Segundo Parcial de Análisis Vectorial

Resolver solo cuatro de seis ejercicios.

Dadas $\mathbf{A} = xz^2\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} - 3xz\mathbf{k}$ y $\mathbf{B} = 3xz\mathbf{i} + 2yz\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$. Encuentre $\mathbf{A} \times (\nabla \times \mathbf{B})$ y $(\mathbf{A} \times \nabla) \times \mathbf{B}$ en el punto $(1, -1, 2)$.

Pruebe que $\mathbf{A} = (2x^2 + 8xy^2z)\mathbf{i} + (3x^3y - 3xy)\mathbf{j} - (4y^2z^2 + 2x^3z)\mathbf{k}$ no es solenoidal, pero $\mathbf{B} = xyz^2\mathbf{A}$ sí lo es.

Dadas $\mathbf{A} = x^2z\mathbf{i} + yz^3\mathbf{j} - 3xy\mathbf{k}$, $\mathbf{B} = y^2\mathbf{i} - yz\,\mathbf{j} + 2x\kappa$ y $\phi = 2x^2 + yz$. Calcule
a) $\mathbf{A} \cdot (\nabla\phi)$, *b)* $(\mathbf{A} \cdot \nabla)\phi$, *c)* $(\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{B}$, *d)* $\mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \nabla)$ y *e)* $(\nabla \cdot \mathbf{A})\mathbf{B}$.

Elegir solo dos incisos

Sea $\phi = 3x^2z - y^2z^3 + 4x^3y + 2x - 3y - 5$. Encuentre $\nabla^2\phi$.

Sea $\mathbf{F} = (3x^2y - z)\mathbf{i} + (xz^3 + y^4)\mathbf{j} - 2x^3z^2\mathbf{k}$. Determine $\nabla(\nabla \cdot \mathbf{F})$ en el punto $(2, -1, 0)$.

Sean $\mathbf{A} = 2xz^2\mathbf{i} - yz\,\mathbf{j} + 3xz^3\mathbf{k}$ y $\phi = x^2yz$. En el punto $(1, 1, 1)$, encuentre lo siguiente:
a) $\nabla \times \mathbf{A}$, *b)* rot $(\phi\mathbf{A})$, *c)* $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A})$, *d)* $\nabla[\mathbf{A} \cdot \text{rot}\mathbf{A}]$ y *e)* rot grad $(\phi\mathbf{A})$.

Elegir solo dos incisos

Tercer Parcial de Análisis Vectorial

Resolver solo cuatro ejercicios de seis

1.-

Suponga que $\mathbf{R}(t) = (3t^2 - t)\mathbf{i} + (2 - 6t)\mathbf{j} - 4t\mathbf{k}$. Encuentre *a*) $\int \mathbf{R}(t)\, dt$

2.-

Sea $\mathbf{A} = t\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2t\mathbf{k}$, $\mathbf{B} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ y $\mathbf{C} = 3\mathbf{i} + t\mathbf{j} - \mathbf{k}$. Evalúe *a*) $\int_1^2 \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \times \mathbf{C}\, dt$

3.-

Verifique el teorema de Green en el plano para $\oint_C (3x^2 - 8y^2)\,dx + (4y - 6xy)\,dy$, donde C es la frontera de la región definida por *a*) $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$; *b*) $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 1$.

Solo hacer un inciso a) o b)

4.-

Evalúe $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, dS$, donde $\mathbf{F} = 2xy\mathbf{i} + yz^2\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$ y S es:

La superficie del paralelepípedo limitado por $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = 2$, $y = 1$ y $z = 3$.

5.-

Verifique el teorema de Stokes para $\mathbf{A} = (y - z + 2)\mathbf{i} + (yz + 4)\mathbf{j} - xz\mathbf{k}$, donde S es la superficie del cubo $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = 2$, $y = 2$ y $z = 2$, sobre el plano xy.

6.-

Demuestre que $\mathbf{F} = (y^2 \cos x + z^3)\mathbf{i} + (2y \operatorname{sen} x - 4)\mathbf{j} + (3xz^2 + 2)\mathbf{k}$ es un campo de fuerzas conservativo.

Análisis Vectorial
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ______________________ **Grupo:** __________ **Calif:** ______

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1._ Resolver a) $\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}+6\frac{d\mathbf{r}}{dt}+34\mathbf{r}=\mathbf{0}$, b) $\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}+12\frac{d\mathbf{r}}{dt}+36\mathbf{r}=\mathbf{0}$, c) $\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}+8\mathbf{r}=\mathbf{0}$.

2._ Para la curva C representada por la función

$$\mathbf{r}(t)=\frac{t^2}{2}\mathbf{i}+\frac{2\sqrt{14}}{3}t^{3/2}\mathbf{j}+7t\mathbf{k},\qquad t\geq 0$$

a) Calcular $\mathbf{T}$, $\mathbf{N}$ y $\mathbf{B}$.

b) Calcular κ y τ.

c) Mediante la relación

$$s(t)=\int_0^t \|\mathbf{f}'(\xi)\|\,d\xi$$

calcular t=q(s).

3._ Sea $\mathbf{f}:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ con $\mathbf{f}(x,y,z)=\left[xyz\exp\left(3-xy+z\right),xy^2z,\ln\left(x^2+y^2+z^2\right)\right]$. Calcular $\mathbf{Df}$.

4._ Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie $x^3yz^2-3xyz^3-60=0$ en el punto $(-1,2,3)$.

5._ Calcular $\nabla^2 f(r)$, donde $f(r)=e^{-r^2}$.

Análisis Vectorial
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ______________________ **Grupo:** ________ **Calif:** ____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1._ Resolver a) $\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + 14\frac{d\mathbf{r}}{dt} + 58\mathbf{r} = \mathbf{0}$, b) $\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + 6\frac{d\mathbf{r}}{dt} + 9\mathbf{r} = \mathbf{0}$, c) $\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + 28\mathbf{r} = \mathbf{0}$.

2._ Para la curva C representada por la función

$$\mathbf{r}(t) = \frac{t^2}{2}\mathbf{i} + 2\sqrt{2}t^{3/2}\mathbf{j} + 9t\mathbf{k}, \qquad t \geq 0$$

a) Calcular $\mathbf{T}$, $\mathbf{N}$ y $\mathbf{B}$.

b) Calcular κ y τ.

c) Mediante la relación

$$s(t) = \int_0^t \|\mathbf{f}'(\xi)\|\, d\xi$$

calcular t=q(s).

