



# Delocalización y entropía cerca de cruces evitados

I. Siliceo-Guzmán <sup>a</sup>, D. J. Nader <sup>b</sup>, M. Kumari <sup>c</sup> y S. Lerma-Hernández <sup>a</sup>

(a) Facultad de Física, Universidad Veracruzana  
(b) Department of Chemistry, Brown University  
(c) Perimeter Institute for Theoretical Physics



**Resumen:** Se aborda el estudio de la entropía de Wehrl alrededor del valor del acoplamiento correspondiente a los cruces evitados que exhibe el espectro de energía en el modelo de Lipkin Meshkov Glick. En general, para cada par de niveles de energía involucrados en el cruce evitado se presenta una superposición de la función de Husimi de ambos estados (delocalización), dicho comportamiento se extiende en la vecindad del parámetro de acoplamiento y se diluye suavemente. Como consecuencia de esto se presenta un incremento súbito de la entropía centrado en el acoplamiento de cruce evitado y posteriormente ocurre un intercambio de la entropía. En este trabajo se encontró que la anchura del pico decrece exponencialmente con la energía promedio de los niveles consecutivos, dificultando su detección en estados quasi degenerados.

## Introducción

El modelo de Lipkin-Meshkov-Glick (LMG) exhibe cruzamientos evitados en su espectro de energía entre pares de niveles por arriba de la ESQPT.

