LINKÖPINGS UNIVERSITET
Produktionsekonomi, IEI
TPPE32 Finansiell riskhantering
VT 2021

Inlämningsuppgift 2

RISKMÅTT MARKNADSRISK & BACK TESTING

MÅL

Målet med denna uppgift är att skapa förståelse för estimering av marknadsrisk utifrån Value-at-Risk och expected shortfall givet olika fördelningsantaganden.

ORGANISATION

Inlämningsuppgiften genomförs i grupper om två studenter. Ni ska utgå från de finansiella tidsserierna i filen *timeSeries.xlsx*. Uppgiften ska genomföras i Matlab med stöd av Excel.

Inlämningen ska bestå av en skriftlig rapport och Matlab-filer med underliggande beräkningar, inklusive data, så att samtliga resultat kan genereras utifrån ett skript. Instruktioner för innehållet i den skriftliga rapporten presenteras i slutet av detta dokument.

Betyg: Godkänt/Underkänt

UPPGIFTER

Filen *timeSeries.xlsx* (se Lisam) innehåller data för problemen nedan. I deluppgift 1 och 2 ska ni utgå från en (statisk) likaviktad portfölj, d v s med konstanta portföljvikter $\omega = 1/n$, där n är antalet tillgångar. Låt $t = 0{,}1,\ldots,T$ representera tidpunkterna för observerad data (för respektive deluppgift) i instruktionerna nedan.

1. Value-at-Risk och Expected Shortfall

   a) Bestäm Value-at-Risk för $t = T+1$ med 1 veckas horisont på konfidensnivåerna 95, 97,5 respektive 99 % utifrån varians-kovariansmetoden under antagandet att aktiernas avkastningar, $R_{T+1} = \frac{S_{T+1}-S_T}{S_T}$, är multivariat normalfördelade. Antag att portföljvärdet $V_{p,T} = 10$ MSEK.

   Notera: Om $R_{T+1} \sim \mathcal{N}(\mu,\Sigma)$ följer det att $R_{p,T+1} = \omega^T R_{T+1} \sim \mathcal{N}(\omega^T\mu, \omega^T\Sigma\omega)$. Låt enligt instruktionerna ovan $\omega = 1/n$, där n är antalet tillgångar.

   b) Bestäm *relativt* $\mathrm{VaR}_{0{,}95,1v}$ och $\mathrm{VaR}_{0{,}99,1v}$ för $t = 502,\ldots,T$ utifrån antagandet att *logaritmiska portföljavkastningar* är normalfördelade med väntevärde noll. Estimera portföljvolatiliteten baserat på EWMA med $\lambda = 0{,}94$. Tillämpa[1]

   $$\frac{\mathrm{VaR}_{c,1v}(t)}{V_{p,t-1}} = 1 - e^{-\mathcal{N}^{-1}(c)\sigma_{p,t}}, \quad \sigma_{p,t}^2 = 0{,}94\sigma_{p,t-1}^2 + (1-0{,}94)r_{p,t-1}^2,$$

   där $r_{p,t} = \ln(1+R_{p,t})$. Initiera $\sigma_{p,2}^2 = r_{p,1}^2$ men beräkna första $\mathrm{VaR}_{c,1v}(t)$ för $t = 502$.

   Notera: ni ska inte beräkna portföljvärden, ty ni ska presentera relativt VaR under antagandet om en likaviktad portfölj.

   c) Bestäm *relativt* $\mathrm{VaR}_{0{,}95,1v}$ och $\mathrm{VaR}_{0{,}99,1v}$ för $t = 502,\ldots,T$ baserat på historisk simulering med rullande fönster om 500 historiska portföljavkastningar, $R_{p,t-1},\ldots,R_{p,t-500}$. Bestäm också Expected Shortfall, $\mathrm{ES}_{0{,}95,1v}$, för $t = T+1$ baserat på historisk simulering utifrån $R_{p,T},\ldots,R_{p,T-499}$.

   d) Bestäm *relativt* $\mathrm{VaR}_{0{,}95,1v}$ och $\mathrm{VaR}_{0{,}99,1v}$ för $t = 502,\ldots,T$ baserat på historisk simulering enligt Hull and White (1998)[2] med rullande fönster om 500 historiska portföljavkastningar, $R_{p,t-1},\ldots,R_{p,t-500}$. Estimera portföljvolatiliteter, $\sigma_{p,t}$, baserat på EWMA enligt

   $$\sigma_{p,t}^2 = 0{,}94\sigma_{p,t-1}^2 + (1-0{,}94)R_{p,t-1}^2$$

   och initiera $\sigma_{p,2}^2 = \frac{1}{19}\sum_{t=1}^{20}\left(R_{p,t} - \bar{R}_{p,t}\right)^2$, där $\bar{R}_{p,t} = \frac{1}{20}\sum_{t=1}^{20} R_{p,t}$.

   e) Genomför dubbelsidiga[3] *failure rate* test på signifikansnivåerna 1 % respektive 5 % för tidsserierna av VaR-estimat konstruerade i problem 1 b-d).

