МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

Навчально-науковий інститут електричної інженерії
та інформаційних технологій

КАФЕДРА АВТОМАТИЗАЦІЇ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

ЗВІТ

З ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

«WEB-програмування»

Виконав студент групи КН-23-1

Іщенко Євген Володимирович

Перевірив доцент кафедри АІС Бурдільна Є. В.

КРЕМЕНЧУК 2025

Лабораторна робота № 1

Тема: Безперервно-детерміновані моделі

Мета: ознайомитися з прикладами безперервно-детермінованих моделей і методами їх побудови та дослідження.

Виконання завдання лабораторної роботи:

1. У пакеті MathCad побудувати розрахунковий листок для дослідження математичної моделі. Для розв'язання системи диференціальних рівнянь застосувати процедуру rkfixed.
2. Задати значення параметрів моделі у заданих межах
3. Задати початкові умови.
4. Підібрати точніше значення параметрів таким чином, щоб графіки залежностей чисельності популяцій набули вигляду, схожого на приклад з методичних вказівок.
5. Розглянути вплив кожного з параметрів на криві чисельності особин видів хижака і жертви в моделі.
6. Досліджуйте, як впливають на динаміку чисельності видів сплески чисельності хижаків та жертв. Для цього введіть до моделі логічні умови для зміни чисельності залежно від часу.
7. Збережіть файл з розрахунковим листком.
8. Підготуйте звіт про виконану лабораторну роботу.

Лабораторна робота №1

Тема: Безперервно-детерміновані моделі

Мета: ознайомитися з прикладами безперервно-детермінованих моделей і методами їх побудови та дослідження.

Моделювання процесу взаємодії двох популяцій - хижаків та їх жертв

коефіцієнт народжуваноті жертв $a := 0.29$

коефіцієнт природної смертності жертв $b := 0.000006$

коефіцієнт смертності в результаті зустрічі з хижаком $c := 0.0003$

коефіцієнт народжуваності хижаків $d := 1 \cdot 10^{-5}$

коефіцієнт природної смертності хижаків $e := 0.015$

коефіцієнт поповнення популяції хижаків внаслідок поїдання $f := 1 \cdot 10^{-4}$

Позначимо компоненти вектору працюючих змінних:

- жертви, початкова
- хижаки, початкова чисельність

$$y0 := \begin{pmatrix} 1200 \\ 3200 \end{pmatrix}$$

Формуємо векторну функцію двох аргументів - скалярного аргумента **t** (час) та векторного аргументу y

$$D(t, y) := \begin{pmatrix} a \cdot y_0 - b \cdot y_0 - c \cdot y_0 \cdot y_1 \\ d \cdot y_1 - e \cdot y_1 + f \cdot y_0 \cdot y_1 \end{pmatrix}$$

Викликаємо процедури вирішення ДУ методом Рунге-Кута фіксованим кроком разрахунку:

y - ім'я вектору працюючих змінних,

t1 - початкове значення на шкалі часу,

t2 - закінчене значення на шкалі часу,

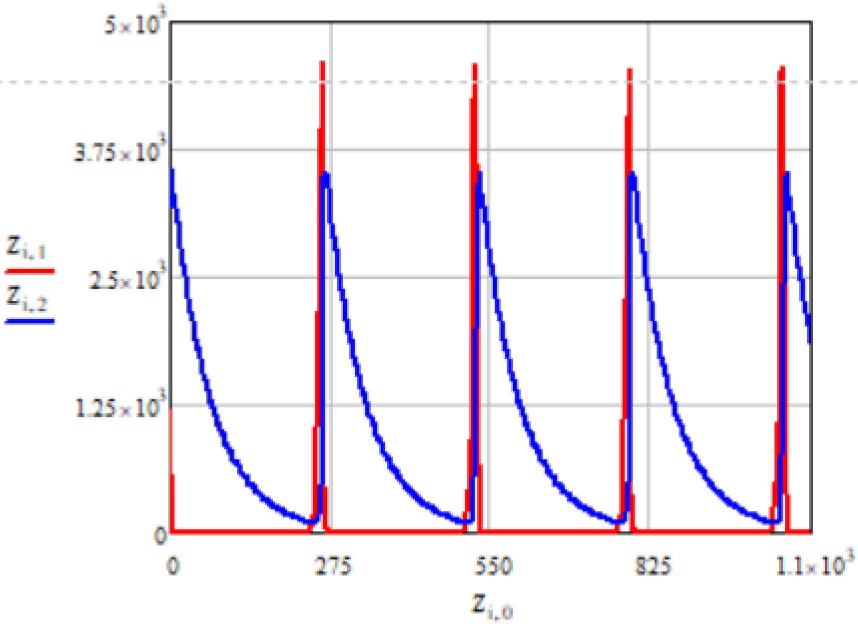
M - кількість точок розрахунку,

D - ім'я векторної функції правих частин ДУ

$t1 := 0 \quad t2 := 1200 \quad M := 1200$

$Z := \mathrm{rkfixed}(y0, t1, t2, M, D)$

$i := 0..1200$



Z =

	0	1	2
0	0	$1.2\cdot10^3$	$3.2\cdot10^3$
1	1	591.165	$3.436\cdot10^3$
2	2	278.185	$3.528\cdot10^3$
3	3	129.07	$3.544\cdot10^3$
4	4	59.983	$3.522\cdot10^3$
5	5	28.127	$3.485\cdot10^3$
6	6	13.352	$3.44\cdot10^3$
7	7	6.425	$3.392\cdot10^3$
8	8	3.136	$3.343\cdot10^3$
9	9	1.553	$3.294\cdot10^3$
10	10	0.78	$3.245\cdot10^3$
11	11	0.398	$3.197\cdot10^3$
12	12	0.205	$3.149\cdot10^3$
13	13	0.108	$3.103\cdot10^3$
14	14	0.057	...

Висновок: У першій моделі було відтворено графік із методичних вказівок, який демонструє класичні коливання чисельності популяцій хижаків та жертв. Спостерігається, що кількість жертв спочатку зростає до максимальних значень, а потім різко зменшується через активність хижаків. При цьому динаміка популяції хижаків повторює тенденцію чисельності жертв, але із деяким часовим лагом.

2 експеремент

коефіцієнт народжуваноті $a1 := 0.44$

коефіцієнт природної смертності жертв $b1 := 5\cdot 10^{-6}$

коефіцієнт смертності в результаті зустрічі з хижаком $c1 := 0.0005$

коефіцієнт народжуваності хижаків $d1 := 1\cdot 10^{-5}$

коефіцієнт природної смертності хижаків $e1 := 0.020$

коефіцієнт поповнення популяції хижаків внаслідок поїдання жертв $f1 := 1\cdot 10^{-4}$

$y_0 := 1200$ - хижаки, початкова

$y_1 := 3200$ - жертви, початкова чисельність

$y := \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \end{pmatrix}$ Задамо початкові умови у виді вектору

$$D(t,y) := \begin{pmatrix} a1\cdot y_0 - b1\cdot y_0 - c1\cdot y_0\cdot y_1 \\ d1\cdot y_1 - e1\cdot y_1 + f1\cdot y_0\cdot y_1 \end{pmatrix}$$