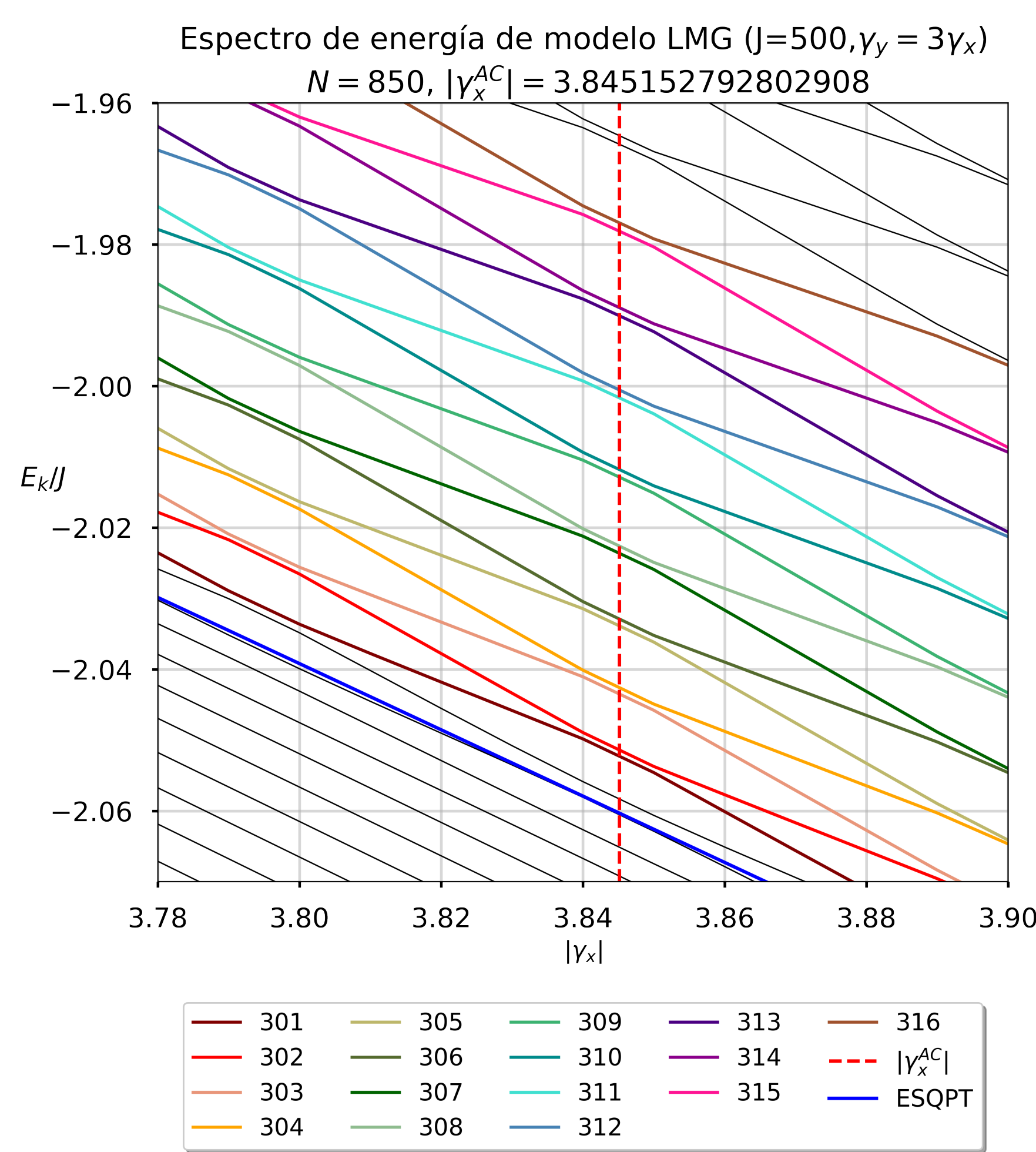


Figura: Espectro de energía de  $\hat{H}_{LMG}$

Se ha observado que la función de Husimi de dos niveles consecutivos se superpone justo en el valor del parámetro de acoplamiento correspondiente a los cruces evitados. Dicha superposición está conectada con el tunelamiento dinámico que aparece en la evolución de un estado coherente provocando saltos entre diferentes trayectorias del espacio fase. Este comportamiento está acompañado de un incremento súbito de la entropía de Wehrl en el acoplamiento de cruce evitado (1).

En este trabajo se busca explorar la entropía de Wehrl en la vecindad del acoplamiento de cruce evitado y observar que tanto se podría extender el tunelamiento dinámico.

