Pre-Informe Trabajo final

Grupo 2

Mayo 2020 - DSP

1 Marco teórico

Con la finalidad de explicar el funcionamineto de la transformada de Wavelet se comenzara respondiendo la siguiente pregunta: ¿Porqué es importa la transformada Wavelet en el procesamiento digital de señales?.
Para responder esta pregunta primero definimos que es una señal estacionaria y una señal no estacionaria:

- Señal estacionaria: en este tipo de señales la frecuencia no varia en el tiempo (Fig 1).

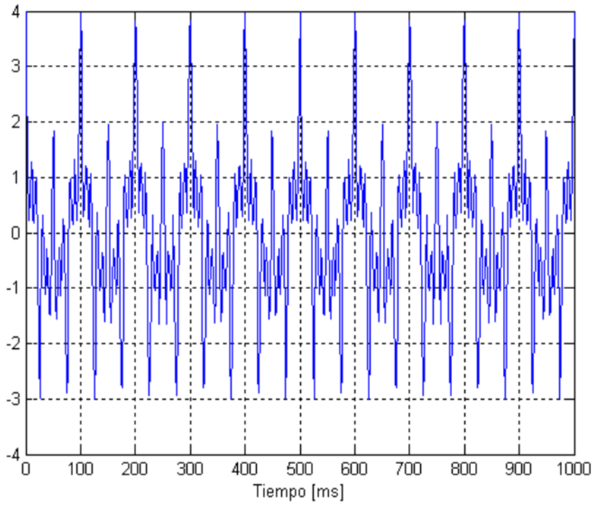

Figure 1: Ejemplo de señal estacionaria. Fuente:

- Señal no estacionaria: este tipo de señales presenta variaciones en las componentes de frecuencia a lo largo del tiempo (Fig 2).

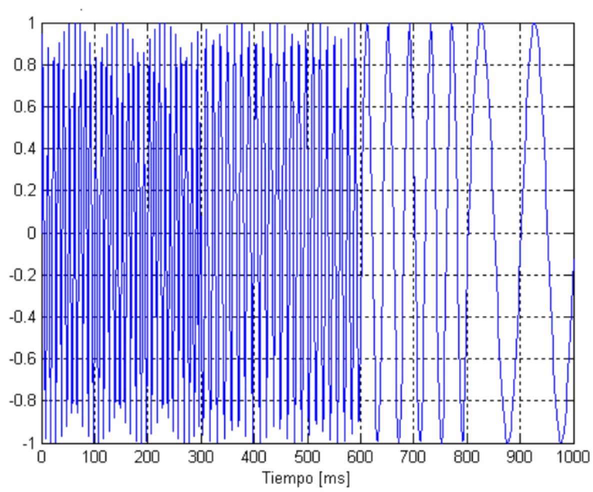

Figure 2: Ejemplo de señal no estacionaria. Fuente:

Si queremos extraer información de este tipo de señales es inmediato pensar en el analisis en frecuencia y por lo tanto en la transformada de Fourier:

$$X(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\Omega t}dt \quad (1)$$

Esta ecuación brinda una representación en el dominio de la frecuencia de una señal estacionaria, ya que Ω esta definida para todo el intervalo $(-\infty, \infty)$. Por lo tanto, la transformada de fourier brinda resultados óptimos cuando el contenido de frecuencia de la señal no cambia en el tiempo. Si se requiere analizar una señal como, por ejemplo, la de la figura 2 con la transformda de fourier, obtendriamos las componentes de frecuencia presentes en esta señal pero no tendriamos ningun tipo de iformacíon temporal del momento en el que cambia la frecuencia y tampoco donde se produce el spike [1]. Esta información es muy importante para analizar, por ejemplo, sistemas físicos donde se quiera averiguar el tiempo en que la frecuencia de oscilación o la densidad de un material x cambie, y utilizarla para encontrar el fenómeno que la produce.
AGREGAR FIGURAS QUE MUESTREN LO ANTERIOR Y TAMBIEN LO DEL SPIKE

La Transformada Wavelet o tambien llamada Transformada ondeleta, soluciona los problemas que presenta la transformada de Fourier con señales no estacionarias. Utilizando un análisis multiresolución con ventanas de longitud variable las cuales se adaptan a la frecuencia de la señal. Las ventanas utilizadas por la Transformada de Wavelet cumplen lo siguiente:

- Si se necesia mayor precisión en baja frecuencia la ventana tiene un intervalo temporal grande.
- Si se necesita mayor información en alta frecuencia, la ventana tendra un intervalo temporal mas pequeño.

