

Etapa 6 - Heap

Heaps (Árvores de Montículo) - Guia Didático

O que é um Heap?

Um Heap é uma estrutura de dados especial que funciona como uma **árvore binária completa** com uma regra muito específica de organização. Pense em um heap como uma fila de prioridades onde alguns elementos são mais "importantes" que outros.

Características Principais

Árvore Binária Completa

- Todos os níveis estão completamente preenchidos, exceto possivelmente o último
- O último nível é preenchido da esquerda para a direita
- Isso permite representar o heap eficientemente como um array

Propriedade do Heap

Cada nó deve obedecer uma regra em relação aos seus filhos:

- **Max-Heap**: Pai é maior ou igual aos filhos
- **Min-Heap**: Pai é menor ou igual aos filhos

Os Dois Tipos de Heap

Max-Heap (Heap Máximo)

...

```
    [100]
   /  \
  [85] [70]
 / \  /
[40] [60][65]
...
```

- **Regra**: $\text{Pai} \geq \text{Filhos}$
- **Raiz**: Sempre o maior elemento
- **Uso**: Quando precisamos acessar rapidamente o maior valor

Min-Heap (Heap Mínimo)

...

```
    [10]
   /  \
  [20] [25]
 / \  /
[35] [40][30]
...
```

- **Regra**: $\text{Pai} \leq \text{Filhos}$
- **Raiz**: Sempre o menor elemento
- **Uso**: Quando precisamos acessar rapidamente o menor valor

Como Representar um Heap como Array

Um heap pode ser armazenado em um array simples:

****Heap como árvore:****

```
...  
    [50]  
   /  \  
  [40] [30]  
 /  \  
[20] [10]  
...
```

****Heap como array:****

```
...  
Índice: 0  1  2  3  4  
Array: [50, 40, 30, 20, 10]  
...
```

Fórmulas de Navegação

Para um nó no índice ****i****:

- ****Filho esquerdo****: $2 \times i + 1$
- ****Filho direito****: $2 \times i + 2$
- ****Pai****: $(i-1) \div 2$ (divisão inteira)

****Exemplo****: Para o nó no índice 1 (valor 40)

- Filho esquerdo: $2 \times 1 + 1 = 3$ (valor 20)
- Filho direito: $2 \times 1 + 2 = 4$ (valor 10)
- Pai: $(1-1) \div 2 = 0$ (valor 50)

Operações Principais

Inserção de Elemento

1. Adiciona o novo elemento no final do array
2. Compara com seu pai
3. Se violar a propriedade do heap, troca com o pai
4. Repete até que a propriedade seja restaurada

****Complexidade****: $O(\log n)$ - sobe no máximo a altura da árvore

Remoção da Raiz

1. Remove o elemento da raiz (índice 0)
2. Move o último elemento para a raiz
3. Compara com seus filhos
4. Se violar a propriedade, troca com o maior filho (max-heap) ou menor filho (min-heap)
5. Repete até que a propriedade seja restaurada

****Complexidade****: $O(\log n)$ - desce no máximo a altura da árvore

Heapify - Construindo um Heap

- Processo de transformar um array comum em um heap válido
- Começa pelos nós não-folha e aplica heapify-down
- **Complexidade**: $O(n)$ - mais eficiente que inserir um por um

Aplicações Práticas

Filas de Prioridade

- Sistema de emergências em hospitais (pacientes mais graves são atendidos primeiro)
- Sistema de impressão (documentos prioritários)
- Processamento de tarefas (tarefas urgentes primeiro)

Algoritmo Heap Sort

1. Constrói um max-heap a partir do array
 2. Remove repetidamente a raiz (maior elemento) e coloca no final
 3. Resultado: array ordenado
- **Vantagem**: Ordenação in-place com $O(n \log n)$

Algoritmos de Grafos

- **Algoritmo de Dijkstra**: Encontra caminhos mais curtos usando min-heap
- **Algoritmo de Prim**: Encontra árvore geradora mínima

Seleção Eficiente

- Encontrar o k-ésimo maior elemento
- Encontrar os k maiores elementos de uma lista

Vantagens e Desvantagens

Vantagens

- **Acesso rápido** ao elemento de maior/menor prioridade: $O(1)$
- **Inserção e remoção** eficientes: $O(\log n)$
- **Uso eficiente de memória**: Representação com array
- **Versátil**: Usado em vários algoritmos importantes

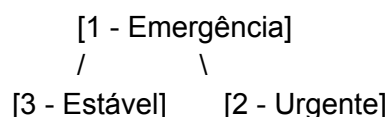
Desvantagens

- **Busca por elemento arbitrário**: $O(n)$ - tem que procurar em todo o heap
- **Não mantém ordem total**: Só garante a relação pai-filho
- **Não ideal** para operações de busca geral

Exemplo Prático: Sistema de Atendimento Hospitalar

Usando Min-Heap (menor prioridade = mais urgente)

...



|
[5 - Rotina]
...

- Prioridade 1: Atendimento imediato
- Prioridade 5: Atendimento de rotina

****Operações**:**

- Novo paciente chega: inserção no heap
- Atender paciente: remoção da raiz (mais urgente)
- Sempre mantém o mais urgente no topo

Dicas de Estudo

1. ****Visualize**** sempre como árvore e como array
2. ****Pratique**** as fórmulas de navegação entre índices
3. ****Desenhe**** os passos das operações de inserção e remoção
4. ****Entenda**** a diferença entre max-heap e min-heap
5. ****Relacione**** com aplicações reais para fixar o conceito

Os heaps são fundamentais para situações onde precisamos de acesso rápido a elementos de maior ou menor prioridade, sendo uma das estruturas mais práticas e eficientes para esse propósito.

Perguntas de Múltipla Escolha - Heaps

Pergunta 1: Propriedade Fundamental

Qual é a propriedade fundamental de um max-heap?

- a) É uma árvore binária balanceada
- b) O valor de cada nó é maior ou igual aos valores de seus filhos
- c) Todos os níveis da árvore estão completamente preenchidos
- d) É uma árvore de busca binária

Resposta: b) O valor de cada nó é maior ou igual aos valores de seus filhos

Pergunta 2: Complexidade das Operações

Qual é a complexidade de tempo para inserir um novo elemento em um heap?

- a) $O(1)$
- b) $O(\log n)$
- c) $O(n)$
- d) $O(n \log n)$

Resposta: b) $O(\log n)$

