

T1

对于30%的数据，暴力模拟即可。

发现到 a_i 和 x 一共只有十种不同的数，也就是说砝码的出现情况只有 $2^{10} = 1024$ 种。

那么可以预处理对于这1024种方法，每一种重量能不能称出来。复杂度是 $O(2^{10} \times m)$ 。

那么对于50%的数据，直接暴力维护每一个位置的砝码是什么即可。

对于100%的数据，用线段树维护区间覆盖，区间中有哪些数即可。因为只有10个数，所以用一个int存储即可。

复杂度 $O(2^{10} \times m + n \log n)$

T2

显然 L_1 到 L_n 中最大值要等于 L_{n+1} 到 L_{n+m} 。

可以发现如果 L_1 到 L_n 最大值等于 L_{n+1} 到 L_{n+m} 的最大值，那么一定合法。

你可以把最大值的列和最大值的行相交的位置填最大值，然后那一行和一列的其他数用来满足其他行列的要求，并且其他位置填1。

那么可以枚举最大值计算答案。

$$ans = \sum_{i=1}^k (i^n - (i-1)^n)(i^m - (i-1)^m)$$

那么暴力就是 $O(k \log n)$ 的。

可以发现如果把 i 换成 x ,那么就是一个 $n + m$ 次的多项式。也就是整个和式是关于 k 的 $n + m + 1$ 次多项式。

算出前 $n + m + 2$ 项后。拉格朗日插值即可。

复杂度 $O(k \log n)$ 。

T3

可以看成是一颗树，每条边选择一个颜色，让相邻边不同的最多。

可以发现如果一条边有三种颜色，那么这条边一定可以选出一种颜色使得于另外两边颜色都不相同，所以可以看成只有一种以前没有出现过的颜色。

那么考虑倍增。

记录 $f_{i,j,0/1,0/1}$ 表示从 i 往上跳 2^j 步，最前面和后面的两条边分别是第一种颜色还是第二种颜色。

预处理后倍增转移即可。

时间复杂度 $O(n \log n \times 2^4)$ 。

T4

对于30%的数据，另 $dp_{i,j}$ 表示以 i 为根的树， $A_i = j$ 的权值最大和。直接转移即可。

$$dp_{i,j} = \sum_{v \in son_i} \max_{k \leq w-j} dp_{i,k}$$

可以归纳证明： dp_i 是一个分段一次凸函数：

对于叶子节点显然。

考虑 $\max_{k \leq w-j} dp_{i,k}$ 这个函数，可以看成把差分数组翻转，然后把前缀负数改成0，最后取反。所以还是分段一次凸函数。

考虑两个凸函数相加还是凸函数，分段点个数为两个函数分段点个数之和。

所以 dp_i 是一个分段一次凸函数。

维护一个数据结构，支持启发式合并，翻转，前缀 ≤ 0 改成0即可。

复杂度 $O(n \log^2 n)$ 。