$$\int \sin(x)\,dx = -cos(x) + c$$

Integrazione per parti 2

$$\int \sin(x)^2\,dx =$$

$$\int \sin(x) * \sin(x)\,dx = -\cos(x) * \sin(x) + \int \cos(x)^2\,dx$$

$$\int \sin(x) * \sin(x)\,dx = -\cos(x) * \sin(x) + \int 1dx - \int \sin(x)^2\,dx$$

$$\int \sin(x)^2 = -\frac{1}{2}\cos(x) * \sin(x) + \frac{1}{2}x + c$$

Esempio integrazione per parti 1

$$\int \sin(x)\,x\,dx = -\cos(x) * x + \int \cos(x)\,dx$$

$$\int \sin(x)\,x\,dx = -\cos(x) * x + \sin(x) + c$$

Es 2

$$\int_0^1 e^x \sin(x)\,dx = \left[-\cos(x)\,e^x\right]_0^1 + \int_0^1 \cos(x)\,e^x\,dx$$

$$\int_0^1 e^x \sin(x)\,dx = \left[-\cos(x)\,e^x\right]_0^1 + \left[\sin(x)e^x\right]_0^1 - \int_0^1 \sin(x)e^x dx$$

$$2\int_0^1 e^x \sin(x)\,dx = \left[-\cos(x)\,e^x\right]_0^1 + \left[\sin(x)e^x\right]_0^1$$

$$2\int_0^1 e^x \sin(x)\,dx = -\cos(1) * e + 1 + \sin(1) * e$$

Integrale per sostituzione

$$\int_{\varphi(i)}^{\varphi(f)} f(x)\,dx \;=\; \int_{i}^{f} f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$$

Esempio

$$\int_0^1 \frac{e^x - 1}{e^x + 1}\,dx$$

$$e^x = t$$

$$x = \;\ln t \to \quad 0 = \ln t,\; t \;= 1 \;/\; 1 = \ln t,\; t = e$$

$$dt = ...$$

$$\frac{d}{dt}(x) = \frac{d}{dt}(\ln t)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{t}$$

$$dx = \;\frac{dt}{t}$$

$$\int_1^e \frac{t-1+t-t}{t(t+1)}\,dt \;=\int_1^e \frac{2t}{t(t+1)} - \frac{t+1}{t(t+1)}\,dt \;=\int_1^e \frac{t-1+t-t}{t(t+1)}\,dt \;=\int_1^e \frac{2}{(t+1)} - \frac{1}{t}\,dt$$

$$\int_1^e \frac{2}{t+1} - \frac{1}{t}\,dt = 2\int_1^e \frac{1}{t+1}dt - \int_1^e \frac{1}{t}dt =$$

$$2[\ln !t+1!]_1^e - [\ln !t!]_1^e \;= 2\ln(e+1) - 2\ln(2) - 1 + 0$$

Il logaritmo e' il valore dell'esponente da dare alla base per ottenere l'argomento

Piccolo esempio

$$\log_3(9)$$

$$3^x = 9$$

Primitiva di $f(\varphi(x))\varphi'(x)$

$$\int f(\varphi(x))\varphi'(x)\,dx \;=\; F(\varphi(x)) + c$$

Dim.

Detto f la funzione ed F la sua primitiva

$$(F(\varphi(x))) = (F \; o \; \varphi)'(x) \;=\; F'(\varphi(x)) * \varphi'(x)$$

Da questo si capisca che la funzione $F(\varphi(x))$ e' primitiva della $f(\varphi(x))\varphi'(x)$

Esempio 1

$$\frac{1}{2}\int 2x\sqrt{\left(x^2+1\right)}\;dx = \;\frac{1}{2}\int 2x\left(x^2+1\right)^{\frac{1}{2}}\;dx = \frac{1}{2}\frac{2}{3}\left(x^2+1\right)^{\frac{3}{2}} + c$$

$$x\; - 1 \;= \frac{1}{2}$$

Esempio 2

$$\int \frac{1}{x}\ln(x)^{\frac{1}{2}}dx \;= \frac{2}{3}\ln(x)^{\frac{3}{2}} + c$$