1er Examen Departamental de Álgebra Lineal

Profesor: Encarnación Salinas Hernández

June 29, 2021

Resolver de forma clara y precisa haciendo los pasos necesarios, todos los ejercicios; hacerlo en "Hojas Blancas" para facilitar su calificación. Escribir Nombre completo y deberán de tomarse "Muy en cuenta las siguientes indicaciones":
1.- El examen comienza a las 12:00 y termina a las 13:50
2.- Se deberá de subir en un sólo archivo todo el examen resuelto, y todas la paginas en posición vertical (que las respuestas no esten rotadas), si se llega a subir alguna pagina en posición rotada, No se calificará

1 Problema

a) Aplicando $Gauss - Jordan$, resolver el siguiente Sistema de Ecuaciones Lineales.

$$\begin{array}{cccc} 3x_1 & +6x_2 & -6x_3 & = -9 \\ 2x_1 & -5x_2 & 4x_3 & = 6 \\ -1x_1 & +16x_2 & -14x_3 & = -3 \end{array}$$

b) En el siguiente sistema de Ecuaciones Lineales

$$\begin{array}{cccc} 2x_1 & -x_2 & -kx_3 & = 0 \\ x_1 & -2x_2 & -x_3 & = 1 \\ -x_1 & +0x_2 & +2x_3 & = k \end{array}$$

Determine el valor de k, para que el sistema: i) No tenga solución, ii) Tenga un número infinito de soluciones, iii) Tenga una uńica solución

2 Problema

a) Calcular el siguiente Determinante

$$\begin{vmatrix} -10 & 7 & 0 & 0 \\ -5 & 4 & -1 & 7 \\ -10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -1 \end{vmatrix}$$

2do Examen Dep. de Algebra Lineal

Profesor Encarnación Salinas Hernández

June 29, 2021

Resolver de forma clara y precisa haciendo los pasos necesarios, todos los ejercicios; hacerlo en hojas blancas para facilitar su calificación. Escribir Nombre completo y deberán de tomarse "Muy en cuenta las siguientes indicaciones":
1.- El examen comienza a las 8:30 y termina a las 10:10
2.- Se deberá de subir en un sólo archivo todo el examen resuelto, y todas la paginas en posición vértical (que las respuestas no esten rotadas), si se llega a subir alguna pagina en posición rotada, No se calificará

1 Problema

a) Determinar si el siguiente conjunto de vactores en R^3 de la forma (x, x, x), genera un espacio vectorial, de no ser asi, indique que propiedades no se cumplen

b) Determine si el siguiente conjunto de vectores es linealmente dependiente o independiente $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

c) Encuentre el rango y la nulidad de la siguiente Matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & -2 \\ -3 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

2 Problema

a) Escriba $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, en términos de la base

$$\begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) Sea $H = (x, y, z, w) : ax + by + cz + dw = 0$, donde a, b, c, d, son números reales, no todos cero. Demuestre que H es un subespacio propio de R^4, H se llama el un Hiperplano en R^4, que pasa por el origen

3 Problema

a) En R^3 suponga que $(X)_{B_1} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, donde $B_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$, escriba X, en términos de la base $B_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) Determinar si la matriz es invertible, de ser así calcule su inversa

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & -2 \\ -1 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

3 Problema

a) Aplicando la fórmula $A^{-1} = \frac{1}{detA} AdjA$, siendo la matriz A

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -6 \\ 1 & -10 & 2 \\ 1 & 4 & 13 \end{pmatrix}$$

Calcule A^{-1} y verifique que $AA^{-1} = I$

b) Tres rectas que no son paralelas, por pares determinan un triángulo en el plano. Suponga que las rectas estan dadas por

$$\begin{array}{llll} a_{11}x & +a_{12}y & +a_{13} & = 0 \\ a_{21}x & +a_{22}y & +a_{23} & = 0 \\ a_{31}x & +a_{32}y & +a_{33} & = 0 \end{array}$$

Demuestre que el área determinada por las rectas es

$$\frac{\pm 1}{A_{13}A_{23}A_{33}} \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{vmatrix}$$

Primera evaluación parcial de Álgebra Lineal

Cada ejercicio vale 2 puntos. Tus procedimientos deben ser claros, de esto depende tu calificación.

1. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones mediante el método de Gauss-Jordan y comprueba tus respuestas mediante la regla de Cramer (determinantes):

$$x + 3y + 2z = 5$$
$$2x + y + 3z = 1$$
$$3x - 2y - z = 0$$

2. Dadas las matrices D y E que se presentan, determina la matriz $D * E - 2D$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

3. Calcula la matriz adjunta y, mediante esta, la inversa de la siguiente matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

4. Determina la factorización LU de la matriz siguiente:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

Primera evaluación parcial de Álgebra Lineal

Cada ejercicio vale 2 puntos. Tus procedimientos deben ser claros, de esto depende tu calificación.

1. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones mediante el método de Gauss-Jordan y comprueba tus respuestas mediante la regla de Cramer (determinantes):

$$2x + y + 3z = 1$$

$$3x - 2y - z = 0$$

$$x + 3y + 2z = 5$$

2. Dadas las matrices D y E que se presentan, determina la matriz $D^2 - 3E$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

3. Calcula la matriz adjunta y, mediante esta, la inversa de la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

4. Determina la factorización LU de la matriz siguiente:

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & -4 & 2 \end{bmatrix}$$

Tercera evaluación parcial de álgebra lineal

Resuelve los siguientes problemas describiendo el procedimiento utilizado. Cada ejercicio tiene un valor de 20 puntos para un total de 80.

