

Diseño y Análisis de un Sistema de Control Realimentado: Proceso de Control del Motor DC

José Alejandro Castillo Sequeira, B81787; Isaí David Vargas Ovarés, B88263

Resumen—En el presente trabajo, se analiza un sistema de control de motores DC y se diseñan varios controladores en función de los resultados de medición proporcionados. Para conocer el modelo, se utilizó el kit de herramientas de identificación de sistemas de Matlab, así como las técnicas de Alfaro 123c, para POMTM y PDMTM. A partir de los mejores modelos obtenidos por estos tres métodos, se diseñaron los controladores correspondientes utilizando las reglas de sintonía PIDtuner de Matlab, síntesis analítica, series de McLaurin para controladores de Brosilow y Joseph, . Una vez que se obtienen los parámetros del controlador, se comparan con el sistema físico. En cuanto a los resultados, cabe mencionar que el mejor modelo obtenido por el método analítico de síntesis-sintonía es el modelo de primer orden más el tiempo muerto Alfaro 123c.

I. INTRODUCCIÓN

I-A. Descripción del proceso

EL proceso de control se basa en utilizar un motor de corriente continua (DC), el cual, se controla mediante la aplicación de un voltaje PWM como señal de entrada. Para llevar a cabo esta acción, se utiliza un driver L298N que suministra la corriente necesaria para que el motor funcione correctamente. La señal PWM puede variar en un rango de 0 a 255, gracias a los 8 bits que emplea el convertidor D/A. Además, la salida del sistema está determinada por un sensor que mide las revoluciones por minuto (RPM) al contar los pulsos que genera el codificador. Cabe destacar que, para el desarrollo del proyecto, se considera un punto de operación de 190 a 160 [RPM], y además, se incluyen algunas perturbaciones.

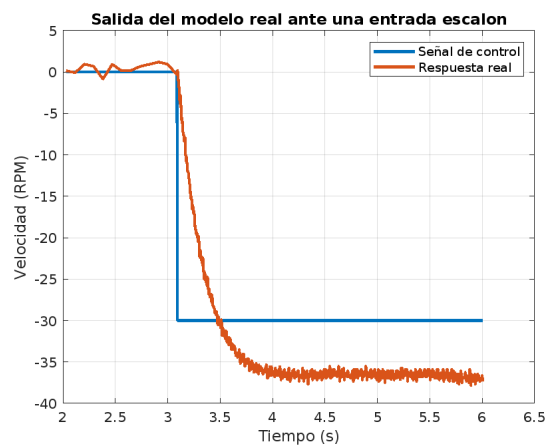


Figura 1: Salida real del sistema.

Los autores son estudiantes de la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Costa Rica. Proyecto Final del curso Sistemas de Control.

I-B. Descripción de las variables de interés

Para empezar, se tiene que el valor de referencia es dado por el punto de operación, el cual para este caso, es un cambio de la señal PWM entre 190-160 [RPM]. Por otro lado, las perturbaciones que afectarán al sistema son los cambios en la carga del motor, por medio de sostener o no el eje del motor. Luego, se sabe que la señal de control será la PWM. Por lo tanto, sabemos que el driver L298N que supe la corriente que el motor necesita para operar adecuadamente, será el actuador. Por otro lado, la variable manipulada es la tensión aplicada al motor. Por último, la variable controlada es la velocidad del motor, teniendo en cuenta que para controlar esta señal, se ocupa de un sensor, el cual será el encargado de medir la RPM del motor, esto al contar los pulsos generados por el encoder.

I-C. Funcionamiento del lazo de control

Se considera un esquema de retroalimentación para el siguiente diseño del controlador de procesos, que minimiza los errores.

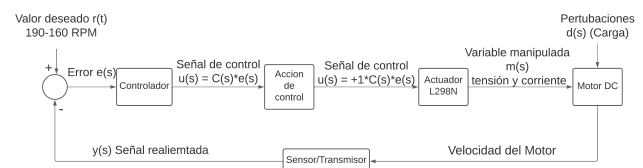


Figura 2: Diagrama de bloques del sistema de control

En este sistema $r(s)$, $u(s)$, $y(s)$ y $d(s)$, son el valor deseado, señal de control, variable realimentada y perturbación. De esta forma, para el presente trabajo se diseñarán controladores adecuados para el proceso, teniendo en cuenta todas las especificaciones y funcionamiento del mismo. Teniendo en cuenta que los motor DC en la realidad están expuestos a cambios en la carga aplicada, teniendo como ejemplos: motores de vehículos eléctricos, motores de ascensores y grúas, ventiladores y bombas. Por lo que la operación de este lazo de control fue escogida como regulador debido a que su propósito es controlar la velocidad del sistema, al igual que se quisiera aumentar o disminuir la velocidad de un ventilador ante cambios en la temperatura de un ordenador por ejemplo, ya que se utiliza la señal de salida del sistema real para implementar un controlador que disminuya el error, por lo