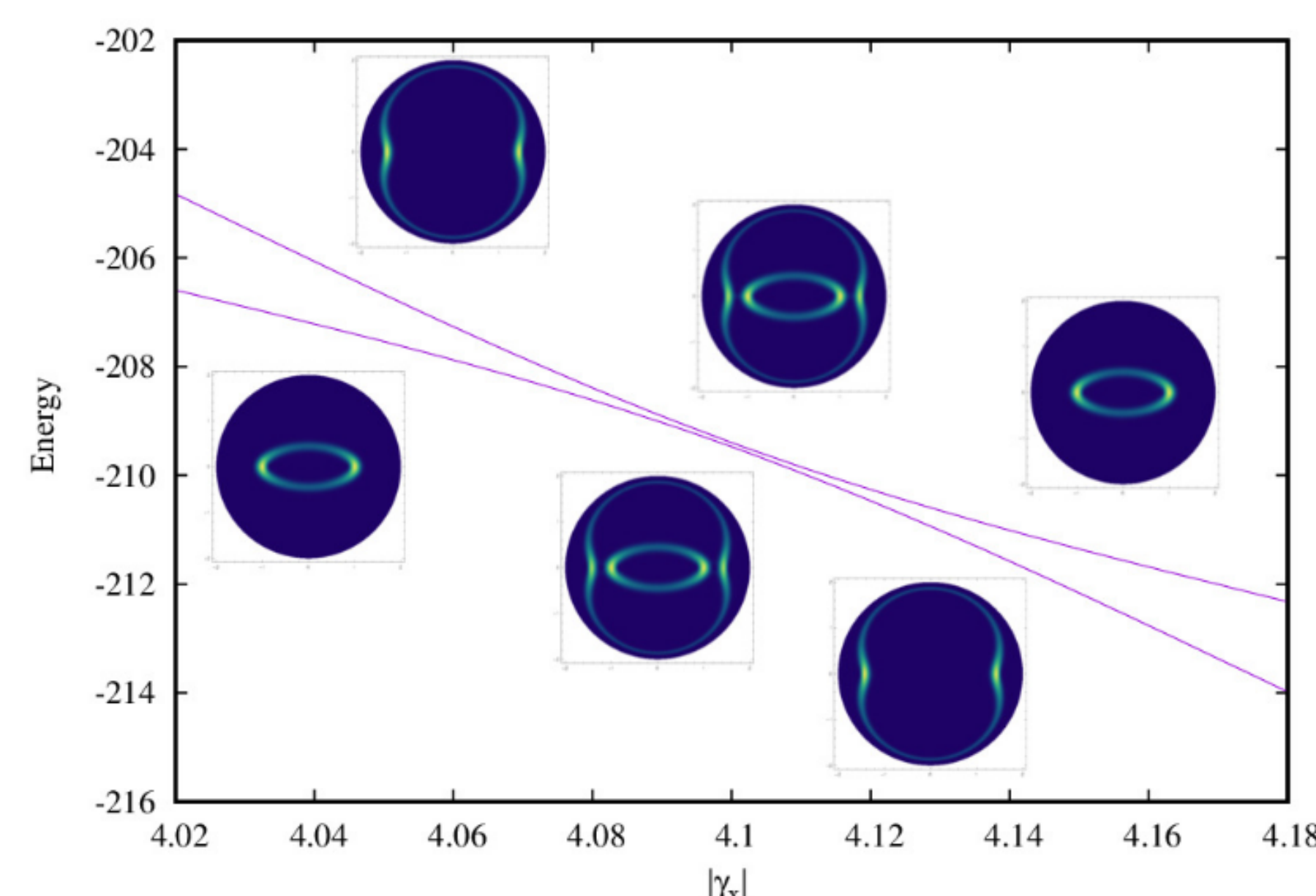


Figura: Superposición en la función de Husimi

## Metodología

El Hamiltoniano LMG en términos de operadores de pseudospin está dado por

$$\hat{H}_{LMG} = \epsilon_0 \left[ \hat{J}_z + \left( \frac{\gamma_x}{2J-1} \right) \hat{J}_x^2 + \left( \frac{\gamma_y}{2J-1} \right) \hat{J}_y^2 \right] \quad (1)$$

donde  $\gamma_x$ ,  $\gamma_y$  denotan los parámetros de acoplamiento. Para un valor particular de  $J$  es posible diagonalizar el Hamiltoniano en la base de vectores propios de  $\hat{J}^2$ .

Se agradece apoyo del proyecto CONACYT CB2015-01/255702

La función de Husimi se interpreta como una quasis-distribución de probabilidad y está definida por el cuadrado de la proyección de un estado coherente en un estado propio del modelo

$$Q_k(\alpha) = |\langle \alpha | E_k \rangle|^2 \quad (2)$$

En este estudio se utiliza un estado coherente de Bloch

$$|\alpha\rangle = \frac{e^{\alpha \hat{J}_+}}{(1 + |\alpha|^2)^J} |J - J\rangle. \quad (3)$$