1. Calcula la matriz P que diagonaliza $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}$ mediante los valores y vectores propios de A.

2. Determina una base para el kernel y el rango, así como las dimensiones de estos, para la transformación lineal $T: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ dada por
$$T(w, x, y, z) = (w + 2x + z, 2w - x + 2y - z, w - 3x + 2y - 2z)$$

3. Utiliza la diagonalización de la forma cuadrática de la ecuación
$$6x^2 + 9y^2 - 4xy - 4\sqrt{5}x - 18\sqrt{5}y - 5 = 0,$$
para rotar la cónica que representa e identifica el tipo de figura a la que corresponde.

4. Dado el vector $(4,4,4)$ aplique las siguientes transformaciones lineales y reporte las matrices asociadas y el vector resultante
   a. Una rotación de 30° alrededor del eje x
   b. Un aumento al 25%
   c. Una rotación de 45° alrededor del eje z

Tercera evaluación parcial de álgebra lineal

Resuelve los siguientes problemas describiendo el procedimiento utilizado. Cada ejercicio tiene un valor de 20 puntos para un total de 80.

1. Calcula la matriz P que diagonaliza $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ mediante los valores y vectores propios de A.

2. Determina una base para el kernel y el rango, así como las dimensiones de estos, para la transformación lineal $T: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ dada por
$$T(w, x, y, z) = (w + 2y - z, 2w + 3x - y + z, -2w - 5y + 3z)$$

3. Utiliza la diagonalización de la forma cuadrática de la ecuación
$$5x^2 + 5y^2 - 6xy - 30\sqrt{2}x + 18\sqrt{2}y + 82 = 0,$$
para rotar la cónica que representa e identifica el tipo de figura a la que corresponde.

4. Dado el vector $(2,2,2)$ aplica las siguientes transformaciones lineales y reporta las matrices asociadas y el vector resultante
    a. Una rotación de 45° alrededor del eje y
    b. Un aumento al 50%
    c. Una rotación de 60° alrededor del eje x

2ª evaluación parcial de Álgebra Lineal

Resuelve los siguientes ejercicios, recuerda que se califica el proceso.

1. Dado el espacio vectorial de matrices 2x2, verifica si el conjunto de matrices de la forma $\begin{pmatrix} a & b \\ c & 0 \end{pmatrix}$ forman un subespacio vectorial. 1.5 puntos

2. Comprueba que el conjunto $B = \{t^2 - 2t + 1, t - 1, 1\}$ es una base del espacio vectorial **P₂**. Escribe al polinomio $(2t-3)^2$ como combinación lineal de la base B. 1.5 puntos

3. Determina la matriz de cambio de base entre la base estándar de $\mathbb{R}^3$ y la base dada por $S = \{(1,0,1), (0,1,1), (1,1,0)\}$. Si se tiene la base $T = \{(1,1,1), (1,1,0), (1,0,0)\}$, determina la matriz de transición de T a S. 1.5 puntos

4. Calcula el producto interno, la norma de cada vector, la distancia y el ángulo entre ellos, para los vectores (1,0) y (0,1) con el producto interno dado por $\langle u, v \rangle = x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3x_2y_2$. 2 puntos

5. Utiliza el método de Gram-Schmidt para calcular la base ortonormal de $\mathbb{R}^3$, mediante la base $B = \{(1,0,1), (0,1,1), (1,1,0)\}$ y el producto interno estándar. 1.5 puntos

2ª evaluación parcial de Álgebra Lineal

Resuelve los siguientes ejercicios, recuerda que se califica el proceso.

1. Dado el espacio vectorial de matrices 2x2, verifica si el conjunto de matrices de la forma $\begin{pmatrix} 0 & b \\ a & c \end{pmatrix}$ forman un subespacio vectorial. 1.5 puntos

2. Comprueba que el conjunto $B = \{t^2 + 2t + 1, t + 1, 1\}$ es una base del espacio vectorial **P_2**. Escribe al polinomio $(2t + 3)^2$ como combinación lineal de la base B. 1.5 puntos

3. Determina la matriz de cambio de base entre la base estándar de $\mathbb{R}^3$y la base dada por $S = \{(1,1,1), (1,1,0), (1,0,0)\}$. Si se tiene la base $T = \{(1,0,1), (0,1,1), (1,1,0)\}$, determina la matriz de transición de T a S. 1.5 puntos

4. Calcula el producto interno, la norma de cada vector, la distancia y el ángulo entre ellos, para los vectores (-1,0) y (0,-1) con el producto interno dado por $\langle u, v \rangle = x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3x_2y_2$. 2 puntos

5. Utiliza el método de Gram-Schmidt para calcular la base ortonormal de$\mathbb{R}^3$, mediante la base $B = \{(1,1,1), (1,1,0), (1,0,0)\}$ y el producto interno estándar. 1.5 puntos

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

TERCER EXAMEN DEPARTAMENTAL DE ALGEBRA LINEAL

Nombre:____ **Fecha:**

Instrucciones:
Contesta clara, limpia y ordenadamente. No omitas ningún razonamiento. Escribe el resultado con tinta. No se permite el uso de formulario.