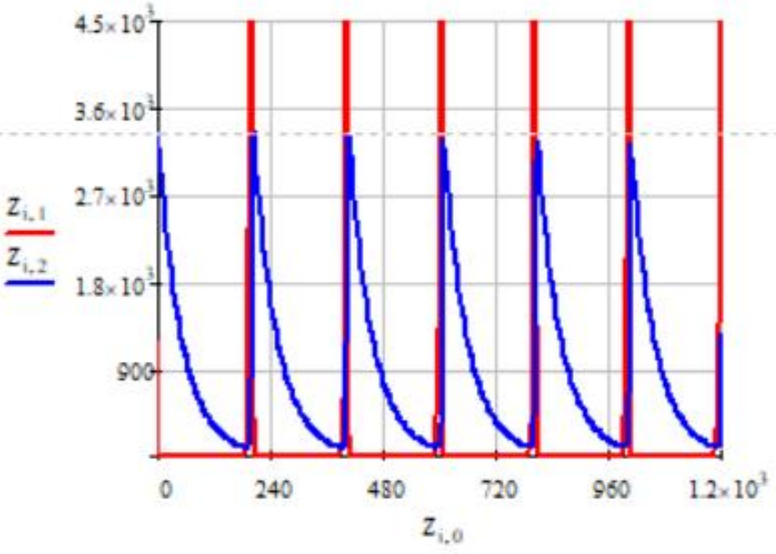
$t1 := 0$

$t2 := 1200$

$M := 1200$

$Z := \mathrm{rkfixed}(y, t1, t2, M, D)$

$i := 0 .. 1200$



Z =

	0	1	2
0	0	$1.2\cdot10^3$	$3.2\cdot10^3$
1	1	377.617	$3.359\cdot10^3$
2	2	116.501	$3.362\cdot10^3$
3	3	36.281	$3.317\cdot10^3$
4	4	11.516	$3.258\cdot10^3$
5	5	3.739	$3.196\cdot10^3$
6	6	1.244	$3.133\cdot10^3$
7	7	0.424	$3.072\cdot10^3$
8	8	0.148	$3.011\cdot10^3$
9	9	0.053	$2.951\cdot10^3$
10	10	0.02	$2.893\cdot10^3$
11	11	$7.4\cdot10^{-3}$	$2.836\cdot10^3$
12	12	$2.867\cdot10^{-3}$	$2.779\cdot10^3$
13	13	$1.139\cdot10^{-3}$	$2.724\cdot10^3$
14	14	$4.642\cdot10^{-4}$	$2.671\cdot10^3$
15	15	$1.94\cdot10^{-4}$	...

Висновок У другій моделі було змінено параметри хижаків, щоб збільшити популяцію хижаків. В результаті чисельність хижаків досягає значно вищих пікових значень, проте їхня динаміка, як і раніше, залежить від коливань популяції жертв.

3 експеремент

коефіцієнт народжуваноті жертв $a2 := 0.28$

коефіцієнт природної смертності жертв $b2 := 0.000006$

коефіцієнт смертності в результаті зустрічі з хижаком $c2 := 0.0002$

коефіцієнт народжуваності хижаків $d2 := 1 \cdot 10^{-2}$

коефіцієнт природної смертності хижаків $e2 := 0.019$

коефіцієнт поповнення популяції хижаків внаслідок поїдання жертв $f2 := 1 \cdot 10^{-4}$

$y0 := 1200$ - хижаки, початкова чисельність

$y1 := 3200$ - жертви, початкова чисельність

$y := \begin{pmatrix} 1200 \\ 3200 \end{pmatrix}$ Задамо початкові умови у виді вектору

$$D(t, y) := \begin{pmatrix} a2 \cdot y_0 - b2 \cdot y_0 - c2 \cdot y_0 \cdot y_1 \\ d2 \cdot y_1 - e2 \cdot y_1 + f2 \cdot y_0 \cdot y_1 \end{pmatrix}$$