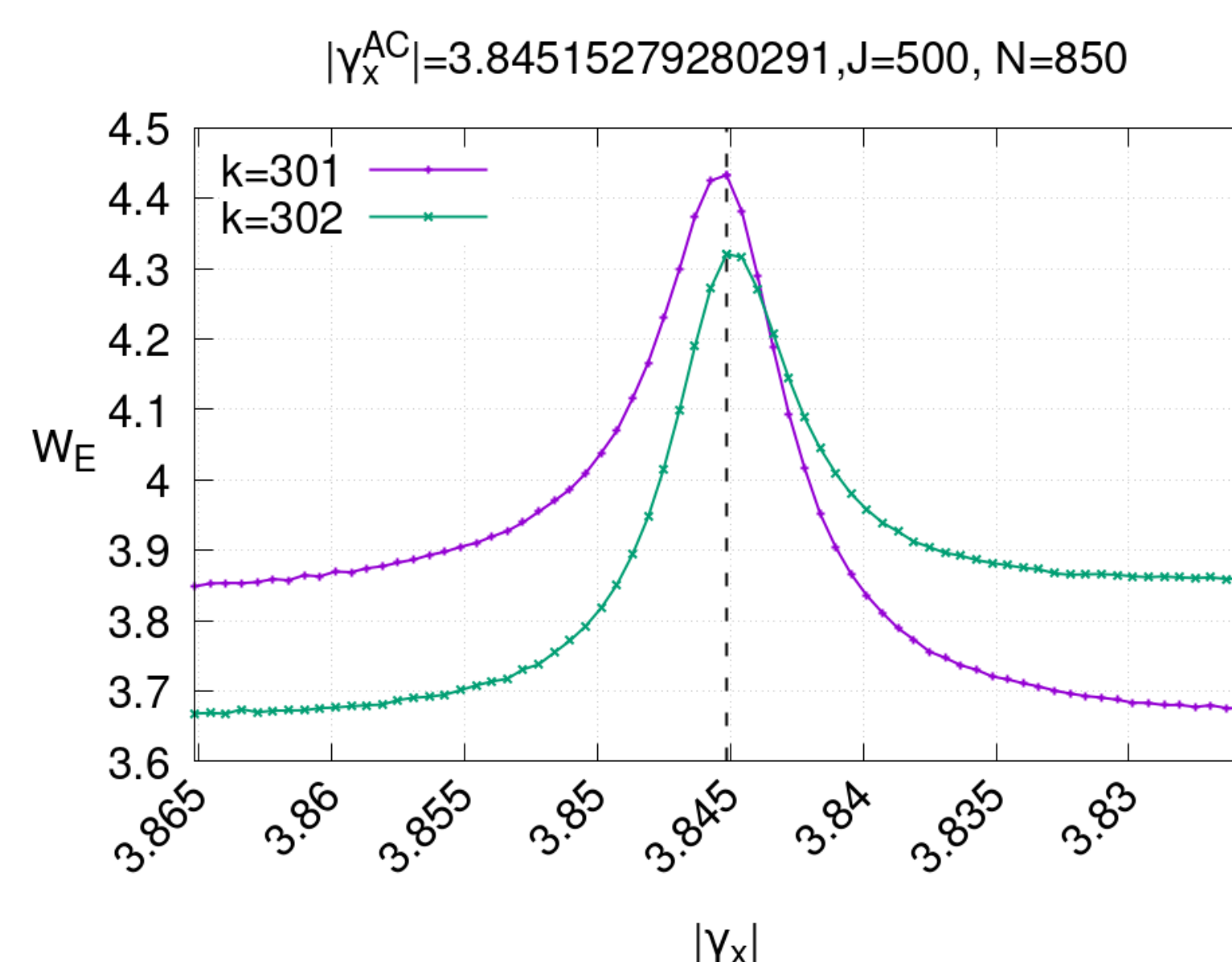
Como medida de localización, utilizamos la entropía de Wehrl

$$W_E = - \int Q_k(\alpha) \ln Q_k(\alpha) d\Omega \quad (4)$$

evaluando la integral numéricamente por el método de Monte Carlo. En lo consecuente, exploramos el comportamiento de la entropía de Wehrl en la vecindad del cruce evitado que aparece cuando  $\gamma_x \approx -3.84$ ,  $\gamma_y = 3\gamma_x$ ,  $\epsilon_0 = 1$ .