1. Encuentra la matriz Q que diagonaliza ortogonalmente a la matriz

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$ y verifica que $Q^{-1}AQ = D$, donde *D* es una matriz diagonal

cuyas componentes diagonales son los valores propios de A

Para la matriz A anterior utiliza la diagonalización para calcular A^4

Valor 4 Puntos

2. Considera la siguiente transformación lineal $T : P_3 \to M_{22}$ definida como:

$$T : (a + bx + cx^2 + dx^3) = \begin{pmatrix} a + c + 2d & 2a + b + c + 4d \\ 2a + b + c + 3d & a + b + 2d \end{pmatrix}$$

a) Es un isomorfismo o no, demuestre.
b) Encontrar la representación matricial de la transformación, respecto a las base canonícas de P3 y de M22.

Valor 3 Puntos

3.- Considere la siguiente transformación lineal $T : P_1 \to P_2$ definida como:

$$T(p(x)) = x.p(x) + p(0)$$

a) Determine el kernel y la imagen de la transformación, y mencione que dimensión tiene cada uno de ellos; así como si es isomorfismo o no.
b) Encuentre la representación matricial de la transformación respecto a las siguientes bases: $B_1 = \{x+1, x-1\}$ y $B_2 = \{x^2+1, x-1, x+1\}$.
c) Verificar la relación [T (u)]B2 = MT [u]B1 para el vector u=3x-2

Valor 3 Puntos

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

SEGUNDO EXAMEN DEPARTAMENTAL DE ALGEBRA LINEAL

Nombre:____ **Fecha:**

Instrucciones:
Contesta clara, limpia y ordenadamente. No omitas ningún razonamiento. Escribe el resultado con tinta. No se permite el uso de formulario ni calculadora. Valor de cada uno de los problemas 2.5 puntos

PROBLEMA 1 a) Encuentra una base ortonormal para el espacio solución del sistema de ecuaciones lineales homogéneo. b) Encuentra la nulidad y el rango de la matriz de coeficientes:

$$
\begin{aligned}
&x_1 + x_2 + 2x_4 = 0\\
&-2x_1 - 2x_2 + x_3 - 5x_4 = 0\\
&x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 0\\
&4x_1 + 4x_2 - x_3 + 9x_4 = 0
\end{aligned}
$$

PROBLEMA 2 Si los vectores $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ pertenecen a R^3, donde $v_1 = (1,-1,1)$, $v_2 = (-2,3,-1)$, $v_3 = (-3,5,-1)$, $v_4 = (1,2,-4)$, construye una base ortonormal de R^3 a partir de ellos..

PROBLEMA 3 Sean $S = \{v_1, v_2, v_3\}$ y $T = \{w_1, w_2, w_3\}$ dos bases del espacio vectorial $R3$, donde $w_1 = (0, 1, 1)$, $w_2 = (1, 0, 0)$ y $w_3 = (1, 1, 0)$. Si la matriz de cambio de la base T a la base S esta dada por:

$$P_{T\to S} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$ Cuáles son los vectores de la base S

PROBLEMA 4 Considera las siguientes bases del espacio vectorial R^3, $B = \{(0,-2,3),(0,1,1),(1,1,0)\}$ y $C = \{(0,-1,1),(0,3,0),(1,-1,1)\}$. Sean $[u]_c = (2,1,3)$ y $[v]_B = (-1,4,1)$, dos vectores escritos en términos de las bases B y C respectivamente.

a) Determinar la matriz de transición de la base C a la base B.
b) Determinar la matriz de transición de la base B a la base C.
c) Encuentra $[u]_B$.
d) Encuentra $[v]_C$.

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

PRIMER EXAMEN DEPARTAMENTAL DE ALGEBRA LINEAL

Nombre:____ **Fecha:**

Instrucciones:
Conteste clara, limpia y ordenadamente. No omitas ningún razonamiento. Escribe el resultado con tinta. No se permite el uso de formulario ni calculadora. Valor de cada uno de los problemas 2 puntos

1. Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} kx + y + z - 1 &= 0 \\ x + ky + z - 1 &= 0 \\ x + y + kz - 1 &= 0 \end{aligned}$$

Que valores deben tomar el parámetro k para que el sistema:

a) Tenga solución única
b) Tenga un conjunto infinito de soluciones
c) No tenga solución

2. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones lineales y muestre con el resultado la ley de los cosenos, donde a, b, c≠0, son números reales.

$$\begin{aligned} c\cos\alpha + a\cos\gamma &= b \\ b\cos\alpha + a\cos\beta &= c \\ c\cos\beta + b\cos\gamma &= a \end{aligned}$$

3. Encuentre el determinante de la siguiente matriz, utilizando únicamente las propiedades.

$$B = \begin{pmatrix} a_1^2 & a_1 & 1 \\ a_2^2 & a_2 & 1 \\ a_3^2 & a_3 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Determine la inversa de la matriz D.

$$D := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Considere la siguiente matriz A, para que valores del parámetro k, la matriz es invertible.

$$A := \begin{pmatrix} k+3 & -1 & 1 \\ 5 & k-3 & 1 \\ 6 & -6 & k+4 \end{pmatrix}$$