que se puede decir que se tiene una retroalimentación de la velocidad y esta es comparada con un valor deseado para ajustar la señal de control. Por lo que se tienen varias ventajas, como es una buena precisión de control, esto al mantener la velocidad en el valor deseado, también se debe considerar que los motores DC pueden tener variaciones en la carga, esto siendo perturbaciones, las cuales pueden ser corregidas por un control regulador al modificar la señal de control, además, al utilizar control regulador y un controlador PI permite una respuesta del sistema más rápida ante un cambio en la referencia, dando esto también estabilidad y eficiencia.

Por otro lado, dado que solo se utilizan controladores PI o PID, el comportamiento de control de este sistema es proporcional-integral o proporcional-integral-derivativo. Además, se considerarán factores de robustez y tiempos de respuesta del sistema.

II. MODELOS DINÁMICOS

II-A. System Identification Toolbox

Se debe recuperar al menos un modelo de la información del sistema especificado mediante System Identification Toolbox para iniciar el proyecto. Al analizar estos datos en esta herramienta, se puede aproximar el comportamiento de la planta como un modelo. Así, después de probar varias combinaciones, se puede ver que una de las mejores aproximaciones es el modelo de segundo orden que se grafica en la Figura 4, con una función de transferencia igual a:

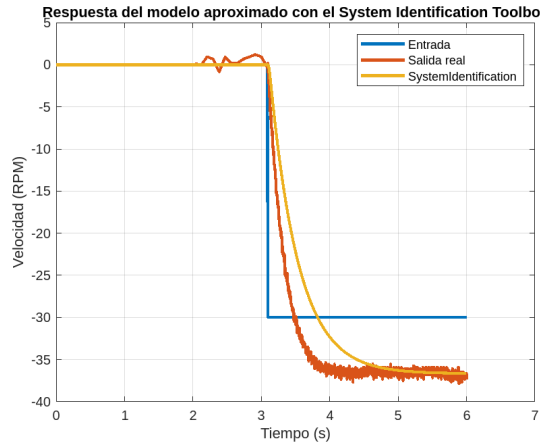


Figura 3: Respuesta del modelo aproximado con el Toolbox.

Se probaron varios modelos, siendo el anterior el que dio el porcentaje de aproximación más alto.

II-B. Identificación Experimental

Para esta sección, como ya se mencionó anteriormente, se acudió a algunas técnicas de identificación experimental estudiadas en el curso de *Sistemas de Control*. Para ello, se utilizaron herramientas como *Matlab* y *Simulink*, con el fin de estudiar y analizar los datos suministrados, para el punto de operación: 190-160 [RPM].

A partir del análisis de la gráfica de respuesta real del sistema ante la entrada escalón, presente en la figura 1, se calcularon diversos parámetros que fueron de gran utilidad para llevar a cabo la identificación. Utilizando técnicas visuales, se logró identificar parámetros como la ganancia de la planta $K = 1.2333$, y los tiempos $t_1 = 3$ s y $t_2 = 3.4$ s, medidos desde el instante en que se aplica la entrada escalón.

Se llevaron a cabo dos identificaciones más, aparte de la realizada con el *System Identification Toolbox*. Para ello, se aplicaron los métodos de *Alfaro 123c*, para primer orden más tiempo muerto (POMTM), y para polo doble más tiempo muerto (PDMTM). Los cálculos y fórmulas de estos métodos, fueron desarrollados en un script de Matlab, considerando las constantes presentes en el cuadro III, donde a su vez, se generaron los plots de salidas modeladas, tal como se aprecia en la figura 4. Es importante considerar que para los métodos planteados por Alfaro, se utiliza una técnica basada en dos puntos, con porcentajes en el tiempo asociados. Por ejemplo, para POMTM, estaban dados como $\%p_1(t_1) = 25$ y $\%p_2(t_2) = 75$, coincidiendo con los de PDMTM.