   Tips: Se föreläsning 6.

   f) Genomför testet för seriellt beroende i VaR-överskridelser för estimaten i uppgift 1 b-d) på signifikansnivåerna 1 % respektive 5 % utifrån Christoffersen (1998).[4]

[1] Notera att uttrycket för VaR är exakt givet antagandet att logaritmiska portföljavkastningar är normalfördelade. Vi har att $\mathrm{VaR}_{c,1v}(t) \approx \mathcal{N}^{-1}(c)\sigma_{p,t}V_{p,t-1}$.

[2] Beskrivningen i föreläsning 5 täcker de nödvändiga delarna för att implementera metoden, men läs gärna (delar av) artikeln vid intresse.

[3] D.v.s. givet nollhypotes $p = 1-c$, och mothypotes $p \neq 1-c$

[4] Beskrivningen i föreläsning 6 täcker de nödvändiga delarna för genomförande av testet, men läs gärna (delar av) artikeln vid intresse.

2. Extrem-värdes-teori (EVT)

   a) Använd extrem-värdes-teori (EVT) för att bestämma *relativt* $\text{VaR}_{0{,}99{,}1v}$ för den likaviktade aktieportföljen för $t = T+1$. Estimera parametrar med Maximum Likelihood Estimering (MLE) baserat på hela datamängden.

      Tips: se föreläsning 5.

   b) Estimera parametrarna (EVT) för en volatil period (använd c:a 5 års data).

3. Riskfaktormappning

   a) Bestäm $\text{VaR}_{0{,}99{,}1d}$ för portföljen av optioner på S&P 500 i bladet *Problem 3* för $t = T + 1$ genom att tillämpa metoden presenterad på föreläsning 7. Utgå från en linjär approximation med avseende på de tre riskfaktorerna S&P 500, σ_{VIX} och r^f under antagandet att riskfaktorerna[5] är multivariat normalfördelade. Använd Black-Scholes för prissättning och vid estimering av grekerna Δ, ν och ρ. Antag att den kontinuerliga utdelningstakten, $q = 5$ % (årsbasis).

   b) Bestäm det marginella bidraget till $\text{VaR}_{0{,}99{,}1d}$ från respektive option och riskfaktor.

      Tips: Var noggrann med enheter!

BIBLIOGRAFI:

Christoffersen, P. F. (1998). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review 39*, 841–862.

Hull, J. C. and A. White (1998). Incorporating volatility updating into the historical simulation method for value at risk. *Journal of Risk 1*, 5–19.

[5]Vi antar att logaritmiska avkastningar för S&P500 och förändringar ($\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$) i volatilitet respektive räntan är multivariat normalfördelade.

Instruktioner för skriftlig rapport:

Den skriftliga rapporten ska innehålla följande:

1. Value-at-Risk och Expected Shortfall

   a) Visa hur ni beräknat VaR och presentera estimaten.

   b-d) Presentera grafer med VaR-estimaten över hela perioden samt ES för sista datumet i 1 c).

   e-f) Presentera resultat från de statistiska testen och vilka slutsatser ni kunnat dra.

   Utgå från era resultat för att besvara vilken/vilka av metoderna som verkar fungera bäst för att estimera marknadsrisken i studerad portfölj. Motivera!

2. Extrem-värdes-teori

   a) Presentera efterfrågat VaR inklusive alla ingående storheter i dess uttryck.

   b) Presentera estimerade parametervärden.

   Plotta och tolka täthetsfunktionerna som följer från EVT. Jämför också storleken på VaR baserat på EVT med normalfördelningsantagande respektive historisk simulering!

3. Riskfaktormappning

   a) Redogör för hur ni beräknat portföljvolatiliteten och presentera ingående komponenter samt efterfrågat VaR.

   b) Redogör för hur ni beräknat det marginella bidraget till VaR från optionerna respektive riskfaktorerna och presentera de numeriska svaren.

   Kan ni rimlighetsbedöma era resultat?