Examen Extraordinario de Algebra Lineal del Grupo 2SCM5

Profesor Encarnación Salinas Hernández

June 28, 2021

Resolver de forma clara y precisa haciendo los pasos necesarios, todos los ejercicios; hacerlo en hojas blancas para facilitar su calificación. Escribir Nombre completo y deberán de tomarse "Muy en cuenta las siguientes indicaciones":
1.- El examen comienza a las 12:00 y termina a las 13:40
2.- Se deberá de subir en un sólo archivo todo el examen resuelto, y todas la paginas en posición vertical (que las respuestas no esten rotadas), si se llega a subir alguna pagina en posición rotada, No se calificará

1 Problema

a) Aplicando $Gauss - Jordan$, resolver el siguiente Sistema de Ecuaciones Lineales.

$$\begin{array}{cccc} x_1 & -3x_2 & +5x_3 & = 8 \\ 6x_1 & +x_2 & +8x_3 & = 12 \\ 3x_1 & -2x_2 & -4x_3 & = -3 \end{array}$$

b) Aplicando la fórmula $A^{-1} = \frac{1}{detA} AdjA$, siendo la matriz A

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 2 & -10 & 3 \\ -2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Calcule A^{-1} y además verifique que se cumple: $AA^{-1} = I$

2 Problema

Construir el conjunto Ortonormal asociado, al siguiente conjunto de vectores $\{2 - 4x + 3x^2, -1 + 2x - x^2, 5 - 2x^2\}$ en $P_2[0, 1]$

Examen Extraordinario de Algebra Lineal del Grupo 2SCM3

Profesor Encarnación Salinas Hernández

June 28, 2021

Resolver de forma clara y precisa haciendo los pasos necesarios, todos los ejercicios; hacerlo en hojas blancas para facilitar su calificación. Escribir Nombre completo y deberán de tomarse "Muy en cuenta las siguientes indicaciones":
1.- El examen comienza a las 10:20 y termina a las 12:00
2.- Se deberá de subir en un sólo archivo todo el examen resuelto, y todas la paginas en posición vertical (que las respuestas no esten rotadas), si se llega a subir alguna pagina en posición rotada, No se calificará

1 Problema

a) Aplicando $Gauss - Jordan$, resolver el siguiente Sistema de Ecuaciones Lineales.

$$\begin{array}{cccc} 2x_1 & -x_2 & +6x_3 & =7 \\ 15x_1 & +x_2 & +8x_3 & =16 \\ 3x_1 & +2x_2 & -4x_3 & =3 \end{array}$$

b) Aplicando la fórmula $A^{-1} = \frac{1}{detA}AdjA$, siendo la matriz A

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -5 \\ 1 & -10 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Calcule A^{-1} y además verifique que se cumple: $AA^{-1} = I$

2 Problema

Construir el conjunto Ortonormal asociado, al siguiente conjunto de vectores $\{-2 - 4x + x^2, 1 + 2x - x^2, 4 - 3x^2\}$ en $P_2[0, 1]$

3er Examen Dep. de Algebra Lineal

Profesor Encarnación Salinas Hernández

June 21, 2021

Resolver de forma clara y precisa haciendo los pasos necesarios, todos los ejercicios, escribir Nombre completo y deberán de tomarse "Muy en cuenta las siguientes indicaciones":
1.- El examen comienza a las 12:00 y termina a las 13:50
2.- Resolverlo en "Hojas Blancas", para facilitar su Calificación
2.- Se deberá de subir en un sólo archivo todo el examen resuelto, y todas la paginas en posición vertical (que las respuestas no esten rotadas), si se llega a subir alguna pagina en posición rotada, No se calificará

1 Problema

Encuentre una base Ortonormal para $P_3[0,1]$, sug. parta de la base canónica $\{1, x, x^2, x^3\}$

2 Problema

a) Dada la siguiente transformación Lineal $T : R^3 \to R^3, T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - y + 2z \\ 3x + y + 4z \\ 5x - y + 8z \end{pmatrix}$, y considerando $B_1 = B_2 = bases \quad canónicas$. Calcular : $nu(T), im(T), \rho(T), \nu(T)$

b) Dada la siguiente transformación Lineal $T : R^2 \to R^2, T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x + 2y \\ -5x - 4y \end{pmatrix}$, y considerando $B_1 = B_2 = \{\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}\}$. Calcular : $nu(T), im(T), \rho(T), \nu(T)$

3 Problema

Calcular los valores característicos, así como sus vectores característicos de las siguientes Matrices

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \text{ y } \begin{pmatrix} 13 & 3 & 1 \\ -56 & -13 & -4 \\ -14 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

2do Examen Dep. de Algebra Lineal

Profesor Encarnación Salinas Hernández

June 29, 2021

Resolver de forma clara y precisa haciendo los pasos necesarios, todos los ejercicios; hacerlo en hojas blancas para facilitar su calificación. Escribir Nombre completo y deberán de tomarse "Muy en cuenta las siguientes indicaciones":
1.- El examen comienza a las 8:30 y termina a las 10:10
2.- Se deberá de subir en un sólo archivo todo el examen resuelto, y todas la paginas en posición vértical (que las respuestas no esten rotadas), si se llega a subir alguna pagina en posición rotada, No se calificará

1 Problema

a) Determinar si el siguiente conjunto de vactores en R^3 de la forma (x, x, x), genera un espacio vectorial, de no ser asi, indique que propiedades no se cumplen

b) Determine si el siguiente conjunto de vectores es linealmente dependiente o independiente $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

c) Encuentre el rango y la nulidad de la siguiente Matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & -2 \\ -3 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

2 Problema

a) Escriba $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, en términos de la base

$$\begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Examen extraordinario

*Obligatorio

1. Correo *

2. Escriba su nombre completo

3. Cuál es su grupo?

Marca solo un óvalo.

- 2CM7
- 2CM8

4. Cuál es el primer eigenvector de la matriz siguiente? 10 puntos

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Marca solo un óvalo.

- (1,1,0) *Salta a la pregunta 5*
- (0,1,0) *Salta a la pregunta 8*
- (0,0,1)

Primer eigenvalor

Examen 1

Instrucciones: Resuelva lo que se pide en cada ejercicio argumentando y explicando que va a hacer en cada paso. Al final, genere un PDF con sus respuestas, envíelo en classroom y conteste el cuestionario.

1. Dadas $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, resuelva la ecuación para X:

$$3(2A + B + X) = 5(X - A + B)$$

2. Sean $W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - z = 0\}$ y $W_2 = \{(x, y, 0) \in \mathbb{R}^3 : -x + y = 0\}$. Obtenga $W_1 \cap W_2$ en función de una base. Luego, revise si los siguientes vectores son parte del subespacio vectorial $W_1 \cap W_2$:

   a. $(1,1,1)$

   b. $(1,1,-1)$

   c. $(-1,1,0)$

   d. $(5,-5,0)$

   e. $(-\pi, \pi, 0)$

3. Calcule el determinante de la siguiente matriz con propiedades de los determinantes sin usar la primera propiedad vista en clase.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d & e \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 & e^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 & e^3 \\ a^4 & b^4 & c^4 & d^4 & e^4 \end{vmatrix}$$

4. Sean V un espacio vectorial y $S = \{\alpha, \beta\}$ con $\alpha, \beta \in V$. Demuestre que S es l.i. si y sólo si $\alpha = k\beta$ o $\beta = k\alpha$ para algún $k \in \mathbb{R}$.

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

TERCER EXAMEN DEPARTAMENTAL DE ALGEBRA LINEAL

NOMBRE:____ GRUPO: 2CV7

Instrucciones:
Contesta clara, limpia y ordenadamente. No omitas ningún razonamiento. Escribe el resultado con tinta. No se permite el uso de formulario.

1. Considera la siguiente transformación lineal $T : P_1 \to P_2$ definida como:

$$T(p(x)) = xp(x) + p(0)$$

a) Determina el kernel, la imagen, el rango y la nulidad de la transformación.
b) ¿Es T un isomorfismo? justifícalo
c) Encuentra la representación matricial de la transformación respecto a las siguientes bases: $B_1 = \{x+1,\ x-1\}$ y $B_2 = \{x^2+1, x-1, x+1\}$.
d) Verifica la relación $\left[T(u)_{B_2}\right] = A[u]_{B_1}$ para el vector $u = 3x - 2$

Valor 5 puntos

2. **a)** Si es posible, encuentra la matriz Q que diagonaliza ortogonalmente a la matriz $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ y verifica que $Q^{-1}BQ = D$, donde D es una matriz diagonal cuyas componentes diagonales son los valores propios de B.

b) Utiliza la diagonalización para calcular B^5

Valor 5 puntos

Prof. Judith Margarita Tirado Lule

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

SEGUNDO EXAMEN DE ÁLGEBRA LINEAL

NOMBRE: ____ GRUPO: 2CV7

Instrucciones:
Contesta clara, limpia y ordenadamente. No omitas ningún razonamiento. Escribe el resultado con tinta. No se permite el uso de formulario. Valor de cada uno de los problemas 2 puntos

1. Si V_1 y V_2 son subespacios de $\mathbf{R}^n$, demuestra que $V_1 \cap V_2$ es un subespacio vectorial de $\mathbf{R}^n$

2. Sean $S = \{v_1, v_2, v_3\}$ y $T = \{w_1, w_2, w_3\}$ dos bases del espacio vectorial R^3, donde w_1 = (3,2, 0), w_2 = (2,1,0) y w_3 = (3,1,3). Si la matriz de cambio de la base T a la base S está dada por:

$$P_{T \to S} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

¿Cuáles son los vectores de la base S?

3. Sean $S = \{(-1,2,1),(0,1,1),(-2,2,1)\}$ y $T = \{(-1,1,0),(0,1,0),(0,1,1)\}$ dos bases para el espacio vectorial $\mathbf{R}^3$. Si $[v]_S = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

   a) Encuentra $T_{T \to S}$ y $T_{S \to T}$
   b) Usando a) encuentra $[v]_T$
   c) ¿Quién es v?

