UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

INE018 MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Examen Parcial
2024-1

Indicaciones generales:

- Duración: 120 minutos.
- No está permitido el uso de ningún material o equipo electrónico adicional al indicado (no celulares, no tablets, no libros).
- **La presentación, la ortografía y la gramática de los trabajos influirán en la calificación.**

Puntaje total: 20 puntos.

Pregunta 1. (2 puntos)

Defina cada uno de los siguientes términos en relación a las variables: *nombre*, *tipo*, *valor* y *alcance*.

Pregunta 2. (2 puntos)

Indique los valores y tipos de las siguientes expresiones:

a. `19 / 5`

b. `3 * 6.0`

c. `2 % 7`

d. `2 + 2 * (2 * 2 - 2) % 2 / 2`

e. `1 + 2 + (3 + 4) * ((5 * 6 % 7 * 8) - 9) - 10`

f. `1.5 * 4 * 7 / 8 + 3.4`

g. `73 % 10 - 6 % 10 + 28 % 3`

h. `10 > 11 == 4 / 3 > 1`

Pregunta 3. (2 puntos)

¿Qué línea de control de bucle `for` usaría para contar hacia atrás de dos en dos desde cien hasta cero?

Pregunta 4. (2 puntos)

¿Qué significa el término *llamada por referencia*? ¿Cómo indicas una *llamada por referencia* en un programa en C++?

Pregunta 5. (2 puntos)

Cuando evaluamos la expresión `s < t` en C++, ¿qué regla usa la clase `string` para comparar los valores de las cadenas?

Pregunta 6. (2 puntos)

Dado el siguiente programa:

```
void Imprimir(int k, string i, int j) {
    cout << j << " " << k << " " << i << endl;
}

void Misterio(void) {
    string i = "j";
    int j = -1;
    int k = 2;
    string x = "5";
    int y = 7;
    Imprimir(k, i, j);
    Imprimir(y, x, k);
    Imprimir(k, "y", 4);
    x = x + "1";
    Imprimir(j + 1, x, j);
}
```

Escriba la salida de cada una de las llamadas tal como aparecerían en la consola.

Pregunta 7. (2 puntos)

Para cada llamada al procedimiento

```
void Misterio(int n) {
    cout << n << " ";
    if (n > 10) {
        n /= 2;
    } else if (n < 10) {
        n = n * 2;
    }
    if (n % 2 == 1) {
        ++n;
    } else {
        n--;
    }
    cout << n << endl;
}
```

escriba la salida de cada una de las llamadas tal como aparecerían en la consola:

```
Misterio(4);
Misterio(30);
Misterio(-6);
Misterio(18);
Misterio(15);
```

Pregunta 8. (2 puntos)

Dado el siguiente procedimiento

```
void Misterio(int x, int y) {
    int s = 0;
    while (x > 0 && 2 * y >= x) {
        cout << s << " ";
        y = y - x;
        --x;
        s = s + x;
    }
    cout << s << endl;
}
```

escriba la salida de cada una de las llamadas tal como aparecerían en la consola:

```
Misterio(-2, -6);
Misterio(2, 3);
Misterio(4, 8);
Misterio(5, 40);
Misterio(10, 31);
```

Pregunta 9. (2 puntos)

Escriba una función llamada `ContarDigitosPares` que acepte un parámetro entero y retorne el número de dígitos pares en dicho entero. Un dígito par tiene como posibles valores al $0, 2, 4, 6$ u 8. Asuma que el valor pasado a la función es mayor que cero.

Por ejemplo, el número 8546587 tiene cuatro dígitos pares: dos ochos, un cuatro y un seis. Así, la llamada `ContarDigitosPares(8546587)` debería retornar 4.

Pregunta 10. (2 puntos)

Escriba un procedimiento llamado `Wallis` que imprima los primeros términos de las siguientes productorias:

$$a_n = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{2k-1}{2k} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdots \quad \text{y } b_n = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{2k}{2k+1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdots$$

Tu procedimiento debe aceptar un número real como parámetro representando un límite y un caracter indicando a_n si su valor es `'a'` o b_n si su valor es `'b'`, y debe multiplicar e imprimir los términos de la productoria hasta que el producto de los términos coincida o sea menor que el límite.

Por ejemplo, si a tu procedimiento se le pasa 0.5 y `'b'`, imprime los términos de b_n hasta que el producto sea menor o igual a 0.5. Debes redondear tu respuesta tres dígitos luego del punto decimal.

La salida de llamar `Wallis(0.5, 'b')` es la siguiente:

```
2/3 * 4/5 * 6/7 = 0.457
```

Si a tu procedimiento se le pasa un valor mayor que 0.5 o un caracter distinto de los indicados, no debes imprimir nada en pantalla. Tu salida debe coincidir con el formato solicitado exactamente, note los espacios y signos más separando términos vecinos.

Llamar `Wallis(2.7, 'b')` o `Wallis(0.4, 'c')` no debe producir salida alguna.

Llamar `Wallis(0.5, 'a')` produce la siguiente salida:

```
1/2 = 0.500
```

Llamar `Wallis(0.375, 'b')` produce la siguiente salida:

```
2/3 * 4/5 * 6/7 * 8/9 * 10/11 = 0.369
```

Llamar `Wallis(0.35, 'a')` produce la siguiente salida:

```
1/2 * 3/4 * 5/6 = 0.312
```

Observación: Las sucesiones a_n y b_n surgen en varios contextos en las matemáticas. Por ejemplo, con un conocimiento un poco mayor sobre series, es posible mostrar que al extraer la raíz cuadrada de $1/(1-r) = 1 + r + r^2 + \cdots + r^n + \ldots$ obtenemos

$$\frac{1}{\sqrt{1-r}} = 1 + \frac{1}{2}\,r + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\,r^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\,r^3 + \cdots + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdots\frac{2n-1}{2n}\,r^n + \ldots$$

para todo $r \in (-1, 1)$.

Definiendo la integral de Wallis como $I_n = \displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin^n(x)\,dx$, podemos obtener expresiones explícitas para I_{2k} e I_{2k+1} para todo $k \in \mathbb{N}$ vía integración por partes. Con esto podemos deducir la fórmula de Wallis, $\displaystyle\lim_{k\to\infty} \frac{1}{k}\left[\frac{2\cdot 4\cdot 6\cdots(2k)}{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2k-1)}\right]^2 = \pi$. Demostrando $\arcsin(x) = 1 + \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2k-1)}{2\cdot 4\cdots(2k)}\frac{x^{2k+1}}{2k+1}$ y reduciendo $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^{2k+1}}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$ a una integral de Wallis podemos probar $\displaystyle\int_0^1 \frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(2k+1)^2}$ y concluir $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$. Encontrar el valor de esta última serie fue un famoso problema abierto de la teoría analítica de números conocido como el problema de Basilea resuelto por primera vez por Euler en 1741.

Profesor del curso: Manuel Loaiza Vasquez.

Lima, 8 de junio de 2024.