3._ Sea $\mathbf{f}: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ con $\mathbf{f}(x,y) = \left[x^2y^2\exp\left(y^2 - x^2\right), \arctan\left(\frac{y}{x}\right), \ln\left(x^2 + y^2\right)\right]$. Calcular $\mathbf{Df}$.

4._ Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie $xy^3z^2 - 5xyz^2 + 100 = 0$ en el punto $(-2,-2,5)$.

5._ Una función $u = f(x,y)$ con derivadas parciales continuas que satisfagan la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

se llama *función armónica*. Mostrar que la función $u(x,y) = x^3 - 3xy^2$ es armónica.

Análisis Vectorial
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ______________________ **Grupo:** ________ **Calif:** ____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1.- Calcular el área de la superficie del paraboloide invertido acotado por los planos coordenados yz y zx en el primer octante, donde el paraboloide invertido tiene como ecuación $z = 30 - 5x^2 - 5y^2$.

2.- Demostrar que

$$\mathbf{f} = \left[y^2z^2 + 5y - 3z, 2xyz^2 - 2z + 5x, 2xy^2z - 2y - 3x\right]$$

es conservativo y hallar ϕ tal que $\mathbf{f} = \nabla\phi$.

3.- Calcular el trabajo W que realiza una fuerza al aplicarse a una partícula que se mueve en en una trayectoria C que es la rama positiva de la eplipse $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{36} = 1$, donde $W = \int_C \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r}$ y $\mathbf{f} = [x - 2y, y - 3x]$.

4.- Utilizar integración iterada para calcular el área del triángulo ΔABC, donde, $A = (-3, 5)$, $B = (-1, -9)$ y $C = (2, 7)$.

5.- Si $\vec{f} = (3y - 2z)\hat{i} + (x - z)\hat{j} + (2x - y)\hat{k}$, calcular $\iint_S \vec{f} \cdot d\vec{S}$, donde S es la superficie cilíndrica $x^2 + z^2 = 16$ y $0 \leq y \leq 13$ en el primer octante, acotada también por los planos coordenados xy, yz.

Análisis Vectorial

Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ______________________ **Grupo:** ________ **Calif:** _____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1._ Calcular el área de la superficie del paraboloide invertido acotado por los planos coordenados yz y zx en el primer octante, donde el paraboloide invertido tiene como ecuación $z = 64 - 4x^2 - 4y^2$.

2._ Demostrar que

$$\mathbf{f} = \left[y^3z^2 + z^2 - 6xy, 3xy^2z^2 - 3x^2 + 6z, 2xy^3z + 2xz + 6y\right]$$

es conservativo y hallar ϕ tal que $\mathbf{f} = \nabla\phi$ y $\phi(-1, 2, 1) = 1$.

3._ Calcular el trabajo W que realiza una fuerza al aplicarse a una partícula que se mueve en en una trayectoria C que es la rama positiva de la eplipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{64} = 1$, donde $W = \int_C \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r}$ y $\mathbf{f} = [2x - 5y, 3x + 2y]$.

4._ Utilizar integración iterada para calcular el área del triángulo ΔABC, donde, $A = (-7, -2)$, $B = (5, 1)$ y $C = (0, 7)$.

5._ Si $\vec{f} = (2x - y)\hat{i} + (x + z)\hat{j} + (z - x)\hat{k}$, calcular $\iint_S \vec{f} \cdot d\vec{S}$, donde S es la superficie cilíndrica $y^2 + z^2 = 25$ y $0 \leq x \leq 11$ en el primer octante, acotada también por los planos coordenados xy, zx.

Análisis Vectorial
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ______________________________ **No. de boleta:** __________ **Calif:** _____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1._ Usted se da cuenta que el techo de su casa (segmento de plano) es representado en sus vértices por los puntos $P_0 = (-1, 0, 5)$, $P_1 = (0, 1, 9)$, $P_2 = (0, -1, 5)$ y $P_3 = (1, 0, 9)$, si se considera cierto sistema de coordenadas rectangular ”anclado” en una esquina de su recámara.

   a) Calcular el área del techo.
   b) Calcular la ecuación del plano que contiene al techo.
   c) Un dron se encuentra en las coordenadas $(5, 7, 19)$. Calcular la distancia del dron al techo.

2._ Desarrollar la siguiente expresión

$$\left[\vec{C} - \vec{B}\right] \times \left\{ \left[\vec{A} + \vec{C}\right] \times \left[\vec{B} - \vec{A}\right] \right\}$$

3._ Hallar la ecuación de la recta $\mathfrak{L}_1$ que pasa por el punto $(-1, 7, 2)$ y que es paralela a la recta $\mathfrak{L}_2$, donde $\mathfrak{L}_2 = \mathfrak{P}_1 \bigcap \mathfrak{P}_2$, es la intersección de los planos

$$\mathfrak{P}_1 = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 5x - 2y + 3z = -1\right\}$$

y

$$\mathfrak{P}_2 = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 6y + 5z = 9\right\}.$$

4._ Para el triángulo ΔABC en el plano, donde $A = (-2, -5)$, $B = (7, 9)$ y $C = (2, -6)$. Calcular los vectores de dirección de sus bisectrices. ***Sugerencia:*** Utilizar al vector $\vec{v} = \|\vec{a}\| \vec{b} + \left\|\vec{b}\right\| \vec{a}$ que biseca el ángulo entre $\vec{a}$ y $\vec{b}$.

5._ Una vez que se haya comprobado que los siguientes vectores son no coplanares, obtener los correspondientes vectores recíprocos a $\vec{b}_1 = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b}_2 = \hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ y $\vec{b}_3 = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$.

Análisis Vectorial
Prof. Jesús Ortuño Araujo.

Nombre: ____________________ **No. de boleta:** __________ **Calif:** _____

Instrucciones: *Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.*

1._ Considere los siguientes problemas.

a) Calcular el volumen de la pirámide cuadrangular que tiene como vértices a los puntos $P_0 = (1, 0, 0)$, $P_1 = (0, 1, 0)$, $\mathrm{P}_2 = (-1, 0, 0)\mathrm{P}_3 = (0, -1, 0)$ y $P_4 = (0, 0, 7)$.

b) Calcular las ecuaciones de los planos que pasan por sus cinco caras.

c) Calcular el área superficial de la pirámide.