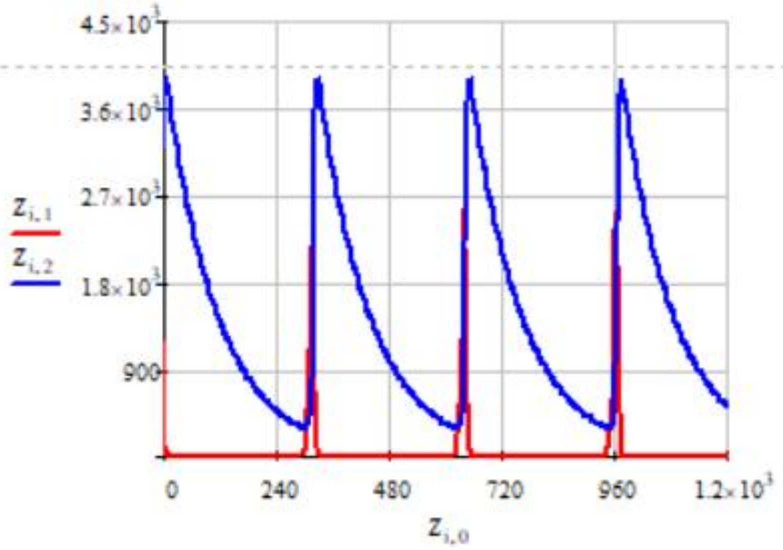
$t1 := 0$

$t2 := 1200$

$M := 1200$

$Z := \mathrm{rkfixed}(y, t1, t2, M, D)$

$i := 0..1200$



$Z =$

	0	1	2
0	0	$1.2 \cdot 10^3$	$3.2 \cdot 10^3$
1	1	810.776	$3.504 \cdot 10^3$
2	2	520.776	$3.709 \cdot 10^3$
3	3	323.898	$3.831 \cdot 10^3$
4	4	197.816	$3.895 \cdot 10^3$
5	5	119.775	$3.921 \cdot 10^3$
6	6	72.341	$3.922 \cdot 10^3$
7	7	43.748	$3.909 \cdot 10^3$
8	8	26.55	$3.888 \cdot 10^3$
9	9	16.191	$3.861 \cdot 10^3$
10	10	9.93	$3.831 \cdot 10^3$
11	11	6.127	$3.8 \cdot 10^3$
12	12	3.805	$3.768 \cdot 10^3$
13	13	2.378	$3.735 \cdot 10^3$
14	14	1.496	$3.702 \cdot 10^3$
15	15	0.947	...

Висновок У третій моделі були змінені параметри (збільшена народжуваність жертв, знижена природна смертність хижаків, зменшений вплив хижаків на жертв та знижена народжуваність хижаків), що призвело до суттєвого зростання популяції жертв. В результаті чисельність хижаків значно зменшилася, перебуваючи переважно на мінімальних значеннях, тоді як популяція жертв демонструє менш різкі спади та стабілізується на вищих рівнях.

коефіцієнт народжуваноті жертв $a3 := 0.095$

коефіцієнт природної смертності жертв $b3 := 0.00006$

коефіцієнт смертності в результаті зустрічі з хижаком $c3 := 0.0002$

коефіцієнт народжуваності хижаків $d3 := 1 \times 10^{-2}$

коефіцієнт природної смертності хижаків $e3 := 0.020$

коефіцієнт поповнення популяції хижаків внаслідок поїдання жертв $f3 := 1 \cdot 10^{-4}$

$y0 := 1200$ - хижаки, початкова чисельність

$y1 := 1200$ - жертви, початкова чисельність

$y := \begin{pmatrix} 1200 \\ 1200 \end{pmatrix}$ Задамо початкові умови у виді вектору

$$D(t,y) := \begin{pmatrix} a3 \cdot y_0 - b3 \cdot y_0 - c3 \cdot y_0 \cdot y_1 \\ d3 \cdot y_1 - e3 \cdot y_1 + f3 \cdot y_0 \cdot y_1 \end{pmatrix}$$