## Desarrollo

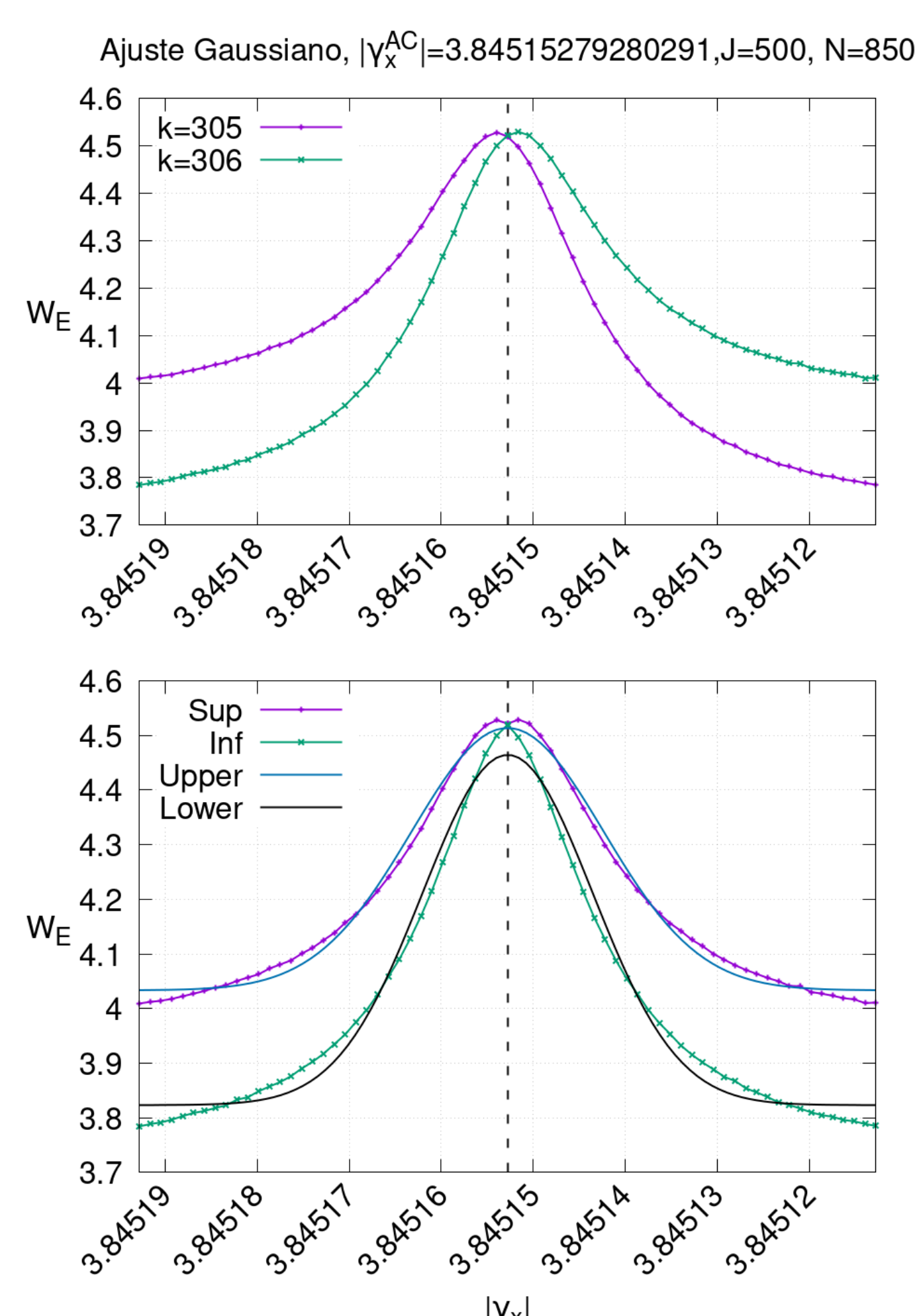
La entropía entre niveles consecutivos sufre un incremento súbito centrado en el acoplamiento de cruce evitado y posteriormente se intercambian.