2._ Simplificar la expresión

$$\left[(\vec{A}\cdot\vec{B})\vec{C} + (\vec{C}\cdot\vec{B})\vec{A}\right] \times \left[(\vec{A}\cdot\vec{C})\vec{B} + (\vec{C}\cdot\vec{B})\vec{A}\right] \cdot \left[\vec{A} - \vec{B} + \vec{C}\right]$$

3._ Hallar la distancia del punto $P_1 = (-7, 1, -5)$ a la recta $\mathfrak{L}$ que es la intersección de los planos

$$\mathfrak{P}_1 = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - y + 3z = 9\right\}$$

y

$$\mathfrak{P}_2 = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 5x + 4y - z = -3\right\}$$

4._ Para el triángulo ΔABC en el plano, en donde $A = (-3, 5)$, $B = (2, -1)$ y $C = (6, 8)$.

a) Calcular las ecuaciones vectoriales de sus tres mediatrices.

b) Calcular su circuncentro.

5._ Hallar un conjunto de vectores que sean recíprocos al formado por $\vec{b}_1 = 5\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 2\hat{k}$, $\vec{b}_2 = -2\hat{\imath} + \hat{\jmath} - 3\hat{k}$ y $\vec{b}_3 = 4\hat{\imath} - \hat{\jmath} + \hat{k}$.

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO
ACADEMIA DE CIENCIAS BÁSICAS
EXAMEN EXTRAORDINARIO DE ANÁLISIS VECTORIAL
CICLO ESCOLAR 2020-2021/II **GPO ISCV3**

Profesor Juan Manuel Carballo Jiménez

Nombre del estudiante ____

INSTRUCCIONES Resuelva los siguientes ejercicios justificando matemáticamente todo su procedimiento, siguiendo una estructura lógica en su desarrollo. Es importante la notación vectorial, si un vector no se expresa correctamente, el problema vale cero. Escriba sus problemas con tinta. Deberá subir su examen perfectamente legible en un solo archivo PDF a la plataforma de classroom. En caso de no verse bien o no entenderse por estar todo amontonado no se tomará en cuenta. Encierre los resultados finales a los que llega en un rectángulo. Tendrá 120 minutos para resolver 5 problemas más 10 minutos para subir el archivo de su examen. Y a pesar de que le parezca absurda y anticuada la recomendación que he hecho en cada examen, insisto: Me apego a su HONESTIDAD y responsabilidad y confió en que no copiará. Recuerde, si falla en prepararse, se está preparando para fallar.

Benjamín Franklin.

1.- Considere los puntos P(1,2, -1), Q(2, -2, 5) y R(-3, 2, 4)

a) Encuentre una ecuación para el plano que contiene a los puntos P,Q y R
b) Encuentre la ecuación de la recta perpendicular al plano y que pasa por el punto (2,4,7)
c) Calcule la distancia del punto (5, -2, 1) al plano.
d) Calcule la distancia del punto (-1,2,0) a la recta del inciso b)
e) Demuestre que $\left\|\vec{A}x\vec{B}\right\|^2 + \left|\vec{A}\cdot\vec{B}\right|^2 = \left\|\vec{A}\right\|^2\left\|\vec{B}\right\|^2$

Valor 3 puntos

2.-a) Sea $f(x,y) = \frac{\sqrt{49 - x^2 - y^2}}{x - y}$ .Dibujar el dominio de la función y grafique los valores que toma la función en los vectores (6/5, 7/5), (3/2,2) y (2,1)

b) Calcular la derivada direccional de la función escalar en el punto dado y en la dirección indicada donde $\varphi(x,y) = ln(xy) + e^{x+y}$ en (2,3) con dirección

$\frac{1}{\sqrt{3}}i + \frac{1}{\sqrt{2}}j$, además encuentre la dirección de máximo y mínimo crecimiento de dicha función en ese punto.

c) Hallar $\nabla^2 \left[\nabla \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r^2}\right)\right]$

Valor 3 puntos

3. Siendo $\vec{F} = (x - y^2)i + (x^2 - y)j,\ hallar\ \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ directamente. Donde C es la circunferencia

$$x^2 + y^2 = 36$$

Puede necesitar el hecho de que

$$\int_0^{2\pi} sen^3 t = \int_0^{2\pi} cos^3 t = 0$$

Valor 2 puntos

4. Resolver el problema 3 aplicando el teorema de Green en el plano.

Valor 2 puntos

Segundo Examen Parcial del curso Análisis Vectorial.
Prof. Darwin Gutiérrez
Instrucciones: Resuelva correctamente los siguientes ejercicios justificando todos sus procedimientos mandando fotos claras en un archivo pdf, tiene exactamente 2 hrs cada ejercicio vale 1,5 **puntos.**
Nombre:

1. Sean $f(x,y) = \frac{\sqrt{49-x^2-y^2}}{x-y}$ y $g(x,y) = \sqrt{ln(y-x+2)}$. Dibujar el dominio de cada una y graficar (si es posible) los valores de la función $f(x,y)$ en los siguientes vectores: $(6/5, 7/5)$, $(3/2, 2)$,$(2, 1)$. Y $g(x,y)$ en los siguientes vectores: $(1,3)$, $(3/2,2)$, $(2,3/2)$
2. Encuentre el plano tangente a las superficies siguientes en los puntos indicados, graficar el plano.
   - $z = 3x^2y - 2x^3y - xy$ en $(2,2,-12)$
   - $xy - xz - yz = -4$ en $(2,1,2)$.
3. Dibuje las curvas de nivel para la función $f(x,y) = x^2 - y^2 - 2$ en $k = -2, -1, 0, 1, 2$ y a partir de esas curvas realizar el bosquejo de la grafica de la función.
4. Calcular la derivada direccional de la siguiente función escalar en el punto dado y en la dirección indicada $\phi(x,y) = ln(xy) + e^{x+y}$ en $(2,3)$ con dirección $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$. Además encuentre la dirección de máximo y mínimo crecimiento de dicha función en es punto.
5. Encuentre los siguientes limites.
   - $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{-x^2-y^2+6x+8y-9}{x^2-y^2+3}$
   - $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} (\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2})^2$
   - $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{5x^2y}{x^2+y^2}$
6. Sean $\overrightarrow{f}(t)$ y $\overrightarrow{g}(t)$ dos curvas, demuestre que:
$$[\overrightarrow{f} \times \overrightarrow{g}]' = \overrightarrow{f} \times \overrightarrow{g}' + \overrightarrow{f}' \times \overrightarrow{g}.$$
   Apliqué el resultado para calcular $[(t, \frac{1}{t}, t^2) \times (t-1, \frac{1}{t}, (t-1)^2)]'$
7. Sea $\overrightarrow{F} = (xyz, xyz-2, x+y+z)$, calcular
$$[\nabla \times (\nabla \times F)] \times [\nabla^2 F]$$

.