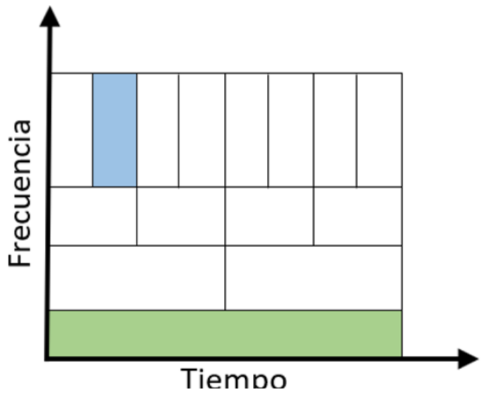

Figure 3: Esquema de las ventanas en la transformada Wavelet

En la figura 3 se observa en color verde la ventana que cumple el primer item. Es decir, se requiere analizar componentes de baja frecuencia y por lo tanto el intervalo temporal es grande (ventana amplia). El otro item se ve en la ventana azul, para un analisis en grandes frecuencias la ventana temporal sera pequeña (ventana angosta). Estas ventanas presentadas de forma esquemática en la figura 3 tiene una forma especifica y es lo le da el nombre a esta transformada. Una *Wavelet* es una "pequeña onda" que tiene su energia concentrada en un periodo de tiempo determinado, son de duración definida, irregulares y asimétricas, lo que les permite adaptarse y converger de mejor manera a la señal que se quiere analizar. Haciendo un paralelismo con la tranformada de fourier donde se utilizan senos y cosenos para representar una señal, aqui se utiliza una *Wavelet Madre* y sus "Wavelets hijas" o "átomos de wavelet". Es decir, mientras que con fourier se agregan senos y cosenos para lograr una mejor representación, aqui se agregan Wavelets hijas. Con el fin de explicar esto planteamos la Transformada Wavelet continua:

$$T(a, b) = \frac{1}{sqrt(a)} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\Psi(\frac{t-b}{a})dt \quad (2)$$

Las wavelets hijas mencionadas corresponden a una traslación y/o dilatación (escala) de la Wavelet Madre (Ψ), segun corresponda el análisis. La escala esta representada por el coeficiente a y la traslación por b (en la ecuación 2). Si relacionamos esto con los items (poner numuero los items), si $a < 1$ la información obtenida de la transformada va estar localizada en el dominio del tiempo (buena resolución temporal) y si $a > 1$ la información esta localizada en el dominio de la frecuencia (buena resolución en frecuencia). El coeficiente b simplemente desplaza temporalmente la ventana. Algunas de las Wavelets Madres mas utilizados son:

[1] Irregularidad en la señal VER

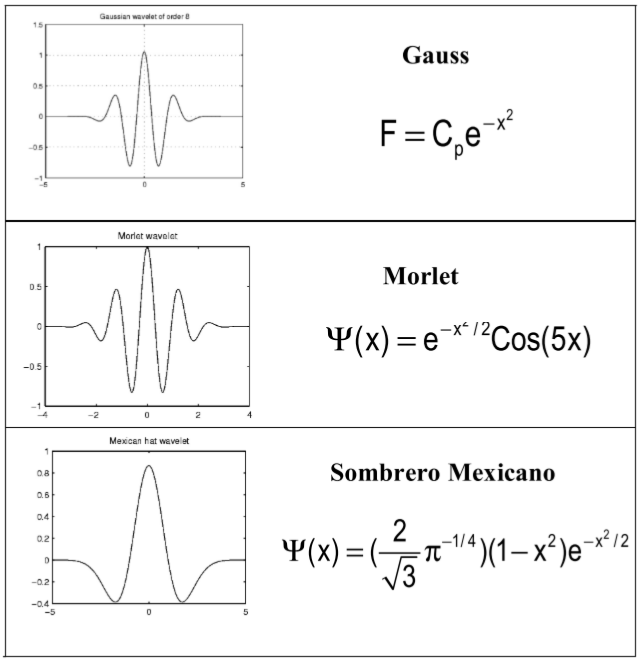

Figure 4: Tipos de Wavelet Madres más utilizadas. Fuente: