水仙花

根据容斥原理，答案即为：

$$\sum_{S\subseteq[n]}(-1)^{|S|}f(S)$$

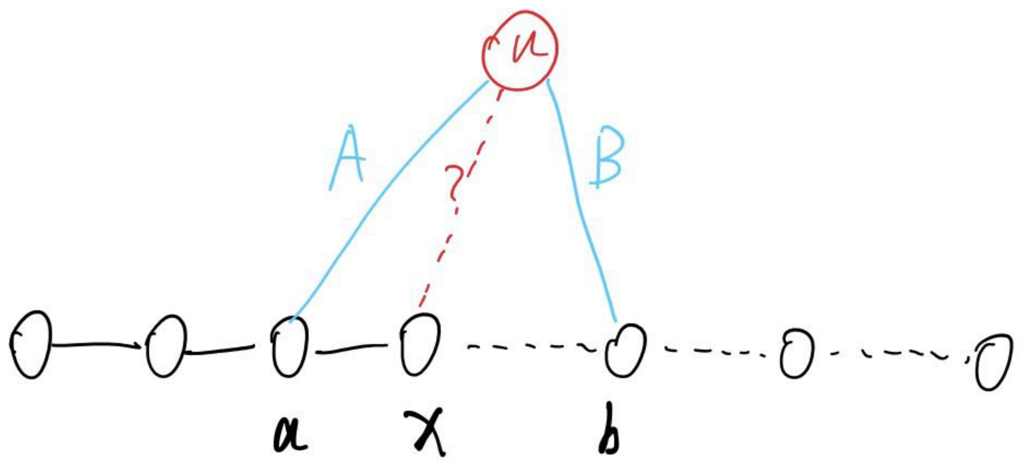
其中 $f(S)$ 表示钦定 S 位置不合法的方案数。 记 $f[i][0/1]$ 表示当前枚举了前 i 位，当前 $|S|$ 为奇/偶的方案数，转移时枚举最后 一段连续的不满足的位置的长度。由于不满足条件的 $a_{i+1}\le\frac{1}{2}a_i$，因此这个长度不超过 $O(\log m)$。事先用预处理出长度为 k 的方案数 dp_k 即可转移。 时间复杂度 $O(n\log^2 m)$。

勿忘我

题意即为维护一条路径，使得要么前面一段走过的部分存在边，后面一段不存在边；或前面一段走过的部分不存在边，后面一段存在边。

我们一个一个地添加顶点，并维护当前合法的路径。

1. 如果当前的路径全都存在边或全都不存在边，则我们直接将其添加到路径的结尾即可。
2. 否则，我们找到状态切换的位置，可以发现我们已经可以将顶点插入到对应的位置中。例如，若当前的顶点 u 与切换点 x 之间的关系与 $a-x$ 的关系相同，则将 u 插入到 x 与 b 中间，否则插入到 a 与 x 中间。



时间复杂度为 $O(n)$。

君子兰

设 $dp[i][j][k]$ 表示如果选择 i 个数，且每个数不超过 j 的前提下，a_k'' 的期望是多少。显然，我们需要求的即为 $dp[n][m][*]$。

不妨设差分序列内严格大于 1 的元素有 k 个，这种情况出现的概率为 $\frac{\binom{i}{k}\binom{j-i}{k}}{\binom{j}{i}}$。则对 $0\le z<k$，我们有转移：

- $dp[i][j][z+i-k]\leftarrow\frac{\binom{i}{k}\binom{j-i}{k}}{\binom{j}{i}}\cdot dp[k][j-i][x]$

由于本题要求输出实数，因此实现时需要注意精度问题。例如在计算组合数时，应使用递推方式 $\binom{n}{m}=\binom{n-1}{m}+\binom{n-1}{m-1}$ 来避免精度误差。

郁金香

不妨假设 $a_i \in [0,2^b)$.

1. 如果 $k<2^{b-1}$, 那么显然选出的数的最高位必须全都相同, 我们将最高位为 0 和为 1 的分开做即可, 转化为 $a_i \in [0,2^{b-1})$ 的子问题.
2. 如果 $k \geq 2^{b-1}$, 那么我们考虑建出一张图, 如果两个数异或小于等于 k 连一条边, 答案即为图 G 的最大团. 注意到最高位相同的 a_i 之间一定会连边, 因此图事实上是两个团之间连了一些边, 求最大团.
    - 注意到 G 的补图为二分图, 所以可以直接跑二分图最大匹配, 如果使用 Dinic 算法, 总的时间复杂度会达到 $O(n^{2.5}\log V)$, 无法通过.
    - 整个图的结构非常优秀, 我们可以考虑 Trie 树优化建图, 这样的时间复杂度优化到 $O(n^{1.5}\log n\log V)$, 可以通过. 当然, 如果做的时候精细实现一下, 把每一层重复的部分压缩起来, 应该可以做到 $O(n^{1.5}\log n+n\log V)$ (没写过, 口胡的)
    - 事实上不用这么复杂, 我们仍然可以使用类似分治的方法解决. 我们继续将两个团 A,B 划分为第 $b-1$ 位为 0 的部分 A_0,B_0 与为 1 的部分 A_1,B_1, 那么我们考虑 k 的第 $b-1$ 位:
        1. 如果这一位为 0, 那么答案显然就是 $\max(f(A_0,B_0),f(A_1,B_1))$, 直接递归即可.
        2. 否则, 注意到只有 A_0,B_1 与 A_1,B_0 的部分需要决策, 答案即为 $\max(|A_0|+|B_0|,|A_1|+|B_1|,f(A_0,B_1),f(A_1,B_0))$.
    - 总的时间复杂度为 $O(n\log V)$