Tercer Examen Parcial del curso Análisis Vectorial.
Prof. Darwin Gutiérrez

Instrucciones: Resuelva correctamente los siguientes ejercicios justificando todos sus procedimientos y relizando los gráficos necesarios en cada ejercicio, mande fotos claras en un archivo pdf, tiene exactamente 2 hrs cada ejercicio vale 2 **puntos.**

Nombre:

1. Calcule el área comprendida entre las gráficas de las funciones $y = 6 - x^2$ y $y = x^2$. Ademas calcule $\int\int_R (x + y)dA$ donde R es la región anterior.
2. Calcule el volumen de una sección del cilindro $z = 9 - y^2$ que se encuentra en el primer octante y que se corta por el palno $x = 5$. Calcular también $\int\int\int_V (z)dV$ con V el volumen que encierra la sección del cilindro anterior.
3. Calcular $\int_r \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r}$ para:
   - $\overrightarrow{F} = (2x^2, y)$ y la curva r es el segmento de linea recta que une al $(-3, -2)$ al $(3, 2)$
   - $\overrightarrow{F} = (y, -z, -x)$ y la curva r es el segmento de linea recta que une al $(-3, -2, -1)$ al $(3, 2, 1)$
4. Calcular $\oint_r \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r}$ para:
   - $\overrightarrow{F} = (-y, 2x)$ y la curva r cerrada es el perimetro de la circunferencia $(x-5)^2+(y-4)^2 = 4$
   - $\overrightarrow{F} = (y, -z, -x)$ y la curva r cerrada es la union de los segmentos de linea recta que unen a los vertices $(4, 0, 0), (0, 5, 0)$ y $(0, 0, 5)$.
5. Calcular la integral de superficie $\oiint_S \overrightarrow{F} \cdot \hat{n}dS$ donde $\overrightarrow{F} = (0, 0, \frac{z^2}{2})$ y
   - S son las tapas del cubo delimitado por los planos $x = 0, x = 4, y = 0, y = 5, z = 0, z = 3$.
   - S es la esfera de radio 1 centrada en el origen.

Ejercicios de Análisis Vectorial

1. Considere los vectores unitarios $\hat{u} = (x_1, y_1)$ y $\hat{v} = (x_2, y_2)$ los cuales forman ángulos β y α con el semieje positivo x. Deducir la expresión siguiente,

$$cos(\alpha + \beta) = cos(\beta)cos(\alpha) - sen(\beta)sen(\alpha)$$
$$sen(\alpha + \beta) = cos(\alpha)sen(\beta) + cos(\beta)sen(\alpha)$$

Utilice solamente argumentos vectoriales.

2. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de coordenadas $\vec{r}_0 = (3,1,-2)$ y que intersecta de forma perpendicular a la recta cuya ecuación está dada por, $x = -1 + t$, y$= -2 + t$ y $z = -1 + t$. Determinar las coordenadas del punto donde ambas rectas se intersectan.

3. Halla las coordenadas de los puntos en donde la recta $\vec{r}(t) = (3 + 4t, 7 + 5t, -2 + 3t)$ intersecta a los planos coordenados xy, yz y xz.

4. Un niño se desliza por un tobogán de manera que la posición del niño esta descrita por la ecuación $\vec{r}(t) = 2t\, sen(2\, t)\, \hat{\imath} + 2\, cos(2\, t)\, \hat{\jmath} + 0.5\, t\, \hat{k}$. Bosqueje la forma de la trayectoria en el espacio. Para $t = 2\, seg$, determine los ángulos que forman el vector de posición del objeto con los vectores de velocidad y aceleración.

5. Suponga que un objeto describe una trayectoria dada por la ecuación vectorial $\vec{r}(t) = (t, 2t, 5 - 4.9t^2)$. Bosqueje la forma de la trayectoria en el espacio. Para $t = 0.5\, seg$, determine los ángulos que forman el vector de posición del objeto con los vectores de velocidad y aceleración.

6. Halle un vector unitario perpendicular al gradiente de la función

$$f(x, y, z) = 3 - \frac{x}{3} - \frac{y}{2}$$

en el punto de coordenadas $(3,2,-1)$ y calcule la derivada direccional en este punto, en la dirección del vector perpendicular que previamente determino. Explique el significado geométrico del resultado.

7. Considere el siguiente campo o función escalar

$$\phi(\vec{r}) = \phi(x, y, z) = 2xz + z^2 exp(y)$$

8. Determinar la derivada direccional del campo en la dirección del vector $\vec{u} = (2,-2,3)$, en el punto de coordenadas $\vec{p} = (2,1,1)$. Indicar en que dirección el campo tiene su máxima variación y cual es la magnitud de dicha razón de cambio, en el punto de coordenadas $\vec{p} = (2,1,1)$. Determine el plano tangente a la función escalar en el punto de coordenadas $\vec{p} = (2,1,1)$.

10. El campo eléctrico asociado a una carga eléctrica puntual de magnitud q, se expresa mediante la siguiente función o campo vectorial,

$$\vec{E}(\vec{r}) = k\frac{q}{r^2}\hat{r} = k\frac{q}{r^3}\vec{r}$$

$k, q = cte$. Mostrar que la divergencia y el rotacional del campo eléctrico es igual al vector cero, menciona una explicación del significado del resultado.

Exámenes de análisis vectorial 21-2

Jesús Alfredo Martínez Nuño

Primer examen

1. Considere los puntos *P= (1,2,-1), Q= (2,-2,5) y R(-3,2,4)*
   a) Encuentre una ecuación para el plano que contiene a los puntos P, *Q* y R
   b) Encuentre la ecuación de la recta perpendicular al plano y que pasa por el punto(2,4,7)
   c) Calcule la distancia del origen al plano.
   d) Calcule la distancia del punto (5, -2, 1) al plano.
   e) calcule la distancia del punto (-1, 2, 0) a la recta del inciso b.