Para analizar el ancho de las curvas se realizó un ajuste gaussiano de la forma

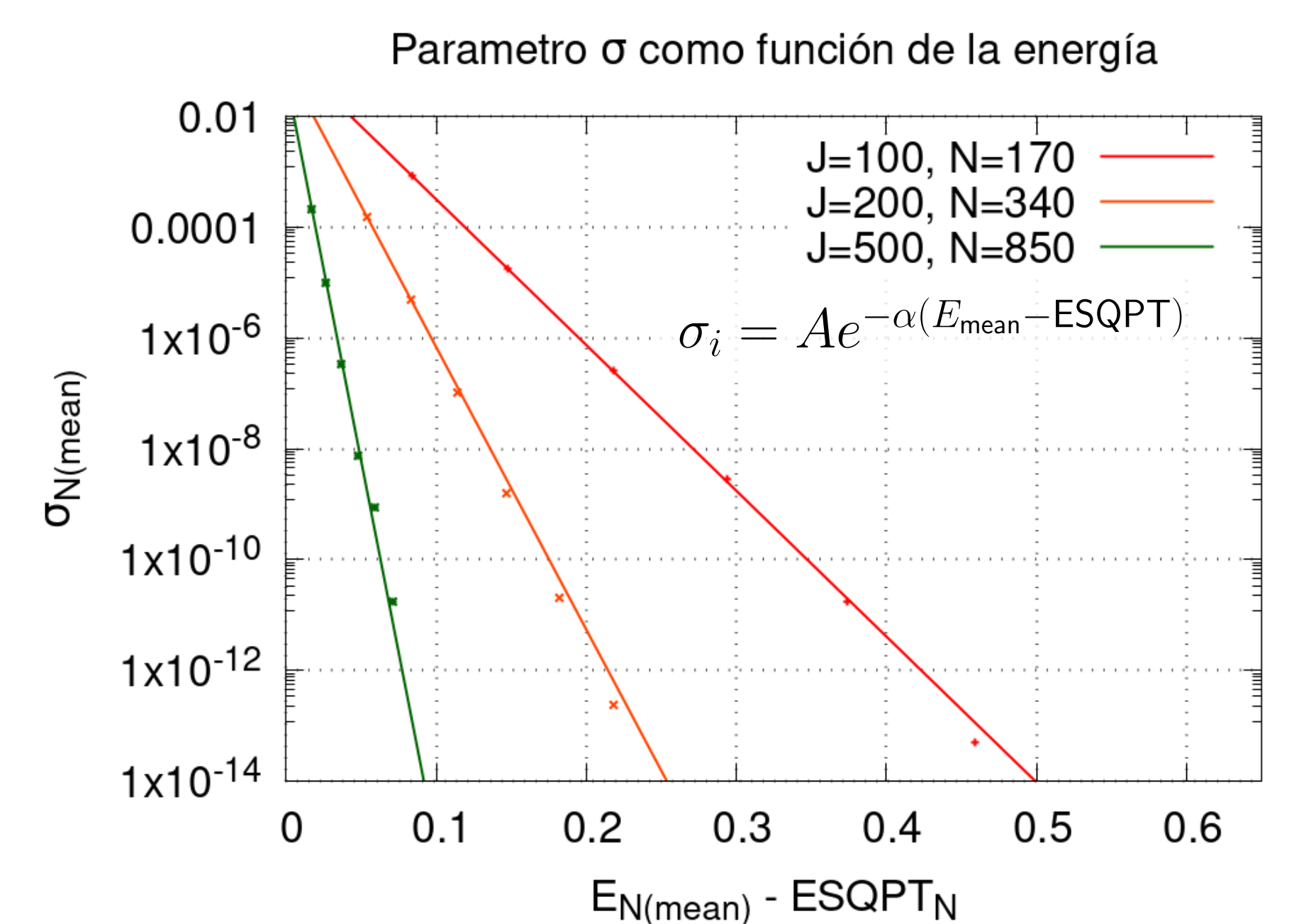
$$f(\gamma_x) = A + \frac{a}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(\gamma_x - |\gamma_x^AC|)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (5)$$

a cada par de estados, aproximadamente en el mismo cruce evitado, para valores de  $J = 100, 200, 500$ .

