Primer Examen de Cálculo

Nombre:__________________________________ Fecha: / /

Instrucciones: Resolver cada uno de los problemas lo más detallado posible, si no están explicados los pasos no será considerado. Firmar cada una de las hojas y enumerarlas. Subir en formato PDF ordenando los problemas del 1 al 4.

1. Determinar el dominio de la función y estudiar la continuidad

$$f(x) = \frac{e^{\operatorname{tg} x} - 1}{e^{\operatorname{tg} x} + 1}$$

2. Sea f(x)=|x| , g(x)=x+3 y h(x)=x-3. Obtener las composiciones fog y foh, y sea J(x)= fog(x)- foh(x):
   a) Defina J(x) en los intervalos (-∞,-3);[-3,3);[3, ∞) (sin barras de valor absoluto).
   b) Trace la grafica
   c) Establezca gráficamente si es par o impar o ninguna de las dos.
   d) Muestre analíticamente c)
3. Calcula para que valores de x se verifica la siguiente desigualdad:

$$3(x-a)a^2 < x^3 - a^3 < 3(x-a)x^2$$

4. Calcular los sig. Limites:
   a) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{(x+1)^{10}+(x+2)^{10}+\cdots+(x+100)^{10}}{x^{10}-10^{10}}$
   b) $\lim\limits_{x\to a} \frac{senx-sen}{x-a}$

Segundo examen de Cálculo

Lea detalladamente cada uno de los problemas resuelva de forma clara, precisa y sin omitir pasos. Suba sus resultados en PDF de lo contrario no se evaluará el examen

1. (1 punto) Use el método usado en clase para graficar y estudiar la función
$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$$
2. (1 punto) Sea $f(x) = 1 - x^{2/3}$. Demuestre que $f(-1) = f(1)$ pero no hay un número c en $(-1,1)$ tal que $f'(x) = 0$. ¿por qué esto no contradice el teorema de Rolle?
3. (2 puntos) Calcula la derivada de cada una de las siguientes funciones y reducir a la máxima expresión

a) $y = (5 - 3^x)^{\ln\left(e^{-\left(\frac{1}{tanx} * x - cotx * \left(e^{\frac{1}{x}\ln(x^x)}\right)\right)}\right)}$

b) $y = \dfrac{2x^2 - 1}{x\sqrt[3]{1+x^2}}$

c) $f(x) = \cos^2\sqrt[3]{x + (3 - x)^2}$

4. (1 punto) Calcula m y n para que $f(x)$ sea derivable en todos los números reales

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - mx + 5, & x \leq 0 \\ -x^2 + n, & x > 0 \end{cases}$$

5. (1 punto) Demuestre que $\tan x > x$ para $0 < x < \pi/2$. Sugerencia: estudiar la función $f(x) = \tan x - x$

Tercer Examen de Cálculo

Nombre:___________________________________ Fecha: / /

Resuelva las siguientes integrales.

Duración de dos horas, pasado el tiempo establecido no será tomado en cuenta. El orden y limpieza influyen en la calificación. Adjuntar en un solo archivo PDF orientados verticalmente y en orden.

1. $\boldsymbol{Resolver}$:

   a) $\int \frac{5x^8+8x^7+30x^4+28x^3+4x^1+40x^0}{x^{8+}6x^4+8}\,dx$

   b) $\int \frac{\left[sin\left(\frac{4}{x}\right)cos\left(\frac{2}{x}\right)+cosh\left(\frac{6}{x}\right)cosh\left(\frac{4}{x}\right)\right]\left[\left(x^2+x+1\right)^2-2x^4-2x^2-2+\left(x^2-x+1\right)^2\right]}{\left(x^2+\sqrt{3}\right)^2+2\left(x^4-3\right)+\left(x^2-\sqrt{3}\right)^2}\,dx$

2. $\boldsymbol{Calcula}$:

   a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{sen(2x)}{2+cosx}\,\mathrm{dx}$

   b) $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{3^x}{\sqrt{9^x+9}}\,dx$