2. Obtenga una fórmula para el área de un triangulo dados tres puntos $(x_1, y_1), (x_2, y_2)\ y\ (x_3, y_3)$

3. Calcule un vector en la dirección de la bisectriz de las rectas

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2}\ y\ \frac{x+2}{-3} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{3}$$

4 Demuestre que $|A \times B|^2 + |A \cdot B|^2 = |A|^2|B|^2$

Segundo examen

1. Dados los siguientes campos vectoriales y escalares

$$A = (-xyz, 2xyz, 3xyz)$$
$$B = (yz, -2xz, -3xy)$$
$$\phi = 5xyz$$
$$\psi = 7(x^2 + y^2 + z^2)^2 = 7r^4$$

   Calcule:
   a) $\nabla \cdot (\mathrm{A} \times \nabla\phi)$
   b) $(B \cdot \nabla\psi)$

2. Dadas las superficies (bosquejarlas)

$$s1:\ \ x^2 + y^2 + z^2 = 650$$

Y

$$s2:\ \ z = x^2 + y^2$$

   Calcular dos puntos distintos p1 y p2 donde se cruzan las superficies. (aproxime con 2 decimales si es necesario)
   a) Calcular el coseno de algunos de los dos ángulos con el que se cruzan las superficies en el punto p2
   b) Calcule la ecuación del plano tangente a la superficie s1 en el punto p1
   c) Calcule la ecuación de la recta perpendicular a la superficie s2 en el punto p2

3. Calcule la derivada direccional del campo escalar asociado a la superficie s1 en el punto p2

Tercer examen

1. Si $\vec{\mathrm{A}} = (\mathrm{x}^2\mathrm{yz})\hat{\imath} + (\mathrm{xy}^2 z)\hat{\jmath} + (\mathrm{xyz}^2)\hat{\mathrm{k}}$ y S es la superficie del cubo limitado por x=0, y=0, z=0, x=1, y=1, z=1, calcular $\oiint_S \ \vec{\mathrm{A}} \cdot \hat{\mathrm{n}}\ \mathrm{ds}$
   a) Directamente
   b) Usando el teorema de la divergencia de Gauss

2. Calcular la integral $\oint_C \ (\mathrm{x} - \mathrm{y}^2)\mathrm{dx} + (\mathrm{x}^2 - \mathrm{y})\mathrm{dy}$, siendo C: $\mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2 = 36$
   a) Directamente
   b) Usando el teorema de Green

3. Hallar: $\iint (\nabla \times \vec{\mathrm{A}}) \cdot \hat{\mathrm{n}}\ \mathrm{ds}$, donde $\vec{\mathrm{A}} = \mathrm{xyz}\hat{\imath} + (2\mathrm{x} - z^2)\hat{\jmath} + (\mathrm{x} + 3\mathrm{y})\hat{\mathrm{k}}$, donde S es la superficie contenida por la curva $\mathrm{y}^2 + \mathrm{z}^2 = 25$, x=constante;
   a) Directamente
   b) Usando el teorema de Stokes

Primer examen departamental de analisis vectorial

Nombre:
Resolver unicamente cinco de los siguientes problemas

1. Si $\overrightarrow{a} \bullet \overrightarrow{b} = \overrightarrow{a} \bullet \overrightarrow{c} = \overrightarrow{b} \bullet \overrightarrow{c} = -\frac{k^2}{2}$ y $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} = \overrightarrow{0}$, encontrar las magnitudes de $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ y $\overrightarrow{c}$

2. Demostrar que si $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ y $\overrightarrow{c}$, son vectores no paralelos y $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \overrightarrow{c} \times \overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \times \overrightarrow{c}$, entonces $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} = \overrightarrow{0}$

3. Si $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \times \overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{c} \times \overrightarrow{a}$ y $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$. Hallar las longitudes de los vectores y los angulos entre ellos

4. Muestre que el area de un triángulo que tiene por lados a las medianas de este, tiene $\frac{3}{4}$ del area del triangulo original

   Demostrar que el area del trapecio $ABCD$ donde $AD \parallel BC$ donde $k = \frac{|BC|}{|AD|}$ es igual a $\frac{1+k}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}\right|$

5. Calcular el ángulo agudo de las diagonales de un cubo

6. Encontrar la distancia del punto $\overrightarrow{a}$ al plano $\overrightarrow{r} \bullet \overrightarrow{N} = D$ medida paralelamente a la recta $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}t$

7. Encontrar la ecuación de la recta que se encuentra sobre el plano $\overrightarrow{r} \bullet \overrightarrow{N} = D$, y que es proyección ortogonal sobre el plano de la recta $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{r_0} + \overrightarrow{a}t$

Segundo examen departamental de analisis vectorial

Nombre:
Resolver unicamente cinco de los siguientes problemas

1. Las curvas $\overrightarrow{r_1} = t\widehat{i} + t^2\widehat{j} + t^3\widehat{k}$ y $\overrightarrow{r_2} = \sin t\widehat{i} + \sin 2t\widehat{j} + t\widehat{k}$, se cortan en el origen. Determine el ángulo de corte aproximado al grado más cercano

2. Calcular el rotacional del campo vectorial dado
$\overrightarrow{F} = (xye^x)\,\widehat{i} - \left(\frac{x^3yz}{e^{-z}}\right)\widehat{j} + (xy^2e^y)\,\widehat{k}$

3. Calcular la divergencia del campo vectorial dado
$\overrightarrow{F} = (5y^3)\,\widehat{i} + \left(\frac{x^3y^2}{2} - xy\right)\widehat{j} - (x^3yz - xz)\,\widehat{k}$

4. Calcular $\nabla\left(\overrightarrow{a} \bullet \nabla\left[\frac{1}{r}\right]\right) + \nabla\times\left(\overrightarrow{a} \times \nabla\left[\frac{1}{r}\right]\right)$

5. Hallar el ángulo agudo entre las superficies $xy^2z = 3x + z^2$ y $3x^2 - y^2 + 2z = 1$ en el punto $(1, -2, 1)$

6. Para que valores de m y n $\overrightarrow{F} = (xyz)^m\left(x^n\widehat{i} + y^n\widehat{j} + z^n\widehat{k}\right)$ se tiene $\nabla\times\overrightarrow{F} = \overrightarrow{0}$

7. Verificar la identidad $\nabla \bullet \left[\overrightarrow{F} \times \overrightarrow{r}\right] = \overrightarrow{r} \bullet \left(\nabla \times \overrightarrow{F}\right)$

Tercer examen departamental de analisis vectorial

Nombre:
Resolver unicamente cinco de los siguientes problemas

1. Calcular la longitud de la curva que resulta de la interseccion de las superficies $y = a - z$ y $z = a^2 - x^2$ en $z > 0$

2. Calcular la longitud de la curva que resulta de la interseccion de las superficies $x = \sqrt{2}a - z$, $y = 2a^2 - z^2$ y $y = z^2$ en el primer octante