Cuadro I: Constantes para la identificación de modelos.

Método Alfaro 123c	$\%p_1 t_1$	$\%p_2 t_2$	a	b
POMTM	25	75	0.910	1.262
PDMTM	25	75	0.578	1.555

■ Para POMTM:

$$P(s) = \frac{1e^{-2.8952}}{0.364s + 1} \quad (1)$$

■ Para PDMTM:

$$P(s) = \frac{1e^{-2.7780}}{(0.2312s + 1)^2} \quad (2)$$

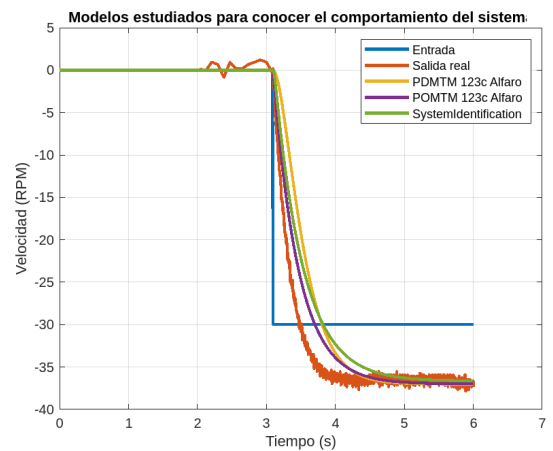


Figura 4: Modelos estudiados para conocer el comportamiento del sistema.

Por lo tanto, al poder ver los respectivos modelos, se obtuvieron también los índices de bondad para cada uno de ellos, es decir, el índice de error que tiene cada uno. De esta

forma, se pudo averiguar cuál de todos era el mejor modelo, donde dicha comparación se presenta en la siguiente tabla:

Cuadro II: Valores de índices de bondad para cada modelo obtenido

Modelo	Valor del índice de bondad (IAE)
PDMTM de Alfaro 123c	108.4527
System Identification Toolbox	107.2939
POMTM de Alfaro 123c	104.6322

A pesar de no haber gran diferencia en los resultados de IAE de cada modelo, se puede notar que el mejor es POMTM de Alfaro 123c. Siendo la ecuación 3 la planta obtenida y su respuesta con respecto al sistema real se ve en la figura 7.

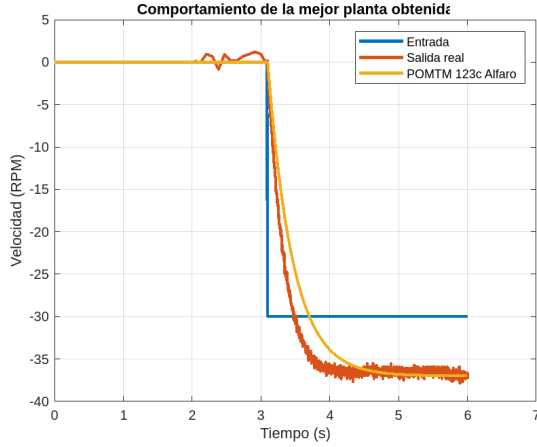


Figura 5: Comportamiento de la mejor planta obtenida.

Esto sin dejar de lado que se obtuvieron valores de IAE muy altos en cualquiera de los tres modelos. En este caso se seleccionó una acción de tipo inversa(+1), ya que la ganancia de la planta de la ecuación (3) tiene signo positivo y en lazo cerrado se tendrá una señal realimentada de signo negativo, por lo que de esta manera se corregirá el error. Esto significa que un aumento en el error de velocidad resultaría en un aumento en el esfuerzo de control aplicado al motor.