4. Considera el siguiente sistema homogéneo:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_4 &= 0 \\ -2x_1 - 2x_2 + x_3 - 5x_4 &= 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 &= 0 \\ 4x_1 + 4x_2 - x_3 + 9x_4 &= 0 \end{aligned}$$

   Determina:
   a) Una base para el espacio solución del sistema
   b) La nulidad y el rango de la matriz de coeficientes

5. Construye una base ortonormal para R^3 a partir de los vectores $v_1 = (1,-1,1)$, $v_2 = (-2,3,-1)$, $v_3 = (-3,5,-1)$ y $v_4 = (1,2,-4)$

Prof. Judith Margarita Tirado Lule

ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
PRIMER EXAMEN DE ALGEBRA LINEAL

NOMBRE:____ GRUPO:___________

Instrucciones:
Contesta clara, limpia y ordenadamente. No omitas ningún razonamiento. Encierra el resultado con tinta. No se permite el uso de formulario. Valor de cada problema 2 puntos

1. Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$kx + y + z - 1 = 0$$
$$x + ky + z - 1 = 0$$
$$x + y + kz - 1 = 0$$

Qué valor debe tomar el parámetro k para que el sistema:
a) Tenga solución única
b) Tenga un conjunto infinito de soluciones
c) No tenga solución

2. Las edades de 3 hermanos suman 37 años. La edad del menor disminuida en 1 equivale a 1/3 de la suma de las edades del mayor y del mediano. La diferencia entre el hermano mediano y el hermano menor equivale a la edad del mayor disminuido en 13. ¿Cuáles son las edades de los hermanos?
a) Plantea el sistema de ecuaciones
b) Escribe el sistema en forma matricial
c) Encuentra la solución utilizando la inversa de la matriz de coeficientes.

3. Para que valores de k la siguiente matriz es no singular.

$$A = \begin{pmatrix} k-3 & 1 & 1 \\ k & 0 & k \\ -k & k-1 & -8 \end{pmatrix}$$

4. Encuentra el determinante de la siguiente matriz utilizando únicamente las propiedades.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{pmatrix}$$

5. Cuál es el eigenvalor de ese vector? 10 puntos

Marca solo un óvalo.

- 0
- 1
- 2
- -1

6. Cuál es el segundo eigenvector de la matriz siguiente? 10 puntos

Marca solo un óvalo.

- (1,1,0)
- (0,1,0)
- (0,0,1)

7. Cuál es el eigenvalor de ese vector? 10 puntos

Marca solo un óvalo.

- 0 *Salta a la pregunta 11*
- 1 *Salta a la pregunta 11*
- 2 *Salta a la pregunta 11*
- -1 *Salta a la pregunta 11*

1er Eigenvalor

8. Cuál es el eigenvalor de ese vector? 10 puntos

Marca solo un óvalo.

- 0
- 1
- 2
- -1

9. Cuál es el segundo eigenvector de la matriz siguiente? 10 puntos

Marca solo un óvalo.

- (1,1,0)
- (0,1,0)
- (0,0,1)

10. Cuál es el eigenvalor de ese vector? 10 puntos

Marca solo un óvalo.

- 0 *Salta a la pregunta 11*
- 1 *Salta a la pregunta 11*
- 2 *Salta a la pregunta 11*
- -1 *Salta a la pregunta 11*

Siguiente ejercicio

Si la base canónica se ve como:

$$e_1 = (-1,1,0,0)_B$$

$$e_2 = (0,1,-1,0)_B$$

$$e_3 = (0,0,-1,1)_B$$

$$e_4 = (1,0,0,1)_B$$

respecto a la base B y si T: $R^4 \to R^4$ tiene como matriz a:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Respecto a la base B.

11. Obtenga la matriz de cambio de la base canónica a la base B — 20 puntos

Marca solo un óvalo.

$$\begin{pmatrix} -\left(\frac{1}{2}\right) & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\left(\frac{1}{2}\right) & -\left(\frac{1}{2}\right) \\ -\left(\frac{1}{2}\right) & -\left(\frac{1}{2}\right) & -\left(\frac{1}{2}\right) & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

A)

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

B)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

C)

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ -3 & 0 & 1 & 3 \\ \frac{7}{2} & \frac{1}{2} & \frac{-3}{2} & \frac{-5}{2} \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

D)

12. Obtenga la matriz de cambio de base B a la canónica

20 puntos

Marca solo un óvalo.

$$\begin{pmatrix} -\left(\frac{1}{2}\right) & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\left(\frac{1}{2}\right) & -\left(\frac{1}{2}\right) \\ -\left(\frac{1}{2}\right) & -\left(\frac{1}{2}\right) & -\left(\frac{1}{2}\right) & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

A)

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

B)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

C)

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ -3 & 0 & 1 & 3 \\ \frac{7}{2} & \frac{1}{2} & \frac{-3}{2} & \frac{-5}{2} \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

D)

13. Obtenga la matriz de T respecto a la base canónica 20 puntos

Marca solo un óvalo.

$$\begin{pmatrix} -\left(\frac{1}{2}\right) & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\left(\frac{1}{2}\right) & -\left(\frac{1}{2}\right) \\ -\left(\frac{1}{2}\right) & -\left(\frac{1}{2}\right) & -\left(\frac{1}{2}\right) & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

A)

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

B)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

C)

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ -3 & 0 & 1 & 3 \\ \frac{7}{2} & \frac{1}{2} & \frac{-3}{2} & \frac{-5}{2} \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

D)

Su investigación

14. Explica la aplicación que estuviste investigando para exponer. Detalla sobre todo cómo se usan o qué quieren decir los eigenvectores y eigenvalores dentro de tu aplicación. 20 puntos

b) Sea $H = (x, y, z, w) : ax + by + cz + dw = 0$, donde a, b, c, d, son números reales, no todos cero. Demuestre que H es un subespacio propio de R^4, H se llama el un Hiperplano en R^4, que pasa por el origen

3 Problema

a) En R^3 suponga que $(X)_{B_1} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, donde $B_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$, escriba X, en términos de la base $B_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

3 Problema

En R^3 suponga que $(X)_{B_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, donde $B_1 = \{ \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix} \}$, escriba X, en términos de la base $B_2 = \{ \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ -4 \end{pmatrix} \}$

3 Problema

En R^3 suponga que $(X)_{B_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, donde $B_1 = \{ \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix} \}$,
escriba X, en términos de la base $B_2 = \{ \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ -4 \end{pmatrix} \}$

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

TERCER EXAMEN DEPARTAMENTAL DE ALGEBRA LINEAL

NOMBRE:____ GRUPO: 2CV7

Instrucciones:
Contesta clara, limpia y ordenadamente. No omitas ningún razonamiento. Escribe el resultado con tinta. No se permite el uso de formulario.

1. Considera la siguiente transformación lineal $T: P_1 \to P_2$ definida como:

$$T(p(x)) = xp(x) + p(0)$$

a) Determina el kernel, la imagen, el rango y la nulidad de la transformación.

b) ¿Es T un isomorfismo? justifícalo

c) Encuentra la representación matricial de la transformación respecto a las siguientes bases: $B_1 = \{x+1,\ x-1\}$ y $B_2 = \{x^2+1, x-1, x+1\}$.

d) Verifica la relación $\left[T(u)_{B_2}\right] = A[u]_{B_1}$ para el vector $u = 3x - 2$

Valor 5 puntos

2. **a)** Si es posible, encuentra la matriz Q que diagonaliza ortogonalmente a la matriz $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ y verifica que $Q^{-1}BQ = D$, donde D es una matriz diagonal cuyas componentes diagonales son los valores propios de B.

b) Utiliza la diagonalización para calcular B^5

Valor 5 puntos

Prof. Judith Margarita Tirado Lule

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

SEGUNDO EXAMEN DE ÁLGEBRA LINEAL

NOMBRE: ____ GRUPO: 2CV7

Instrucciones:
Contesta clara, limpia y ordenadamente. No omitas ningún razonamiento. Escribe el resultado con tinta. No se permite el uso de formulario. Valor de cada uno de los problemas 2 puntos

1. Si V_1 y V_2 son subespacios de $\mathbf{R}^n$, demuestra que $V_1 \cap V_2$ es un subespacio vectorial de $\mathbf{R}^n$

2. Sean $S = \{v_1, v_2, v_3\}$ y $T = \{w_1, w_2, w_3\}$ dos bases del espacio vectorial R^3, donde w_1 = (3,2, 0), w_2 = (2,1,0) y w_3 = (3,1,3). Si la matriz de cambio de la base T a la base S está dada por:

$$P_{T\to S} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

¿Cuáles son los vectores de la base S?

3. Sean $S = \{(-1,2,1),(0,1,1),(-2,2,1)\}$ y $T = \{(-1,1,0),(0,1,0),(0,1,1)\}$ dos bases para el espacio vectorial $\mathbf{R}^3$. Si $[v]_S = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

   a) Encuentra $T_{T\to S}$ y $T_{S\to T}$
   b) Usando a) encuentra $[v]_T$
   c) ¿Quién es v?

4. Considera el siguiente sistema homogéneo:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_4 &= 0 \\ -2x_1 - 2x_2 + x_3 - 5x_4 &= 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 &= 0 \\ 4x_1 + 4x_2 - x_3 + 9x_4 &= 0 \end{aligned}$$

   Determina:
   a) Una base para el espacio solución del sistema
   b) La nulidad y el rango de la matriz de coeficientes

5. Construye una base ortonormal para R^3 a partir de los vectores $v_1 = (1,-1,1)$, $v_2 = (-2,3,-1)$, $v_3 = (-3,5,-1)$ y $v_4 = (1,2,-4)$

Prof. Judith Margarita Tirado Lule

ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
PRIMER EXAMEN DE ALGEBRA LINEAL

NOMBRE:____ GRUPO:___________

Instrucciones:
Contesta clara, limpia y ordenadamente. No omitas ningún razonamiento. Encierra el resultado con tinta. No se permite el uso de formulario. Valor de cada problema 2 puntos

1. Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$kx + y + z - 1 = 0$$
$$x + ky + z - 1 = 0$$
$$x + y + kz - 1 = 0$$

Qué valor debe tomar el parámetro k para que el sistema:
a) Tenga solución única
b) Tenga un conjunto infinito de soluciones
c) No tenga solución

2. Las edades de 3 hermanos suman 37 años. La edad del menor disminuida en 1 equivale a 1/3 de la suma de las edades del mayor y del mediano. La diferencia entre el hermano mediano y el hermano menor equivale a la edad del mayor disminuido en 13. ¿Cuáles son las edades de los hermanos?
a) Plantea el sistema de ecuaciones
b) Escribe el sistema en forma matricial
c) Encuentra la solución utilizando la inversa de la matriz de coeficientes.