3. Calcular la integral

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 e^{\frac{y}{x}} dxdy$$

4. Calcular el volumen limitado por $x^2 + y^2 + z^2 = 2az$ y la $x^2 + y^2 = z^2$

5. Hallar el area de la porción de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2ay$ que esta dentro de $by = x^2 + z^2$

6. Verifique el teorema de Stokes para el campo vectorial $\overrightarrow{F} = (y^2 - z^2)\,\widehat{i} + (z^2 - x^2)\,\widehat{j} + (x^2 - y^2)\,\widehat{k}$ y la curva que resulta de la interseccion de los planos del cubo $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq a$, $0 \leq z \leq a$ con el plano $x + y + z = \frac{3a}{2}$ recorrida en sentido antihorario (debe realizar las dos partes del teorema)

7. verificarel teorema de la divergencia con el campo vectorial $\overrightarrow{F} = ax\widehat{i} + by\widehat{j} + cz\widehat{k}$ y la superficie que encierra un paralelepipedo de base cuadrada de lado d y altura h (debe realizar las dos partes del teorema)

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO
ACADEMIA DE CIENCIAS BÁSICAS
SEGUNDO EXAMEN DEPARTAMENTAL DE ANÁLISIS VECTORIAL
CICLO ESCOLAR 2020-2021/II **GPO ISCV3**

Profesor Juan Manuel Carballo Jiménez

Nombre del estudiante ____

INSTRUCCIONES Resuelva los siguientes ejercicios justificando matemáticamente todo su procedimiento, siguiendo una estructura lógica en su desarrollo. Es importante la notación vectorial, si un vector no se expresa correctamente, el problema vale cero. Escriba sus problemas con tinta. Deberá subir su examen perfectamente legible en un solo archivo PDF a la plataforma de classroom. En caso de no verse bien o no entenderse por estar todo amontonado no se tomará en cuenta . Encierre los resultados finales a los que llega en un rectángulo. Tendrá 90 minutos para resolver 5 problemas más 10 minutos para subir el archivo de su examen. Me apego a su HONESTIDAD y responsabilidad y confió en que no copiará. Recuerde, si falla en prepararse, se está preparando para fallar.

Benjamín Franklin.

1. Hallar el campo vectorial $\vec{F}$ de tal manera que
   $\vec{F} = f(r)\vec{r} \quad y \quad \nabla \cdot \vec{F} = f(r)$, es decir halle la función $f(r)$ **Valor 2 puntos**

2. A) Demostrar que $\nabla^2 f(r) = f''(r) + \frac{2}{r} f'(r)$
   B) Hallar $\nabla^2(ln\sqrt{x^2+y^2+z^2})$ **Valor 2 puntos**

3. Si $P(V - b)e^{a/RVT} = RT$, donde V = V(T,P), probar que,

$$\frac{\partial V}{\partial T} = \frac{\left(R + \frac{a}{TV}\right)}{\left(\frac{RT}{V - a} - \frac{a}{V^2}\right)}$$

Valor 2 puntos

4. Dado el campo escalar $\varphi(x, y, z) = 2xz + e^{y}z^2$

A) Encontrar la derivada direccional en el punto (2,1,1) en la dirección del vector $\vec{u} = \langle 2,3,-1\rangle$

B) ¿Cuál es la dirección del máximo cambio de $\varphi(x, y, z)$ en el punto (2,1,1) y que valor tiene este máximo cambio?

C) Encuentra la ecuación de la recta normal y la ecuación del plano tangente a $\varphi(x, y, z) = c$ en el punto (2,1,1) **Valor 2 puntos**

5. A) Las curvas $\vec{r_1}(t) = \langle t, t^2, t^3\rangle$ y $\vec{r_2}(t) = \langle sent, sen2t, t\rangle$ se cortan en el origen. Hallar el ángulo de intersección, aproximado al grado más cercano.

B) Hallar $\vec{r}(t)$ si $\vec{r'}(t) = t^2 i + 4t^3 j - t^2 k$ y $\vec{r}(0) = j$ **Valor 2 puntos**

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO
ACADEMIA DE CIENCIAS BÁSICAS
TERCER EXAMEN DEPARTAMENTAL DE
ANÁLISIS VECTORIAL
CICLO ESCOLAR 2020-2021/II **GPO ISCV3**

Profesor Juan Manuel Carballo Jiménez

Nombre del estudiante ____

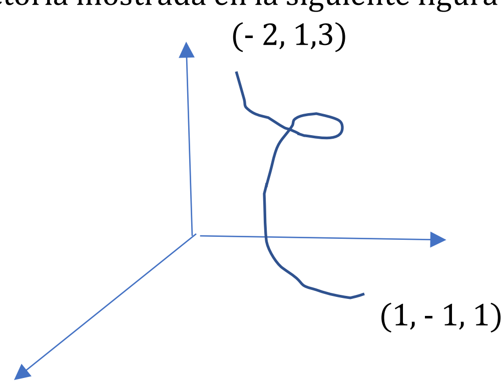
INSTRUCCIONES Resuelva los siguientes ejercicios justificando matemáticamente todo su procedimiento, siguiendo una estructura lógica en su desarrollo. Es importante la notación vectorial, si un vector no se expresa correctamente, el problema vale cero. Escriba sus problemas con tinta. Deberá subir su examen perfectamente legible en un solo archivo PDF a la plataforma de classroom. En caso de no verse bien o no entenderse por estar todo amontonado no se tomará en cuenta . Encierre los resultados finales a los que llega en un rectángulo. Tendrá 90 minutos para resolver 5 problemas más 10 minutos para subir el archivo de su examen. Me apego a su HONESTIDAD y responsabilidad y confió en que no copiará. Recuerde, si falla en prepararse, se está preparando para fallar.

Benjamín Franklin.

1. Si $\vec{F} = 3x^2yi + (x^3 + 1)j + 9z^2k$. Demostrar que se trata de un campo vectorial conservativo y evalúe

$$\int_{(1,-1,1)}^{(-2,1,3)} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

A lo largo de la trayectoria mostrada en la siguiente figura

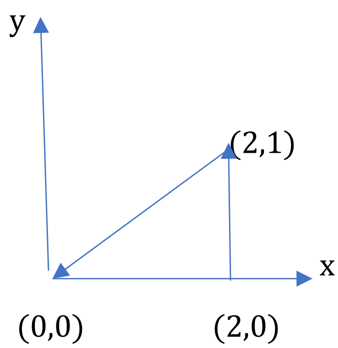


Valor 2 puntos

2. Determine el volumen del sólido limitado por las gráficas entre $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 9$, y la mitad de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, con el plano z =0. Trace una gráfica del volumen limitado. Sugerencia: Es muy conveniente utilizar coordenadas polares.