3. **Resolver:**

   a) $\int_0^{\infty} \frac{y}{(1+y^3)^2}\,dy$

   b) $\int [\frac{ln(x^2+1)}{x^2+1} + 4^{x^2+4}2ln2]2xdx$

4. **Resolver:**

a) $\int_0^1 xln\sqrt[3]{3x+1}\,dx$

b) $\int e^{2x}\sqrt{1+e^{2x}}dx$

Profesor : Angel Adalberto Duran Ledezma

Segundo examen de Cálculo

Derivadas

Nombre:____ **Grupo**________

Instrucciones: Resuelva 7 de los 10 problemas propuestos a continuación. Desarrolle todos los pasos intermedios y explique cada uno de ellos.

1. Use la defininción de derivada para encontrar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$ en $x = 4$.

2. Encuentre un valor para k tal que la recta sea tangente a la gráfica de la función
   (a) $f(x) = x^2 - kx$, recta $y = 4x - 9$
   (b) $f(x) = \frac{k}{x}$, recta $y = -\frac{3}{4}x + 3$

3. Probar que la función $y = f(x)$ es una solución de la ecuación diferencial $y'' - 2y' + 5y = 0$.
$$y = e^x \left[3\cos(2x) - 4\sin(2x)\right]$$

4. Encontrar la derivada de la siguiente función usando derivación logarítmica $y = \sqrt{\frac{x(x+2)}{(2x+1)(3x+2)}}$.

5. Demuestre que
$$V(x) = 2\ln(\tanh(x/2))$$
cumple la ecuación Poisson-Boltzmann $V''(x) = \sinh(V(x))$ que se utiliza para describir las fuerzas electrostáticas en ciertas moléculas.

6. Encuentre la primera derivada de la función $f(x) = x^{e^x}$.

7. Encuentre las primeras 5 derivadas de $f(x) = x^2 e^x$. Luego, encuentre una fórmula general para $f^{(n)}(x)$.

8. Encontrar la derivada de la siguiente función, simplificando el resultado a su mínima expresión.
$$y = \frac{1}{3}x^3 \arctan x + \frac{1}{6}\ln(x^2+1) - \frac{1}{6}x^2$$

9. (a) Muestre que si f y g son diferenciables, entonces
$$\frac{d}{dx}\ln(f(x)g(x)) = \frac{f'(x)}{f(x)} + \frac{g'(x)}{g(x)}$$
   (b) Demuestre nuevamente la regla del producto de funciones observando que el lado izquierdo de la ecuación anterior es igual a
$$\frac{(f(x)g(x))'}{f(x)g(x)}.$$

10. Encuentre la siguiente derivada de la siguiente función, simplificando el resultado a su mínima expresión.
$$y = \frac{1}{2}\left[x\sqrt{4-x^2} + 4\arcsin\left(\frac{x}{2}\right)\right]$$

Primer examen de Cálculo

Funciones y límites

Nombre:____ **Grupo**________

Instrucciones: Resuelva 4 de los 6 problemas propuestos a continuación. Desarrolle todos los pasos intermedios y explique lo que está realizando.

1. Determine el conjunto solución que satisfacen las siguientes desigualdades

   a) $3x^3 - 30x < -3x^2 - 24$ b) $3|x-4| - |2x| \leq x - 6.$

2. (a) Calcular el siguiente límite algebraico

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + x}}$$

   (b) Halle todos los valores de c para los que el límite existe. Luego, calcule el valor de dicho límite.

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 + 3x + c}{x - 1}$$

3. Calcular los siguientes límites en el infinito

$$a) \lim_{x \to \infty} \sqrt{x^2 + ax} - \sqrt{x^2 + bx} \qquad b) \lim_{x \to -\infty} \frac{4x - 3}{\sqrt{25x^2 + 4x}}$$

4. Calcular los siguientes límites trigonométricos

$$a) \lim_{t \to 0} \frac{1 - \cos(2t)}{\sin^2(3t)} \qquad b) \lim_{x \to \pi/3} \frac{2\cos^2 x + 3\cos x - 2}{2\cos x - 1}$$

5. Hallar el valor de a y b que hace a f continua en todas partes

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & \text{si} \quad x < 2 \\ ax^2 - bx + 3, & \text{si} \quad 2 \leq x < 3 \\ 2x - a + b, & \text{si} \quad x \geq 3 \end{cases}$$

6. Dibujar la gráfica de la función calculando el dominio, contradominio, intersecciones con los ejes, simetría y asíntotas.