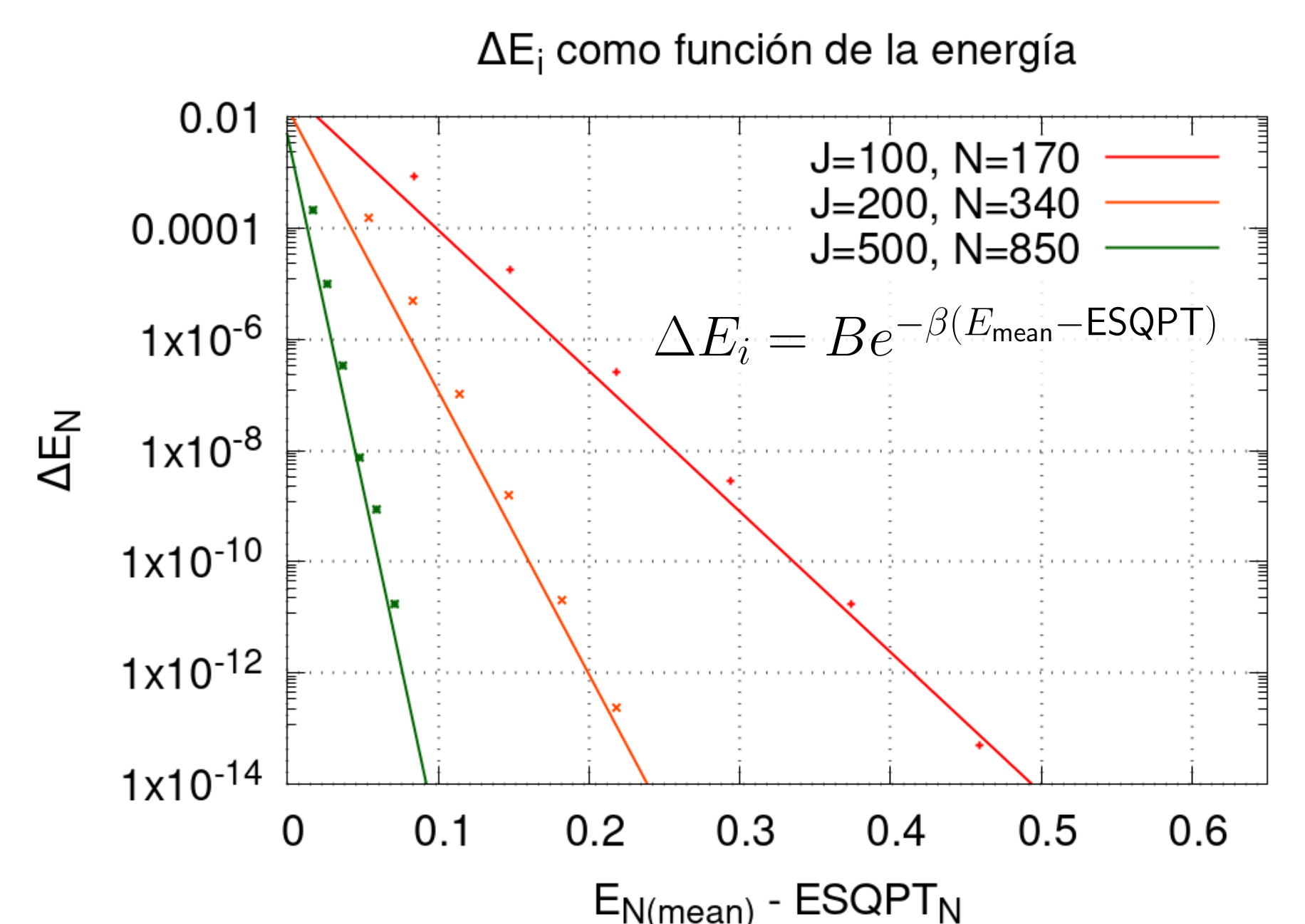


## Resultados

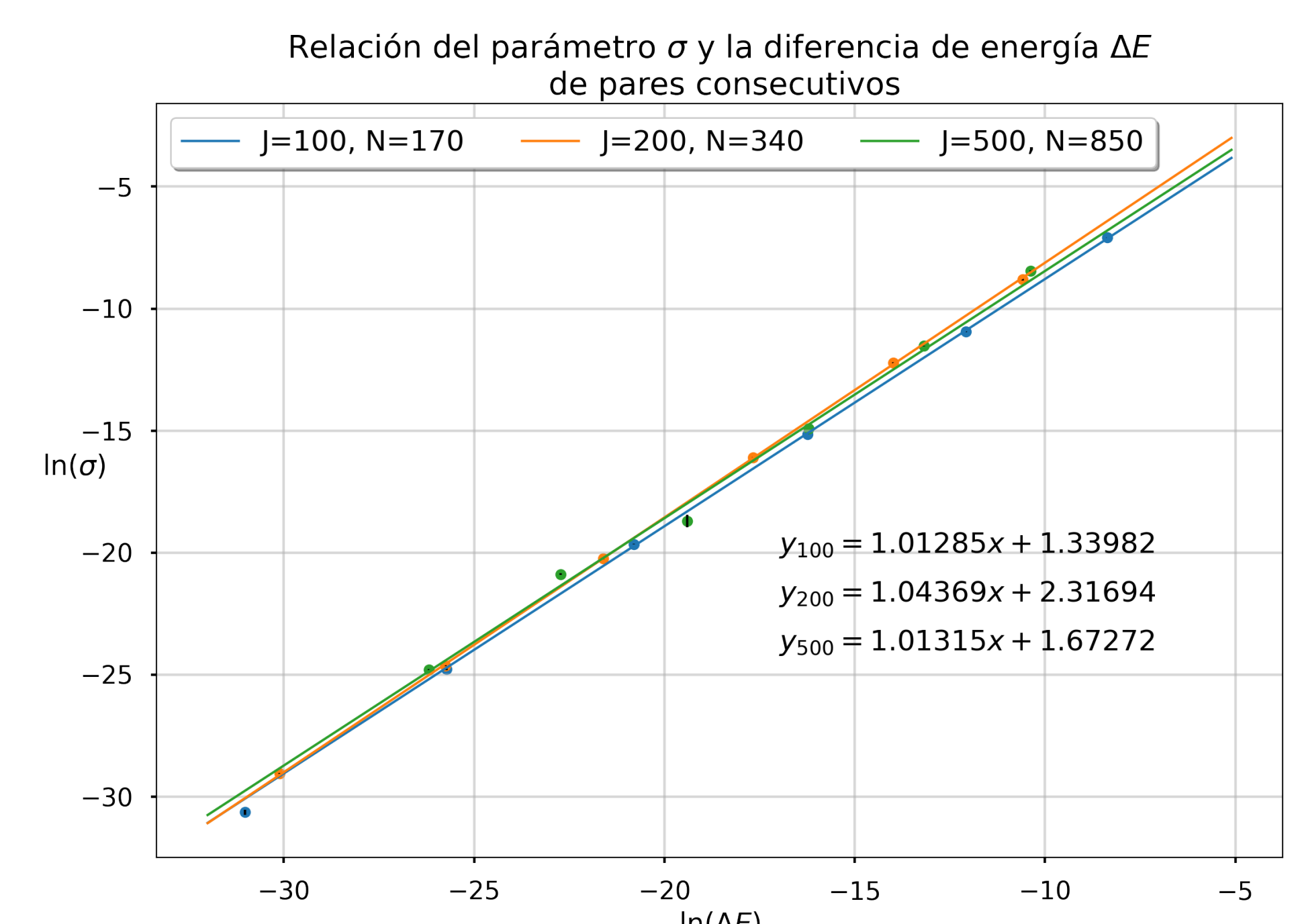
El parámetro  $\sigma$  (de ensanchamiento) decrece exponencialmente como función de la energía, lo que dificulta la detección del pico para niveles más altos, requiriendo una precisión  $1 \times 10^{-40}$  para detectar la anchura.



Por otro lado, se encontró que la diferencia de energía de niveles consecutivos también decrece exponencialmente.



Como se muestra en la siguiente figura, esta diferencia muestra estar correlacionada con el parámetro  $\sigma$  promedio de las curvas de entropía.



## Conclusión

Se encontró que el ensanchamiento del pico en la entropía de Wehrl y la diferencia de energía entre niveles consecutivos decrece exponencialmente cuando aumenta la energía, lo cual dificultaría observar tunelamiento dinámico a energías lejanas de la ESQPT.

## Referencias

1. D. J. Nader, C. A. González-Rodríguez y S. Lerma-Hernández, *Phys. Rev. E* **104**, 064116, (<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.104.064116>) (6 dic. de 2021).