III. CONTROLADORES DISEÑADOS

III-A. Síntesis Analítica

Para el diseño del primer controlador probado en el laboratorio, se consideró la técnica de *Síntesis Analítica*, para regulador de dos grados de libertad (2GdL). Esta técnica, está definida para una planta de primer orden, que en nuestro caso, sería la identificada con el método Alfaro 123c, tal como se aprecia a continuación, en la ecuación (3):

$$P(s) = \frac{1}{0.364s + 1} \quad (3)$$

Los parámetros K_p y T_i para este método de sintonización, se obtienen considerando las ecuaciones (4) y (5), teniendo en cuenta de las simulaciones llevadas a cabo con Matlab que, $K = 1.2333$ y $T = 0.364$ s. Además, se toma un valor de $\tau_c = 1$, siendo este el encargado de definir el comportamiento

de la velocidad del lazo de control, siendo que este puede variar de 0 a 2, considerando que valores más bajos aumentan la velocidad de respuesta del sistema, pero si estos son muy bajos podría resultar en inestabilidad y oscilaciones, por lo que se escoge el valor intermedio de 1.

$$K_p = \frac{2 - \tau_c}{K} \quad (4)$$

$$T_i = (\tau_c(2 - \tau_c)) T \quad (5)$$

Al llevar a cabo los cálculos, se obtienen los siguientes valores, los cuales, nos permiten encontrar la ecuación para un controlador de tipo proporcional integral (PI):

$$K_p = 0.811 \quad (6)$$

$$T_i = 0.364 \quad (7)$$

$$C_{PI}(s) = 0.811 \left(1 + \frac{1}{0.364s} \right) \quad (8)$$

III-B. pidTuner

Para un segundo controlador se utilizó la herramienta de Matlab pidTuner, la cual permite obtener un controlador sintonizado para cierta planta que se le pase, en este caso utilizando la planta de la ecuación (3) con este modelo de la planta se procede a calcular los parámetros de un controlador PI. Esto considerando la siguiente ecuación de un PI estándar:

$$C(s) = \frac{K_p * (s + \frac{1}{T_i})}{s} \quad (9)$$

Utilizando en la interfaz de pidTuner un tiempo de respuesta de 0.282 s y una robustez de 0.549, se obtuvieron,

$$K_p = 1.2415 \quad (10)$$

$$T_i = 0.0942 \quad (11)$$

$$C_{PI}(s) = 1.2415 \left(1 + \frac{1}{0.0942s} \right) \quad (12)$$

III-C. Series de Mclaurin (Brosilow y Joseph)

Se utiliza una serie de Mclaurin para aproximar la función de transferencia del controlador y calcular sus parámetros, en este caso para obtener un PID estándar, en base a la siguiente ecuación,

$$C(s) = \frac{K_p * T_d * (s^2 + \frac{s}{T_d} + \frac{1}{T_i * T_d})}{s} \quad (13)$$

Los parámetros del se calculan con las ecuaciones (14), (15) y (16).

$$K_p = \frac{\tau_i}{\tau_c + \tau_L} \quad (14)$$

$$T_i = \frac{1 + \tau_L^2}{2 * (\tau_c + \tau_L)} * T \quad (15)$$

$$T_d = \frac{\tau_L^2 * (1 - 0.33 * \frac{\tau_L}{\tau_i})}{2 * (\tau_c + \tau_L)} * T \quad (16)$$

Considerando,

$$\tau_L = \frac{L}{T} = \frac{2.8840}{0.364} = 7.953 \quad (17)$$

$$\tau_c = \frac{T_c}{T} = \frac{2}{0.364} = 5.494 \quad (18)$$

Obteniendo,

$$K_p = 0.144 \quad (19)$$

$$T_i = 0.893 \quad (20)$$

$$T_i = 0.0837 \quad (21)$$

$$C_{PID}(s) = \frac{0.144 * 0.893 * (s^2 + \frac{s}{0.893} + \frac{1}{0.0837 * 0.893})}{s} \quad (22)$$

III-D. Kuwata (1987)

Se procedió a diseñar un controlador PI, utilizando el método de *Kuwata (1987)*. Para ello, se debía calcular primero un parámetro x_1 , que posteriormente se utilizaría en para hallar el valor de ganancia K_p , así como el tiempo integral T_i . El resultado de dicho parámetro fue $X_1 = 0.6917$, de manera que:

$$K_p = 6.099 \quad (23)$$

$$T_i = 0.682 \quad (24)$$

Obteniendo el siguiente controlador:

$$C_K(s) = 6.099 * \left(1 + \frac{1}{0.682s}\right) \quad (25)$$

III-E. Moros (1999)

Para el último controlador diseñado, se tomó como referencia la regla de *Moros (1999)*. Dicha regla, establece formas directas de calcular los valores de K_p y T_i a partir de valores propios del proceso, de tal forma que nos permita diseñar y adaptar estos parámetros, a la forma de un controlador PI.