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

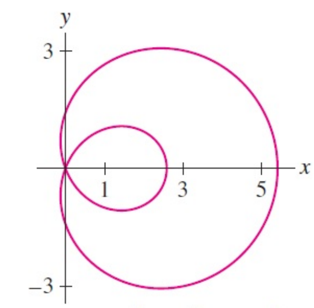
Tercer examen de Cálculo

Aplicaciones de la derivada

Nombre: ____ **Calificación** _______

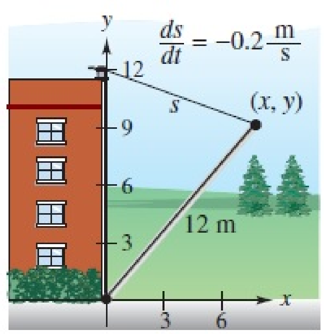
Instrucciones: Resuelva 4 de los 6 problemas propuestos a continuación. Desarrolle todos los pasos intermedios y explique lo que está realizando.

1. Encuentre la ecuación de la recta tangente para los puntos $(1,1)$ y $(1,-1)$ de la curva $(x^2+y^2-4x)^2 = 2(x^2+y^2)$. Esta curva es un ejemplo del caracol de Pascal, nombrada así en honor al filósofo Blaise Pascal, quien fue el primero en describirla en 1650.



Limaçon: $(x^2+y^2-4x)^2 = 2(x^2+y^2)$.

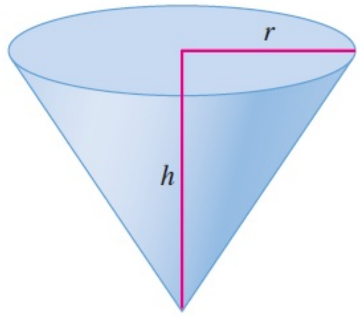
2. Una polea situada en lo alto de un edificio de 12 metros levanta un tubo de la misma longitud hasta colocarlo en posición vertical, como se muestra en la figura. La polea recoge la cuerda a razón de $-0.2\ m/s$. Calcular las razones de cambio vertical y horizontal del extremo del tubo cuando $y=6$.



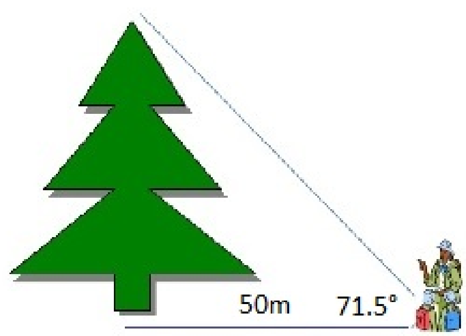
3. Analizar y dibujar la gráfica de la función calculando: dominio y rango, simetría, intersecciones, asíntotas, extremos relativos, concavidad y puntos de inflexión.

$$f(x) = 18(x-3)(x-1)^{2/3}$$

4. El volumen de un cono circular recto es $V = \frac{\pi}{3}r^2h$ y su área es $S = \pi r\sqrt{r^2+h^2}$ (ver la figura). Halle las dimensiones del cono con área 1 ($S = 1$) y máximo volumen.



5. Un agrimensor que está a $50\ m$ de la base de un árbol mide el ángulo de elevación de la parte superior de este último y obtiene un valor de $71.5°$. ¿Con qué precisión $d\theta$ debe medirse el ángulo si el error porcentual en la estimación de la altura de este mismo será menor que $6\,\%$? A partir de este resultado calcule el error relativo y porcentual en la medición de θ.