3. Para que valores de k la siguiente matriz es no singular.

$$A = \begin{pmatrix} k-3 & 1 & 1 \\ k & 0 & k \\ -k & k-1 & -8 \end{pmatrix}$$

4. Encuentra el determinante de la siguiente matriz utilizando únicamente las propiedades.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{pmatrix}$$

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

PRIMER EXAMEN PARCIAL DE ÁLGEBRA LINEAL

NOMBRE: ____ GRUPO: __________ FECHA: _________

Instrucciones: Todas las respuestas deben llevar justificación detallada. Los ejercicios deben ir elaborados a mano.

1. Determinar si la transformación lineal representada por la matriz A es: a) uno a uno, b) sobre, c) invertible.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Para la matriz *A*, hallar (si es posible) una matriz no singular *P*, tal que $P^{-1}AP$ es diagonal. Verificar que $P^{-1}AP$ es una matriz diagonal con los eigenvalores en la diagonal.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Hallar las ecuaciones características y los eigenvalores con sus correspondientes valores propios.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ -6 & 6 & -3 \end{bmatrix}$$

4. La transformación lineal *T* está representada por $T(\vec{v}) = A\vec{v}$. Hallar una base para: a) el kernel de *T* y b) el rango de *T*.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & -1 \\ -4 & -3 & -1 & -3 \\ -1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCOM

NOMBRE: ______________________ GRUPO: ______ FECHA: ______

NO. EQUIPO: ____

1. Determinar si el conjunto $\mathbb{R}^2$, con las operaciones

$$(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 x_2, y_1 y_2) \quad y$$

$$c(x_1, y_1) = (cx_1, cy_1)$$

es un espacio vector. Si lo es, verificar cada axioma del espacio vector; si no lo es, mostrar todos los axiomas del espacio vector que no cumple.

2. Determinar si $\vec{b}$ está en el espacio columna de A. Si lo está, escribir $\vec{b}$ como combinación lineal de los vectores columna de A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

3. a) Hallar la matriz de transición de B a B'.
b) Hallar la matriz de transición de B' a B.
c) Verificar que las dos matrices de transición son inversa una de la otra.
d) Hallar $[\vec{x}]_B$ cuando se proporciona con $[\vec{x}]_{B'}$.

$$B = \{(4, 2, -4), (6, -5, -6), (2, -1, 8)\}$$

$$B' = \{(1, 0, 4), (4, 2, 8), (2, 5, -2)\}$$

$$[\vec{x}]_{B'} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

PRIMER EXAMEN PARCIAL DE ÁLGEBRA LINEAL

NOMBRE: ____ GRUPO: __________ FECHA: _________

Instrucciones: Todas las respuestas deben llevar justificación detallada. Los ejercicios deben ir elaborados a mano.

1. Hallar el valor de p tal que la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & p \end{bmatrix}$ tenga $\det(A) = 0$.

2. Usar la inversa de la matriz para encontrar la solución del siguiente sistema de ecuaciones, si es que tiene solución. La inversa de la matriz deberá calculares obteniendo la matriz adjunta.

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = -3$$

$$2x_1 + 5x_2 - x_3 = -4$$

$$-x_1 - 4x_3 = 2$$

3. Hallar la inversa de la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ junto con todas sus matrices elementales. Realizar la comprobación que A^{-1} es la inversa de la matriz A.

4. Una matriz cuadrada S es simétrica si $S^T = S$. Probar que $S = W + W^T$ es simétrica para cualquier matriz cuadrada W.

5. Si $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ es una matriz de tamaño $2x2$ y A es conmutativa con $X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, mostrar que A tiene que ser de la forma $A = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & a \end{bmatrix}$.

6. Hacer un programa que realice la siguiente operación. Entregar corrida de escritorio y programa impreso. Deberá observarse la validación, si se pueden multiplicar las matrices o no.

$$C = AB \text{ donde } A = \begin{bmatrix} 1/2 & -3 & 4/5 \\ \sqrt{5} & -7 & 16 \end{bmatrix} \text{ y } B = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 11 \end{bmatrix}.$$

7. Indica si las siguientes oraciones son verdaderas o falsas, explica ¿por qué es falsa o verdadera? según sea el caso.

a) Un sistema de ecuaciones lineales con menos ecuaciones que incógnitas, siempre tiene un número infinito de soluciones.

b) Un sistema de ecuaciones lineales consistente con menos ecuaciones que incógnitas, siempre tiene un número infinito de soluciones.

c) Un sistema de ecuaciones lineales con una matriz cuadrada de coeficientes A, tiene solución única, si A es equivalente por renglón a la matriz identidad.

4. Hallar una base ortonormal para el espacio solución del sistema homogéneo de ecuaciones lineales.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - 3x_3 - 2x_4 &= 0 \\ 2x_1 - x_2 \qquad\quad - x_4 &= 0 \\ 3x_1 + x_2 - 5x_3 - 4x_4 &= 0 \end{aligned}$$

5. a) Determinar si el sistema no homogéneo $A\vec{x} = \vec{b}$ es consistente, y

b) si el sistema es consistente, escribir la solución en la forma $\vec{x} = \vec{x}_h + \vec{x}_p$, donde

$\vec{x}_h$ es una solución de $A\vec{x} = \vec{0}$ y

$\vec{x}_p$ es una solución particular de $A\vec{x} = \vec{b}$.

$$\begin{aligned} x + 3y + 10z &= 18 \\ -2x + 7y + 32z &= 29 \\ -x + 3y + 14z &= 12 \\ x + y + 2z &= 8 \end{aligned}$$