$$K_p = 0.737 \quad (26)$$

$$T_i = 1.201 \quad (27)$$

Obteniendo el siguiente controlador:

$$C_K(s) = 0.737 * \left(1 + \frac{1}{1.201s}\right) \quad (28)$$

III-F. Funcionamiento de lazo cerrado

Para la prueba computacional del sistema a lazo cerrado, se utiliza la planta de la ecuación (3) y los controladores diseñados, los cuales se pasan como parámetros a la función *feedback* de Matlab para obtener la función de transferencia de lazo cerrado. Con esta función se simula la respuesta del sistema completo ante una entrada escalón, que en este caso es el mismo escalón dado en el archivo .csv, con un rango de 0 a -30.

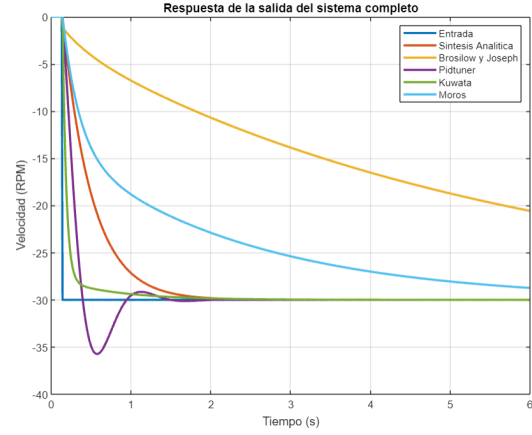


Figura 6: Respuesta de la salida del sistema completo (planta y controlador) ante una entrada escalón.

IV. RESULTADOS

IV-A. Controladores simulados

Se simula y gráfica el comportamiento de los controladores diseñados, además se agrega a la gráfica la entrada (valor deseado) y la respuesta del sistema completa.

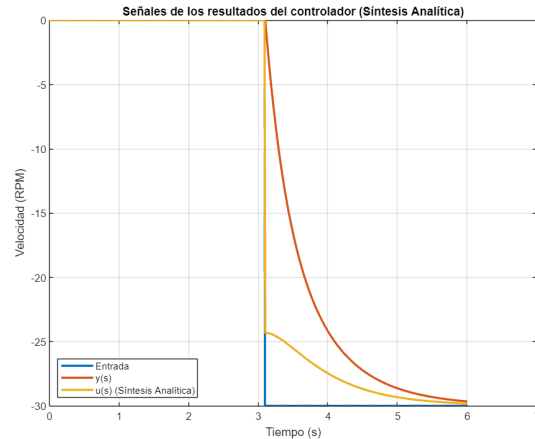


Figura 7: Simulación controlador sintonizado con síntesis analítica ante una entrada escalón.

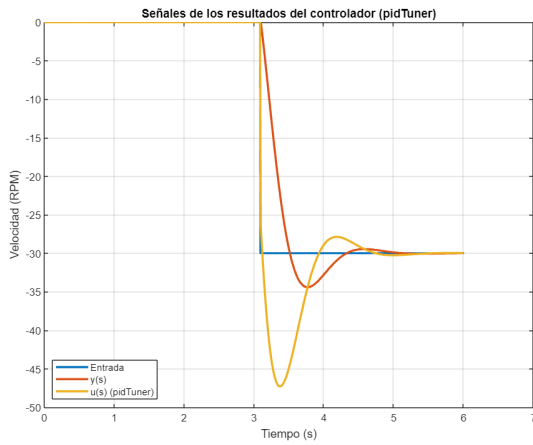


Figura 8: Simulación controlador sintonizado con pidtuner ante una entrada escalón.

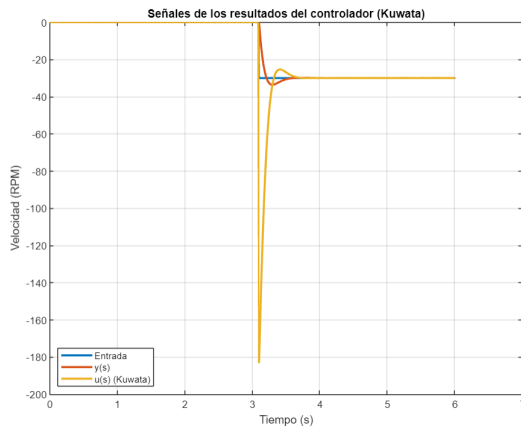


Figura 9: Simulación controlador sintonizado con el método de Kuwata ante una entrada escalón.