6. Mostrar que el punto de inflexión de $f(x) = x(x-6)^2$ se encuentra a medio camino entre los extremos relativos de f.

ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO

Primer Examen Parcial de Cálculo

1) Resolver la siguiente inecuación: $|x-1|+|x+1|<4$

2) Si $f(x)=\sqrt{|3-4x|-4}$, $g(x)=\sqrt{3-2x}$ y $h(x)=\dfrac{4}{x^2-4}$ encontrar:

a) Los dominios de f, g y h y b) $(h\circ g)(x)$

3) Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2+2}{x-2}$, hallar su dominio, rango, paridad, calcular f(2), los valores de x para los cuales $f(x)=-1$ y determinar sus asíntotas horizontales, verticales y oblicuas si tiene.

4) Sea $f: A\subseteq \Re$ definida por $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$

a) Obtener su dominio y su recorrido

b) Verificar si f es biyectiva, si no lo es restringirla de modo que lo sea.

c) Determinar su inversa.

5) Considérese la función a trozos

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & si\ \ x\le -2 \\ ax+b & -2<x<2 \\ 2x-5 & si\ \ x\ge 2\end{cases}$$

Encontrar los valores de las constantes a y b para que la función sea continua en los reales

6) a) Hay un número a tal que : $\displaystyle Lim_{x\to -2}\frac{3x^2+ax+a+3}{x^2+x-2}$ exista ?. Si es así encontrar los valores de a y del límite.

b) Encontrar el valor del límite: $\displaystyle \lim_{x\to 0}\frac{1-cos^3(x)}{sen^2(x)}$

7) Resolver la siguiente ecuación exponencial: $\dfrac{7}{7^{2x+1}}-50*\dfrac{7^{1-x}}{7}+7^2=0$

8)Escribe las instrucciones de MATLAB que utilizarías para graficar la función: $y=\sqrt[3]{x^2-1}$ sobre una malla cuadriculada, con título de la gráfica, leyendas en los ejes, y dentro de un dominio de $[-5,5]$, con divisiones de 0.2 unidades en el eje de las ordenadas, y que la gráfica de la función sea de color rojo.

ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
Segundo Examen Parcial de Cálculo

1) Calcular el siguiente límite por L´Hôpital: (valor 2 ptos)

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos(2x) + 2x^2 - 1}{6\sin(x) + x^4 + x^3 - 6x}$$

2) Una escalera de 13 pies de longitud está apoyada sobre una pared vertical. Su base se desliza a razón de 5 pies por segundo,

a) ¿a qué ritmo está bajando su extremo superior por la pared cuando la base está a 12 pies de la pared?, (valor 1 pto)

b) determinar el ritmo al que cambia el área del triángulo formado por la escalera, el suelo y la pared, cuando la base de la primera está a 12 pies de la pared, (valor 1 pto)

c) calcular el ritmo de cambio del ángulo formado por la escalera y la pared cuando la base está a 12 pies de la pared. (valor 1 pto)

3) Utilizando el método de Newton encontrar al menos una de las raíces de la siguiente función con un épsilon de 10^{-3}:

$sen(x) + x - 1 = 0$ (valor 1 pto)

4) Hallar los puntos máximos, mínimos relativos y asíntotas de la función $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$. (valor 2 ptos)

5) Derivar implícitamente (valor 2 ptos)

$$x^y sh(x - y^2)\ln(y^3x^3) = 0$$

ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

Tercer Examen Parcial de Cálculo

Nombre:____

Grupo: __________________ **Fecha**: ____________ **Calificación**: ______

1) Resolver la siguiente integral:

$$\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-2x}}$$

2) Resolver por el método de integración por partes y por Simpson con n=6

$$\int_0^1 e^{3x} sen(2x)dx$$

3) Resolver por substitución trigonométrica:

$$\int \frac{dx}{4+4x^2+x^4}$$

4) Resolver por fracciones parciales:

$$\int \frac{x^2+5}{x^3-x^2+x+3}dx$$

5) Resolver

$$\int (tg^4(t) - sec^4(t))dt$$

6) Calcular:

$$\int_0^1 \frac{x^{3/2}}{x+1}dx$$

7) Calcular:

$$\int \frac{dx}{2sen(x) - \cos(x) + 3}$$

8) Resolver:

$$\int_0^{\ln(2)} 2e^{-x} coshx\, dx$$

9) Resolver:

$$\int \frac{(x+1)^2}{((x+1)^2+3)^2}\, dx$$

10) Encontrar el área comprendida entre las curvas $8y = x^3$ y $8y = 2x^3 + x^2 - 2x$

