

题目来源：[CF825G] Tree Queries

### 算法一 $n \leq 10^3$ 且 $q \leq 10^3$

每次询问时暴力跑答案。

期望得分 25 分。

### 算法二 $n \leq 10^3$

注意到每个投票装置第一次启动才有贡献，每次启动时暴力更新所有点的答案，询问的时候  $\mathcal{O}(1)$  回答。

期望得分 55 分。

### 算法三

把第一次 **启动的点** 定为根  $t$ ，设查询的点为  $x$ ，某个启动的点为  $y$ 。

则  $ans = \min_y \{dis(x, y)\}$ ，其中  $dis(x, y)$  表示  $x \rightarrow y$  路径上编号最小的点。

设  $x$  和  $y$  的 LCA 为  $z$ ，则  $dis(x, y) = \min(dis(x, z), dis(z, y))$ 。

因为  $dis(x, t) \leq dis(x, z)$ ，所以  $ans = \min_y \{dis(x, y)\} = \min(dis(x, t), \min_y \{dis(z, y)\})$ 。

当  $dis(x, t) \leq dis(z, y)$  时，又  $dis(x, t) = \min(dis(x, z), dis(z, t)) \leq dis(z, t)$ ，则  $dis(t, y) = \min(dis(t, z), dis(z, y)) \geq dis(x, t)$ ，此时  $x \rightarrow t$  更优。

当  $dis(x, t) > dis(z, y)$  时， $dis(t, y) = dis(z, y)$ ，此时  $t \rightarrow y$  更优。

所以  $ans = \min(dis(x, t), \min_y \{dis(t, y)\})$ 。

只需要维护  $\min_y \{dis(t, y)\}$  即可。

时间复杂度  $\mathcal{O}(n + q)$ 。

期望得分 100 分。

### 算法四

考虑以 1 为根，且所有  $i$  的父亲编号都小于  $i$  的情况。

第一次启动后，可能成为答案的点显然是一条链，每次启动后，新的答案点也只可能是原来的链的前缀。

如果这条链是  $1 \rightarrow now$ ，答案显然就是  $LCA(now, x)$ ，只需要维护这条链即可，答案可以用倍增（不知道能不能过）或者并查集计算。

因为题目没保证这个性质，所以我们需要对树重构，像点分树那样，每次找重心变成找编号最小的。就叫重构后的树为 **djt** 吧。

容易发现重构后答案不变，这里就不证明了。

暴力重构的复杂度是  $\mathcal{O}(n^2)$  的，我们试着优化它。

重构的过程类似于：选择一个连通块并找到这个连通块中的最小编号，断掉与最小编号的点的所有边。

我们倒着模拟这个过程，一开始所有点各为一个连通块。

从大到小枚举点  $u$ ，每次加入一条边  $(u, v)$ ，如果  $u < v$ ，说明  $v$  当前所在的连通块是被  $u$  断的，那么重构后连通块的父亲就是  $u$ ；最后再把  $u$  和所有  $v$  所在的连通块合并。

重构成 **djt** 后，按照一开始讲的方法维护即可。

时间复杂度  $\mathcal{O}(n\alpha(n))$  或者  $\mathcal{O}(n \log_2 n)$ 。

期望得分 100 分。