МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

Навчально-науковий інститут електричної інженерії
та інформаційних технологій

КАФЕДРА АВТОМАТИЗАЦІЇ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

ЗВІТ

З ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

«Моделювання систем»

Виконав студент групи КН-23-1

Іщенко Євген Володимирович

Перевірив доцент кафедри АІС Бурдільна Є. В.

КРЕМЕНЧУК 2025

Лабораторна робота № 4

Тема: Моделювання випадкового процесу на основі дискретного марковського ланцюга

Мета: навчитися вирішувати задачі моделювання випадкових подій і випадкових величин за допомогою ланцюгів Маркова.

Виконання завдання лабораторної роботи:

1. Отримати у викладача варіант завдання.

2. Розробити програму, яка реалізує алгоритм моделювання потоку випадкових подій згідно із завданням на роботу і розраховує дані у форматі табл. 4.1.

Таблиця 4.1 – Покроковий розрахунок ймовірностей станів системи

	Стан системи та ймовірність стану					
Номер кроку	S_1	S_1	......	S_j	......	S_n
0	1	0	0	0	0	0
1	P_{11}	P_{12}	......	P_{1j}	......	P_{1n}
2	P_{21}	P_{22}	......	P_{2j}		P_{2n}
......			......	......	......	......
k	P_{kl}		......	......		P_{kn}
......			......	......	......	......
L	P_{L1}	P_{L2}	......	P_{Ll}	......	P_{Ln}

3. Вивести результати обчислень на екранну форму і у файл.

4. Збережіть файл з даними.

5. Підготуйте звіт про виконану лабораторну роботу

Створимо таблицю станів і розрахуємо ймовірність стану за формулою:

$$p_j(k) = \sum_{i=1}^{n} p_i(k-1)P_{ij}$$

P	p1	p2	p3	p4	p5	
p1	0,3	0	0,4	0,2	0,1	1
p2	0,1	0,5	0,4	0	0	1
p3	0,1	0,3	0	0,3	0,3	1
p4	0,2	0,3	0	0,3	0,2	1
p5	0,4	0,1	0	0	0,5	1

	Стан системи та ймовірність стану					
Номер кроку	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	
0	0	0	0	0	1	*1*
1	*0,400*	*0,100*	*0,000*	*0,000*	*0,500*	*1*
2	*0,330*	*0,100*	*0,200*	*0,080*	*0,290*	*1*
3	*0,261*	*0,163*	*0,172*	*0,150*	*0,254*	*1*
4	*0,243*	*0,204*	*0,170*	*0,149*	*0,235*	*1*
5	*0,234*	*0,221*	*0,179*	*0,144*	*0,222*	*1*
6	*0,228*	*0,229*	*0,182*	*0,144*	*0,217*	*1*
7	*0,225*	*0,234*	*0,183*	*0,143*	*0,215*	*1*
8	*0,224*	*0,236*	*0,184*	*0,143*	*0,213*	*1*
9	*0,223*	*0,237*	*0,184*	*0,143*	*0,213*	*1*
10	*0,223*	*0,238*	*0,184*	*0,143*	*0,212*	*1*

Рисунок 4.1 – Стан системи та ймовірність стану

На основі отриманих даних сформуємо графік стану системи та ймовірності стану:

