

NOI2023 模拟赛 Solution

September 30, 2023

1 暴力操作

一定会将最小的 $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ 个变小, 将 c_i 修补为 $c_{i-1} \leq c_i, c_{ij} \leq c_i c_j$ 的形式, 再二分答案即可解决。复杂度 $O(n \log n + m \log m)$ 。

2 异或连通

注意到 1 条边只会在 $\log K$ 段区间里存在, 类似使用线段树分治即可, 复杂度 $O(n \log V \log n)$ 。

3 诡异键盘

考虑 DP, 我们需要求出打印出 i 向后到 j 需要多少次操作 (即我们选择一个 S_p , 将 S_p 打出, 然后删到只剩 $S[i \dots j]$ 这段)。我们建立 *trie* 树, 枚举 $[i, j]$, 暴力在子树中找一个 S_i , 这样只要求出删掉 $|S_i| - (j - i + 1)$ 个字符的最小次数。这样 DP 复杂度为 $O(\sum |S_i| + |S|^2)$ (一个 *trie* 树节点的答案只需求一次)。容易发现只需要预处理删掉 $[1, K)$ 个字符的最小次数, 这是一个类似“同余”最短路, 可以在 $O(K^2)$ 的时间解决。由于本质不同的长度为 \sqrt{n} , 所以复杂度其实是 $O(\sqrt{nTK})$ 。

4 民主选举

考虑设 $f_{x,s}$ 表示子树 x , 每个点最多有 s 票, 有多少票要投到子树上面。

那么对于一个点 x , 设其子树大小 (不包含自己) 为 s , 那么 x 最多有 s 票, 我们二分, 求出其他点能否满足每个点最多 $s - 1$ 票的条件。

考虑求一个全局的 s 使得 $f_{1,s} = 0$ (即每个点都不会超), 那么 $size > s$ 和 $size < s$ 的点的答案均确定了, 只需考虑 $size = s$ 的点。

此时用 $s - 1$ 求出一个答案, 容易发现由于 $size_x = s$, $f_{x,s-1} \leq 1$, 若 $f_{x,s-1} = 0$ 那么 $f_{1,s-1}$ 不会改变, 因此 x 点不能获胜, 否则若 $f_{1,s-1}$ 和根到 x 链上所有点均为 1, $f_{1,s-1}$ 会改成 0, 故 x 可以获胜。