

AC = 8

Área do triângulo = (b . h)/ 2

B.H/2

8.6/2 = 4.6

A área do triângulo é 24 cm².

Alternativa A.

06. (UFMS) Considere um hexágono regular inscrito numa circunferência de raio 4cm. Calcular o quadrado da área de um dos triângulos determinados por três vértices consecutivos do hexágono.

Os três vértices do hexágono formam um um triângulo equilátero, no qual o raio da circunferência é o valor do lado desse triângulo.

Então temos um triângulo equilátero de raio 4cm.

Agora precisamos calcular o quadrado da área desse triângulo:
$A = L^2\sqrt{3} / 4$
$A = 4^2\sqrt{3} / 4$
$A = 16\sqrt{3} / 4$
$A = 4\sqrt{3}$

O quadrado da área será:
$(4\sqrt{3})^2$
$4\sqrt{3} \times 4\sqrt{3}$
$16\sqrt{9}$
16.3
48

Portanto, o quadrado da área de um dos triângulos determinados por três vértices consecutivos do hexágono é 48cm.