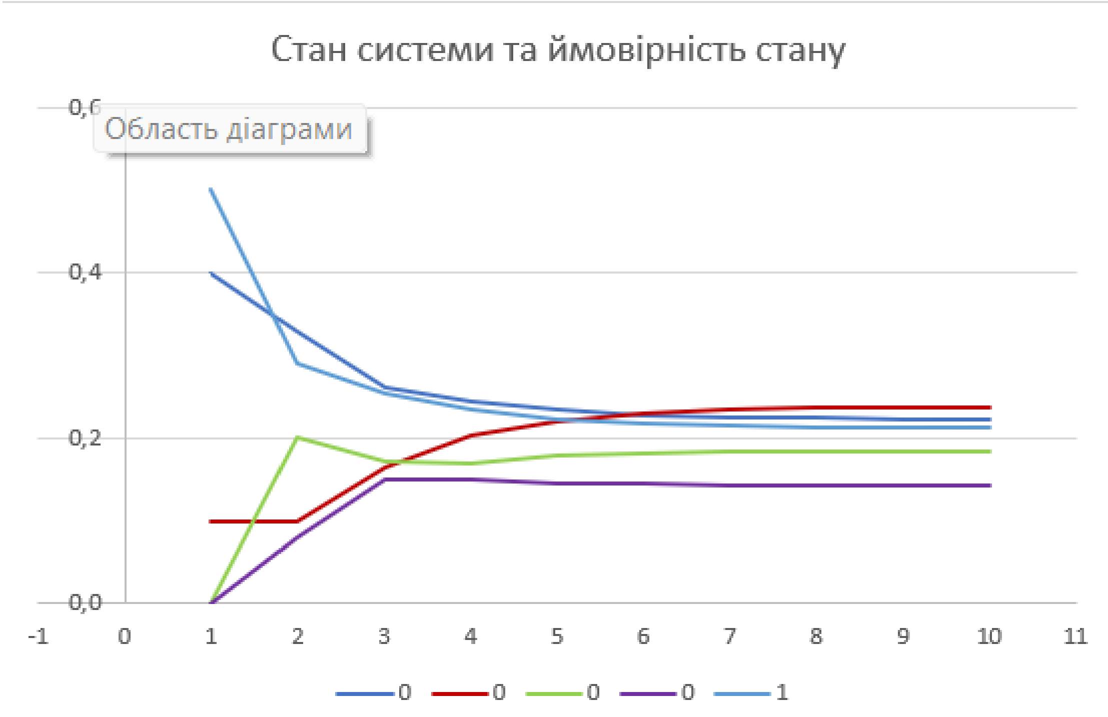

Рисунок 4.2 – Граф стану системи та ймовірності стану

Висновок: на цій лабораторній роботі ми моделювали випадкові процеси на основі дискретного марковського ланцюга. Ми навчитися вирішувати задачі моделювання випадкових подій і випадкових величин за допомогою ланцюгів Маркова, створили алгоритм моделювання потоку випадкових подій згідно із завданням на роботу і відобразили стан системи та ймовірність стану у вигляді графіку. В моєму варіанті зміни у станах перестали відбуватися на шостому кроці, при перевірці у десять кроків. Початковим станом був обраний саме стан S_3.

Контрольні питання:

1. Дайте визначення ланцюга Маркова і поясніть, чим відрізняються однорідні і неоднорідні ланцюги Маркова.

Ланцюг Маркова — це стохастичний процес, який описує зміну станів системи у дискретні моменти часу, де ймовірність переходу до наступного стану залежить лише від поточного стану, а не від попередніх (властивість Маркова).

Однорідний ланцюг — перехідні ймовірності не змінюються з часом.

Неоднорідний — ймовірності переходів залежать від номера кроку (часу).

2. Чим визначаються властивості однорідного ланцюга Маркова?

Властивості визначаються:

– матрицею перехідних ймовірностей (P);

– початковим розподілом ймовірностей по станах;

– структурою графа станів (чи можна дістатися з одного стану в інший, чи є цикли тощо).

3. Сформулюйте теорему про граничні ймовірності.

Якщо однорідний ланцюг Маркова є незвідним і аперіодичним, то існує граничний розподіл ймовірностей π, до якого сходиться розподіл станів незалежно від початкового стану.

4. Поясніть, як обчислити ймовірності станів системи на k-му кроці.

Вектор ймовірностей станів на k-му кроці обчислюється як добуток початкового вектора $\pi^{(0)}$ на матрицю перехідних ймовірностей у ступені k:

5. Як, на вашу думку, довідатися значення перехідних ймовірностей для моделювання конкретної системи?

– Провести статистичний аналіз реальних даних (частот переходів між станами);

– Застосувати експертні оцінки (якщо даних немає, але є фахівці);

– Параметризація моделі — припустити структуру і скоригувати за результатами симуляції.

6. Як сформулювати умови припинення в циклі моделювання?

– Досягнуто потрібної кількості кроків/ітерацій;

– Зміни в розподілі ймовірностей менші за задану похибку (наближення до стаціонарного стану);

– Настання конкретної події або умови (наприклад, вихід із системи).

7. Наведіть приклад дискретної системи і зробіть її опис за допомогою ланцюга Маркова.

Приклад: Користувач веб-сайту. Стан системи — що він робить.

Стан 1: Головна сторінка

Стан 2: Перегляд товарів

Стан 3: Кошик

Стан 4: Покупка

Стан 5: Вихід з сайту

Матриця переходів:

	1	2	3	4	5
1	0.1	0.6	0.1	0	0.2
2	0.1	0.2	0.5	0	0.2
3	0	0.1	0.1	0.6	0.2
4	0	0	0	0	1
5	0	0	0	0	1