CÁLCULO

Reactivos de Exámenes
periodo 2021/02

EXAMEN 1

1. Encontrar, los números x para los que se cumple:

A) $\left|\frac{3x+2}{x-1}\right| > 5$

B) $\frac{(2-x)(x-1)^{\,2}}{(x-4)(x-3)^3} \geq 0$

C) $|x-3| + |x+2| < 13$

2. Demostrar que si $\boldsymbol{x^n = y^n}$ con $\boldsymbol{n}$ par, entonces $\boldsymbol{x}x = \boldsymbol{y}$ o $\boldsymbol{x = -y}$

3. Demostrar que si $0 < \boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$, con $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \mathbb{R}$, entonces

$$\boldsymbol{a < \sqrt{ab} < \frac{a+b}{2} < b}$$

4. Demostrar que, cualesquiera que sean los números a y b en los reales, se cumple una y sólo una de las relaciones siguientes:
$i)\quad a = b$
$ii)\quad a < b$
$iii)\quad a > b$

5. De los incisos en lista con $f(x) = |x+3|$**,** dibuja la gráfica de cada uno, en un único plano cartesiano

a) $y = f(x) - 5$, ________
b) $y = -f(x-4)$, ________
c) $y = f(x-1) + 3$, _______
d) $y = f(x+5)$, ______
e) $y = f(x+6) + 2$, _____

6. Determinar el dominio de las funciones compuestas $(\boldsymbol{g} \circ \boldsymbol{f})(\boldsymbol{x})$ y $(\boldsymbol{f} \circ \boldsymbol{g})(\boldsymbol{x})$ dadas las funciones:

$$f(x) = \begin{cases} -x+2\,, & si\ x \leq 1 \\ 2x-1, & si\ \ x > 1 \end{cases} \quad \text{y } g(x) = \begin{cases} x^2, & si\ x > 2 \\ 4, & si\ \ x \leq 2 \end{cases}$$

7. Determinar todos los valores de "c" para los cuales
$f(x) = \sqrt{\boldsymbol{c} - x^2}$ tiene como dominio las x en [-5,5] y mostrar la gráfica la función.

CÁLCULO

Reactivos de Exámenes
periodo 2021/02

EXAMEN 2

1. Determina

A) $\lim_{x\to 0} \frac{1-cos(ax)}{1-cos(bx)} =$

B) $\lim_{x\to 0} \frac{sen(mx)}{sen(nx)}$

C) $\lim_{x\to +\infty} \sqrt{x^2-4x+7}-x$

2. Determina de las características enlistadas, las que no cumplen la función y justifica el por qué:

$$f(x) = 5 + 12x - x^3$$

a) $\lim_{x\to -\infty^-} f(x) = 0\,;\ \lim_{x\to 0} f(x) = 0$

b) $Valores\ criticos\ en{:}\ x = -2;\ x = 2$

c) $f'(-3) < 0\,; f'(1) > 0$

d) $f''(2) < 0\,; f''(-2) > 0$

3. Ordenar las siguientes funciones de menor a mayor, de acuerdo con el valor de la pendiente en el punto $(2, y_1)$

1) $f(x) = \frac{-1}{x-3}$

2) $g(x) = \frac{2}{x+1}$

3) $h(x) = \frac{-3}{x}$

4) $y(x) = \frac{4}{x+2}$

4. Sea $g(x) = \frac{x}{|x|}$, derivable en todo punto de su dominio. Justificar $f'(x)$ para todos los puntos $x \neq 0$, mediante $\lim_{\Delta x\to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$.