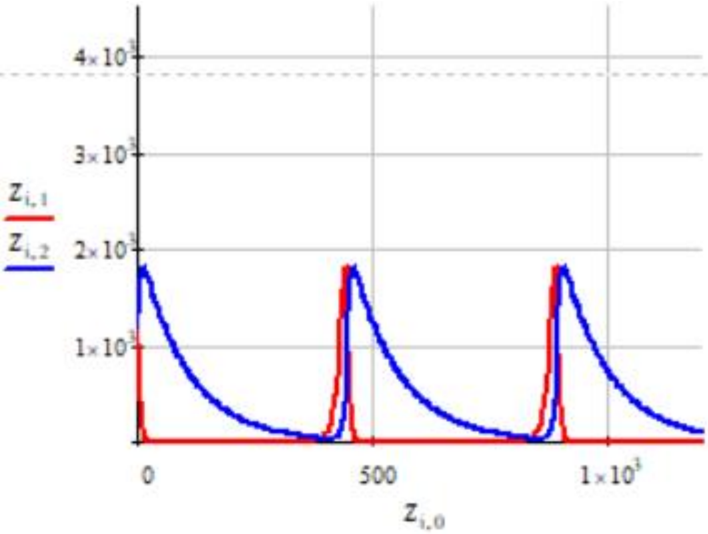
$t1 := 0$

$t2 := 1200$

$M := 1200$

$Z := \mathrm{rkfixed}(y, t1, t2, M, D)$

$i := 0..1200$



$Z =$

	0	1	2
0	0	$1.2 \cdot 10^3$	$1.2 \cdot 10^3$
1	1	$1.025 \cdot 10^3$	$1.328 \cdot 10^3$
2	2	853.72	$1.444 \cdot 10^3$
3	3	696.042	$1.545 \cdot 10^3$
4	4	557.142	$1.628 \cdot 10^3$
5	5	439.369	$1.694 \cdot 10^3$
6	6	342.521	$1.743 \cdot 10^3$
7	7	264.764	$1.779 \cdot 10^3$
8	8	203.455	$1.803 \cdot 10^3$
9	9	155.755	$1.817 \cdot 10^3$
10	10	118.994	$1.824 \cdot 10^3$
11	11	90.844	$1.824 \cdot 10^3$
12	12	69.375	$1.821 \cdot 10^3$
13	13	53.038	$1.814 \cdot 10^3$
14	14	40.617	$1.804 \cdot 10^3$
15	15	31.171	...

Висновок У четвертій моделі було скориговано всі ключові параметри, щоб максимально збалансувати динаміку популяцій хижаків і жертв. Хоча чисельність обох видів стала більш узгодженою, графік демонструє, що популяція хижаків, як і раніше, коливається з більшою амплітудою та досягає пікових значень раніше, ніж популяція жертв. Це підтверджує, що навіть при збалансованих параметрах хижаки залишаються більш чутливими до змін у системі.

Висновок: У рамках цієї лабораторної роботи ми зосередили свою увагу на дослідженні безперервно-детермінованих моделей, з особливим акцентом на моделі «Хижак-жертва». Ми мали можливість ознайомитися з різноманітними прикладами таких моделей, а також вивчили основні методи їхньої побудови та аналізу. У процесі роботи ми створили кілька сценаріїв, змінюючи коефіцієнти в моделях, і детально описали, як ці зміни впливають на поведінку та характеристику графіків цих моделей.

Контрольні питання:

1. Дайте визначення безперервно-детермінованої моделі.

Безперервно-детермінована модель — це математичний опис системи, який використовує диференціальні рівняння для відображення її еволюції у безперервному часі. Такі моделі передбачають, що майбутній стан системи повністю визначається початковими умовами та не містить випадкових компонентів.

2. Охарактеризуйте системи, для опису яких використовуються безперервно детерміновані моделі.

- Плавна зміна стану без стрибкоподібних переходів;
- Відсутність випадкових факторів;
- Можливість опису диференціальними рівняннями;
- Безперервність часу та параметрів системи.

3. Наведіть приклади безперервно-детермінованих моделей.

- Модель Лотки-Вольтерри (взаємодія хижаків і жертв).
- Модель Мальтуса (експоненційне зростання популяції).
- Модель Вергуста-Перла (логістичне зростання популяції з урахуванням обмежених ресурсів).
- Рівняння Ньютона-Лейбніца (динаміка механічних систем).
- Модель Лоренца (динаміка турбулентних потоків).

4. Принципи побудови безперервно-детермінованих моделей.

- **Формалізація системи** – визначення основних змінних, що описують процес.
- **Вибір рівнянь** – складання диференціальних рівнянь на основі законів природи, економіки чи інших дисциплін.
- **Визначення початкових умов** – встановлення вихідного стану системи.
- **Аналіз та розв’язання рівнянь** – знаходження розв’язку аналітично або чисельними методами (наприклад, методом Рунге-Кутта).
- **Перевірка моделі** – зіставлення результатів із реальними даними або іншими моделями.