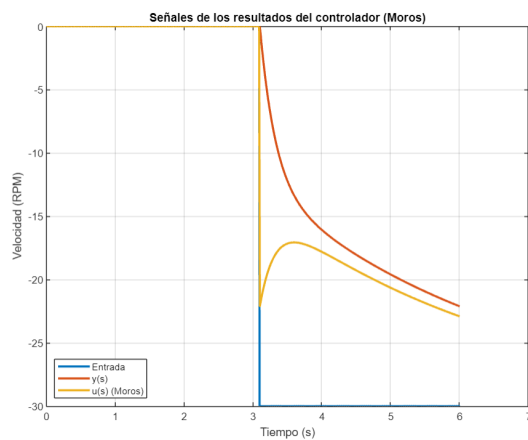


Figura 10: Simulación controlador sintonizado con el método Moros ante una entrada escalón.

IV-B. Controlador probado en el laboratorio

Se pudo probar un solo controlador en el sistema real, siendo este el controlador diseñado con el método de síntesis

analítica, obteniendo el siguiente resultado.

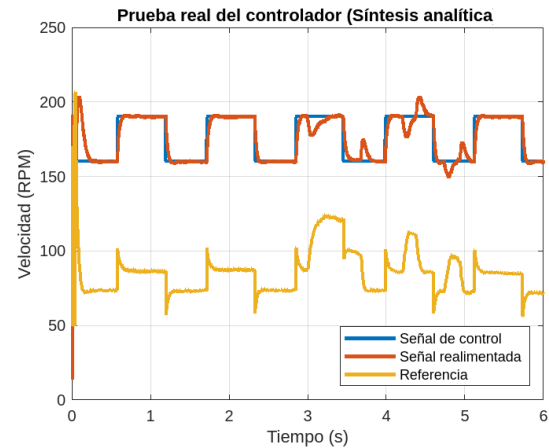


Figura 11: Prueba controlador sintonizado con el método síntesis analítica.

Cuadro III: Resultados de desempeño a lazo cerrado.

Planta	Controlador	IAE	T_{10}	$M_p\%$	T_p	$T_{a2}\%$	$T_{a5}\%$	Error permanente
POMTM de Alfaro 123c	Síntesis Analítica	11.1622	29.8277	-30	6	1.5760	1.2401	0
POMTM de Alfaro 123c	Brosilow y Joseph	98.5472	N/A	-20.5627	6	N/A	N/A	0
POMTM de Alfaro 123c	pidTuner	5.8150	69.3826	-35.7447	0.5782	1.2696	0.8457	0
POMTM de Alfaro 123c	Kuwata	2.9082	345.3281	-29.9994	6	1.0212	0.4000	0
POMTM de Alfaro 123c	Moros	37.0013	32.9858	-28.7223	6	N/A	N/A	0
POMTM de Alfaro 123c	Prueba real	6.9216	186.29	-31.79	3.8035	3.4485	3.3471	0

IV-C. Estabilidad relativa

La estabilidad relativa es un concepto fundamental que permite analizar y evaluar el comportamiento dinámico de un sistema en relación con sus condiciones iniciales y las perturbaciones externas. A continuación se muestra el diagrama LGR, para el sistema y controlador que se probó en el laboratorio.

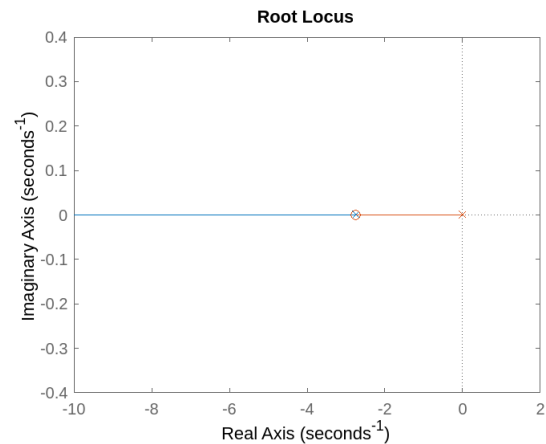


Figura 12: Diagrama LGR para el sistema y controlador diseñado con síntesis analítica.

V. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El principal enfoque del proyecto fue el diseño de controladores para el motor DC y su implementación en un sistema de lazo cerrado. En este enfoque, se logró controlar

la velocidad del motor y mantenerla cerca de un valor de referencia establecido (para la prueba de laboratorio, con el diseño de síntesis analítica). Los resultados obtenidos para este controlador, demostraron una respuesta satisfactoria en términos de seguimiento de referencia y capacidad de mantener la velocidad del motor dentro de los límites deseados.

Durante las pruebas realizadas, se pudo observar que el sistema de control respondía rápidamente a las perturbaciones externas y ajustaba la señal de control para contrarrestar los cambios en la carga o las condiciones del motor. Además, se logró obtener una respuesta estable y sin oscilaciones excesivas en la velocidad del motor. Estos resultados demuestran la efectividad del controlador implementado en el sistema de lazo cerrado.

Así mismo, en el laboratorio se tuvo la oportunidad de probar el controlador diseñado con Brosilow y Joseph. Al hacer esto, se pudo notar como aunque se lograba controlar el proceso, se tardaba mucho en hacerlo.

Posteriormente, se diseñaron los controladores con la herramienta *PIDtuner* de Matlab, y las reglas de sintonización de *Kuwata* y *Moros*. Si bien estos no fueron probados en el laboratorio, se cuenta con una serie de gráficos y valores numéricos que nos permiten analizar su comportamiento.

En el caso, del controlador *PIDtuner*, tal como se logra apreciar en la figura 8, este presenta sobrepaso, pero logra estabilizarse. Lo mismo sucede con *Kuwata*, siendo en este caso mayor el sobrepaso que para el controlador anterior, como se logra ver en la figura 9.

Por último, se tiene el controlador de *Moros*. Vemos que dicho controlador, tarda mucho en lograr llevar la salida al valor de referencia.

Lo anterior se fundamenta además, con los datos del IAE. Si bien los controladores diseñados con *Kuwata* y con el *PIDtuner*, como se mencionó anteriormente, son inestables en el período de tiempo inicial, estos presentan al igual que el controlador probado en el laboratorio (síntesis analítica), valores bajos para el índice integral del error absoluto, como se logra apreciar en el Cuadro III.

Así mismo, podemos observar en el Cuadro III, las distintas mediciones de índices y criterios que nos permiten analizar el funcionamiento real, con el controlador probado en el laboratorio. Al hacer la comparación, en este caso con los demás controladores (diseñados y simulados), vemos que el diseño fue bastante certero, y presenta valores cercanos a los reales, especialmente si hablamos del diseño de síntesis analítica.

VI. CONCLUSIONES

- Los resultados obtenidos muestran que el control regulador implementado en un sistema de lazo cerrado es efectivo para respetar el valor de referencia en los cambios de tipo escalón introducidos y con esto mantener la velocidad del motor dentro de los límites requeridos.
- El sistema de control probado en el laboratorio responde rápidamente a las perturbaciones externas ajustando las

señales de control en respuesta a los cambios en la carga o la condición del motor.

- Los resultados muestran que los controladores desarrollados con *Kuwata* y *PIDtuner* son adecuados para el sistema de control en algunos términos de desempeño, porque son estables y tienen valores bajos de IAE. Sin embargo, es importante tener en cuenta el sobrepaso inicial que se observa en estos controladores y evaluar si esta funcionalidad es aceptable según los requisitos del sistema.
- Con respecto a la elección del modelo de la planta, aunque se tuvieron resultados del IAE similares entre los modelos, se determinó que el mejor modelo fue el obtenido mediante el método Alfaro 123c POMTM. Este modelo fue elegido debido a su buen desempeño en comparación con los otros modelos evaluados.
- En el controlador diseñado con el método de síntesis analítica, se tiene un mejor promedio de resultados, a pesar de ser más lenta la respuesta, no se tiene un gran esfuerzo en la señal de control y se logra llegar al valor deseado, incluso sin tener sobrepaso.

REFERENCIAS

- [1] A. O'Dwyer *Handbook of PI and PID controller tuning rules*. Imperial College Press, 2006.
- [2] V. M. Alfaro *Sistemas de control proporcional, integral y derivativo: Algoritmos, análisis y ajuste*. Universidad de Costa Rica, 2006.
- [3] A. O'Dwyer *Handbook of PI and PID controller tuning rules*. Imperial College Press, 2009.