Valor 3 puntos

3. a) Siendo $\vec{F} = (2x + y^2)i + (3y - 4x)j$, hallar $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ a lo largo del triángulo C de la siguiente figura directamente



b) Usando el teorema de Green en el plano

Valor 3 puntos

4 . Hallar $\iint_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$ extendida a la superficie S del volumen limitado por el

cilindro $x^2 + z^2 = 9$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ e $y = 8$. Siendo

$$\vec{A} = 6zi + (2x + y)j - xk.$$

Valor 2 puntos

Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Cómputo
Subdirección Académica
Departamento de Formación Básica
Academia de Ciencias Básicas

Examen extraordinario de Análisis Vectorial

Nombre:____ **Calificación**________

Profesor: Crispin Herrera Yañez

Instrucciones: Resuelva los problemas propuestos a continuación. Desarrolle todos los pasos intermedios y explique lo que está realizando. Cada ejercicio, bien resuelto, vale dos puntos.

1. Sean $\overrightarrow{r}_1$ y $\overrightarrow{r}_2$ vectories unitarios del plano xy que forman los ángulos α y β con el semieje x positivo. A partir de $\overrightarrow{r}_1$ y $\overrightarrow{r}_2$ deducir las fórmulas trigonométricas
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)$$
$$\cos(\alpha-\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)$$

2. Demostrar que
$$\nabla(\nabla \times \overrightarrow{A}) = \nabla(\nabla \cdot \overrightarrow{A}) - \nabla^2 \overrightarrow{A}$$

3. Sea D la región acotada por el eje y y la parábola $x = -4y^2 + 3$. Calcular
$$\int_D x^3 y dx dy.$$

4. Comprobar el teorema de Green para el círculo D de centro $(0,0)$ y radio R, y las funciones:
$$P(x,y) = x + y, \quad Q(x,y) = y$$

5. Usar el teorema de Stokes para evaluar la integral de línea
$$\int_C -y^3 dx + x^3 dy - z^3 dz$$
donde C es la intersección del cilindro $x^2 + y^2 = 1$ y el plano $x + y + z = 1$, y la orientación de C corresponde a un movimiento en sentido contrario al de las agujas del reloj en el plano xy

Escuela Superior de Cómputo
Primer examen de Análisis Vectorial
Profesor: Crispin Herrera Yañez
Nombre del estudiante:____

1. Diga cuáles son los cosenos directores de la línea que une los puntos $(3, 2, -4)$ y $(1, -1, 2)$

2. Sean $\overrightarrow{r}_1$ y $\overrightarrow{r}_2$ vectories unitarios del plano xy que forman los ángulos α y β con el semieje x positivo. A partir de $\overrightarrow{r}_1$ y $\overrightarrow{r}_2$ deducir las fórmulas trigonométricas

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)$$

3. (Valor = 0.6 puntos) Desmostrar que

$$\left(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right) \cdot \left(\overrightarrow{c} \times \overrightarrow{d}\right) = (\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c})\left(\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{d}\right) - \left(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{d}\right)\left(\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{c}\right)$$

4. (Valor = 0.6 puntos) Si a y b son dos vectores unitarios y θ es el ángulo entre ellos, demostrar que

$$\frac{1}{2}|a - b| = \left|\sin\left(\frac{1}{2}\theta\right)\right|$$

5. Demostrar que las medianas de un triángulo se cortan en un punto, que se llama baricentro, a 1/3 del lado y 2/3 del vértice opuesto según cualquiera de ellas.

Escuela Superior de Cómputo
Segundo examen de Análisis Vectorial
Profesor: Crispin Herrera Yañez
Nombre del estudiante:____________________________________

1. Sea $\dfrac{d^2\overrightarrow{A}}{dt^2} = 6t\hat{\mathbf{i}} - 24t^2\hat{\mathbf{j}} + 4\sin(t)\hat{\mathbf{k}}$. Encuentre $\overrightarrow{A}$ dado que $\overrightarrow{A} = 2\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}}$ y $\dfrac{d\overrightarrow{A}}{dt} = -\hat{\mathbf{i}} - 3\hat{\mathbf{k}}$ en $t = 0$.

2. Demuestre que $\nabla f(r) = \dfrac{f'(r)}{r}\overrightarrow{r}$.

3. Demostrar que

$$\nabla(\nabla \times \overrightarrow{A}) = \nabla(\nabla \cdot \overrightarrow{A}) - \nabla^2\overrightarrow{A}$$

4. Encuentre la derivada direccional de $\varphi = 4xz^3 - 3x^2y^2z$ en $(2, -1, 2)$ en la dirección $2\hat{\mathbf{i}} - 3\hat{\mathbf{j}} + 6\hat{\mathbf{k}}$.

5. Encuentre una ecuación para el plano tangente a la superficie $xz^2 + x^2y = z - 1$ en el punto $(1, -3, 2)$.

Escuela Superior de Cómputo
Tercer examen de Análisis Vectorial
Profesor: Crispin Herrera Yañez
Nombre del estudiante:____

1. Sea D la región acotada por el eje y y la parábola $x = -4y^2 + 3$. Calcular

$$\int_D x^3 y dx dy.$$

2. Evalúe $\int\int_S A \cdot n dS$ para $A = (x + y^2)\hat{\mathbf{i}} - 2x\hat{\mathbf{j}} + 2yz\hat{\mathbf{k}}$ y S es la superficie del plano $2x + y + 2z = 6$ en el primer octante.

3. Suponga que $A = 6z\hat{\mathbf{i}} + (2x + y)\hat{\mathbf{j}} - x\hat{\mathbf{k}}$. Evalúe $\int\int_S A \cdot n dS$ sobre toda la superficie S de la región limitada por el cilindro $x^2 + y^2 = 9$, $x = 0$, $z = 0$ y $y = 8$.

