1. Ergodisme:

Un processus aléatoire est dit ergodique lorsque les moyennes temporelles de tous les échantillons existent et sont indépendantes de l’échantillon.

La seule classe de processus aléatoires que nous retiendrons pour la pratique en théorie du signal est celle des processus à la fois stationnaires et ergodiques. Un théorème fondamental concerne ces signaux :

Théorème de Birkhoff

Si un processus est à la fois stationnaire et ergodique, alors les moments temporels et les moments statistiques sont égaux.

Ce théorème est fondamental : il montre que les propriétés statistiques des processus stationnaires et ergodiques peuvent être obtenus par l’observation d’une seule réalisation.

L’observation particulière, pendant un temps suffisamment long, permet, avec une précision convenable, de connaître les propriétés statistiques de l'ensemble des réalisations possibles. Ce résultat est heureux, car l'observation de l'ensemble des réalisations possibles du processus, à un instant donné, est elle-même physiquement impossible

Moments temporels;

X(t,w)étant un processus aléatoire réel ou complexe, on sait que X(t,w0)est une fonction déterministe du temps (pour cette valeur de ωOω0 représentant une observation particulière d'un phénomène physique aléatoire.

On définit un moment d'ordre 1 ou moyenne temporelle :

$$\langle X(t,\,\omega_0)\rangle = lim_{T\to 0}\left[\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{+T/2} X(t,\,\omega_0)\,dt\right]$$

On définit le moment d'ordre 2 ou fonction d'auto-corrélation temporelle par :

$$R_{xx}(\tau,\, \omega_0) = \langle X(t,\, \omega_0)\, X(t-\tau,\, \omega_0)\, \rangle$$
$$R_{xx}(\tau,\, \omega_0) = lim_{T\to 0} \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} X(t,\, \omega_0)\, X(t-\tau,\, \omega_0)\, dt \right] \quad ; \quad X(t,$$

Dans le cas d'un processus complexe :

$$R_{xx}(\tau,\, \omega_0) = \langle X(t,\, \omega_0)\, \overline{X(t-\tau,\, \omega_0)}\, \rangle$$

Ces grandeurs sont fonction de l'échantillon choisi.

Moments statistiques;

Pour un instant **t0** fixé, le processus aléatoire **X(t,w)**devient une variable aléatoire **X(t0,W)**dont on sait calculer :

.la moyenne statistique **E[X(t0,w)]:**

.la fonction d'autocorrélation statistique Rxx(t1,t2,w).

$$R_{xx}(t_1,\, t_2, \omega) = E\left[X(t_1, \omega)\, X(t_2,\, \omega)\right] \qquad X(t,\, \omega) \in \mathbb{C}$$

$$R_{xx}(t_1,\, t_2, \omega) = E\left[X(t_1, \omega)\, \overline{X(t_2,\, \omega)}\right] \qquad X(t,\, \omega) \in \mathbb{C}$$