5. **Obtener** $\frac{dy}{dx}$**,** mediante el método de diferenciación logarítmica $y^{sen(x)} = \left(1+\frac{1}{x}\right)^x$

6. Determina y' mediante regla de la cadena

$$y = \sqrt[3]{\frac{x^2+1}{x^2-1}}$$

CÁLCULO

Reactivos de Exámenes
periodo 2021/02

EXAMEN 3

1. Demostrar que:

$$\int x^n \ln(x)dx \ = \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2}\,[-1+(n+1)\ln|x|]+c$$

2. Resolver:

a) $\int \frac{\boldsymbol{sec^2 x}}{\boldsymbol{(4-tag^2 x)^{3/2}}}\boldsymbol{dx}$=

b) $\int \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{x^3\sqrt{x^2-4}}}\boldsymbol{dx}$=

c) $\int \frac{\ln(t+1)}{t^2}dt =$

d) $\int \frac{1}{(t+1)^{3/2}+(1+t)^{1/2}}dt$=

e) $\int \frac{a+\mathrm{b}e^y}{be^y-a}dy$=

3. Determinar:

$$\int_{-2}^{0} \frac{\boldsymbol{-1}}{\boldsymbol{1-y^3}}dy =$$

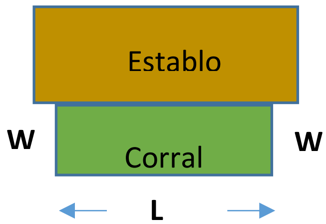
4. Determina y justifica: A) Asíntotas B) Gráfica; C) Puntos críticos; D) Máximos, mínimos y puntos de inflexión; E)¿Es continua o discontinuidad?; F) Ecuación de la recta tangente al punto cuya abscisa es **-5** . Para

$$g(x)=\frac{2x^2-3x}{x+1}$$

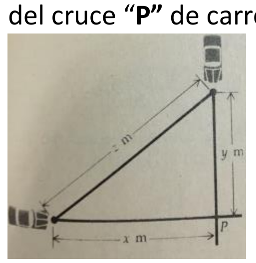
CÁLCULO

Reactivos de Exámenes
periodo 2021/02

5. Un hacendado desea utilizar $600mt$ de malla**,** material para cerca, y con este hacer un corral rectangular a lo largo del establo. Halle las dimensiones del corral más largo que puede encerrar con el material (de malla). Dimensiones del corral
L: Largo **W:** ancho



6. Dos automóviles, **uno** de los cuales *se dirige hacia el* **Este** a razón de $90\ 90km/hr$ y un **segundo** hacia el **Sur** a razón de $60\ km/hr$, viajan a intersectarse en el cruce **"P"** de ambas carreteras.
¿A que rapidez se acercan en el instante en que el primer automóvil se encuentra a $200\ mt$, y el segundo, a $150\ mt$ del cruce "**P"** de carreteras **?**



Cuarto examen de Cálculo

Integración

Nombre:____ **Grupo**_______

Instrucciones: Resuelva 5 de los 6 problemas propuestos a continuación. Desarrolle todos los pasos intermedios explicando cada uno de ellos.

1. Calcule la siguiente integral usando la sustitución $u = 1 + \sqrt{x}$

$$\int \frac{dx}{(1+\sqrt{x})^3}$$

2. Evalúe la siguiente integral utilizando integración por partes, cambio de variable o ambas si es necesario.

$$\int \sin \sqrt{x} dx$$

3. Calcule las siguientes integrales trigonométricas

$$i) \int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos^3 x dx \qquad ii) \int_0^{\pi} \sin 3x \cos 4x dx$$

4. Pruebe que para $a > 0$

$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^2} = \frac{1}{2a}\left(\frac{x}{x^2+a} + \frac{1}{\sqrt{a}} \arctan\left(\frac{x}{\sqrt{a}}\right)\right) + C$$

5. Calcule la siguiente integral utilizando proponiendo primero un cambio de varible adecuado y después usando fracciones parciales

$$\int \frac{\sqrt{x} dx}{x-1}$$

6. Utilice el método de sustitución trigonométrica para resolver

$$\int e^x \sqrt{1-e^{2x}} dx$$