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO
ACADEMIA DE CIENCIAS BÁSICAS
PRIMER EXAMEN DEPARTAMENTAL DE ANÁLISIS VECTORIAL
CICLO ESCOLAR 2020-2021/2 **GPO ISCV3**

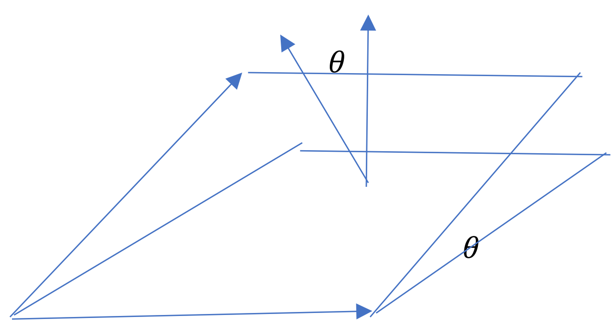
Profesor Juan Manuel Carballo Jiménez

Nombre del estudiante ____

INSTRUCCIONES Resuelva los siguientes ejercicios justificando matemáticamente todo su procedimiento, siguiendo una estructura lógica en su desarrollo. Es importante la notación vectorial, si un vector no se expresa correctamente, el problema vale cero. Escriba sus problemas con tinta. Me apego a su HONESTIDAD y responsabilidad y confió en que no copiará. Recuerde, si falla en prepararse, se está preparando para fallar.

Benjamín Franklin.

1. Definimos el ángulo θ entre dos planos como el ángulo entre sus vectores normales



Determine el ángulo entre los planos con ecuaciones

$$2x + 3y - z = -3 \quad y \quad 4x + 5y + z = 1$$

después determine las ecuaciones simétricas de su recta de intersección.

Valor 2 puntos

2. A) Demostrar que las rectas

$$\vec{l}_1(t): \quad x = t + 1, \quad y = 3t - 2, \quad z = -t + 4$$

$$\vec{l}_2(t): \quad x = 2s\,, \quad y = s + 3, \quad z = 4s - 3$$

Son oblicuas.

B) Encuentra la distancia entre ellas.

Valor 2 puntos

3. Sean $\vec{a}$ y $\vec{b}$ vectores unitarios. Calcular

$$(3\vec{a} \; - \; 4\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + 5\vec{b}) \quad si \quad \|\vec{a} + \vec{b}\| = \sqrt{3}$$

Valor 2 puntos

4. Dada la ecuación vectorial $\vec{r} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{b}$, donde $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son dos vectores conocidos, demostrar que

$$\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b} \quad \forall\, t \in R$$

Y muestra que $\vec{a} + t\vec{b}$ satisface idénticamente la igualdad.

Valor 2 puntos

5. Siendo $\vec{A} = x_1\vec{a} + y_1\vec{b} + z_1\vec{c}$, $\quad \vec{B} = x_2\vec{a} + y_2\vec{b} + z_2\vec{c}$, $\quad \vec{C} = x_3\vec{a} + y_3\vec{b} + z_3\vec{c}$, Demostrar que

$$\vec{A} \cdot \vec{B} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} (\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c})$$

Valor 2 puntos

Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Cómputo
Depto de formación básica

1er Examen Parcial de Análisis Vectorial

Prof. CRMG Fecha: Alumno:

Resolver solo 4 de los 6 problemas.

1.- Verificar que los tres planos tienen un punto en común y calcular sus coordenadas.

$x-2y+z-7=0,\ 2x+y-z+2=0,\ x-3y+2z-11=0$.

2.-Encontrar el plano que pasa por los puntos $P_1(1,2,3)$, $P_2(3,2,1)$ y es perpendicular al plano $4x-y+2z=7$.

3.- Determinar para qué valores de a y b los planos $2x-y+3z=2,\quad x+2y-z=b,\quad ax+y-6z=-10$. Tienen un punto en común y pasan por una recta.

4.- Determine el punto de intersección de las siguientes rectas:

$$(x,y,z)=(-1,2,1)+t(1,1,-1)\quad y\quad (x,y,z)=(1,1,2)+t(-4,2,-2)$$

5.- Hallar el punto donde se intersecan la recta y el plano.

$$x=-2-2t,\ y=1+3t\ ,z=3+2t,\ \ x+2y-2z+6=0$$

6.- Si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son vectores unitarios y θ es el ángulo entre ellos, demostrar que:

$$\frac{1}{2}|\vec{a}-\vec{b}|=|sen\frac{\theta}{2}|$$

Primer Examen Parcial del curso Análisis Vectorial.
Prof. Darwin Gutiérrez
Instrucciones: Resuelva correctamente los siguientes ejercicios justificando todos sus procedimientos y relizando los gráficos necesarios en cada ejercicio, mande fotos claras en un archivo pdf, tiene exactamente 2 hrs cada ejercicio vale 2 **puntos.**
Nombre:

1. Sean $\vec{a} = (4, 5, -2)$, $\vec{b} = 3\hat{\mathbf{i}} - 2\mathbf{j} \hat{+} 2\hat{\mathbf{k}}$ y $\vec{c} = (-3, 1, -2)$ vectores en $\mathbb{R}^3$. Calcular:
   a) $(\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{a} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{a}$
   b) $(\vec{a} \times \vec{c}) \cdot \vec{a} - (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{a}$
   c) $Proy_{\vec{a}}(\vec{b}) \times Proy_{\vec{b}}(\vec{a})$
   d) El ángulo entre los vectores $Proy_{\vec{a}}(\vec{b})$ y $Proy_{\vec{b}}(\vec{a})$
2. Considere una pecera que tiene vértices en el origen, $\vec{u} = \hat{\mathbf{i}} + 10\hat{\mathbf{j}}$, $\vec{v} = 10\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}}$, $\vec{w} = 20\hat{\mathbf{k}}$, $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} + \vec{w}$, $\vec{v} + \vec{w}$ y $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$. Dibuje dicha pecera y calcule su área y su volumen.
3. Demuestre que los vectores $(\vec{u} \times \vec{v})$ y $(\overrightarrow{3v} \times \vec{u})$ son siempre paralelos y los vectores $(\vec{u} \times \vec{v})$ y $\overrightarrow{3v}$ son siempre perpendiculares para cualquier par de vectores $\vec{u}, \vec{v}$.
4. Considere la recta $L_1 : \frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-2}{5}$ encuentre una recta L_2 que se intersecte con esta en un solo punto y sean perpendiculares entre si.
5. Considere el plano P_1 que contiene a los vectores $(1, 3, -2), (2, 4, 5), (2, 2, -5)$.Y sea P_2 el plano que pasa por el $(3, 2, -1)$ y paralelo al plano $2x - y + z = 3$. Hallar $P_1 \cap P_2$
6. Encontrar la ecuación de una esfera que sea tangente simultáneamente a los planos $x + y + z = 1$ y $x + y + z = 7$. Dibuje los planos y la esfera.