2014-02-07-example.sagews

February 8, 2014

Contents

Screencast: `http://youtu.be/ODagX00dYUY`

```
E = EllipticCurve([6, 11])
show(E)
```

$$y^2 = x^3 + 6x + 11$$

```
v = E.gens(); v
[(-1 : 2 : 1)]
```
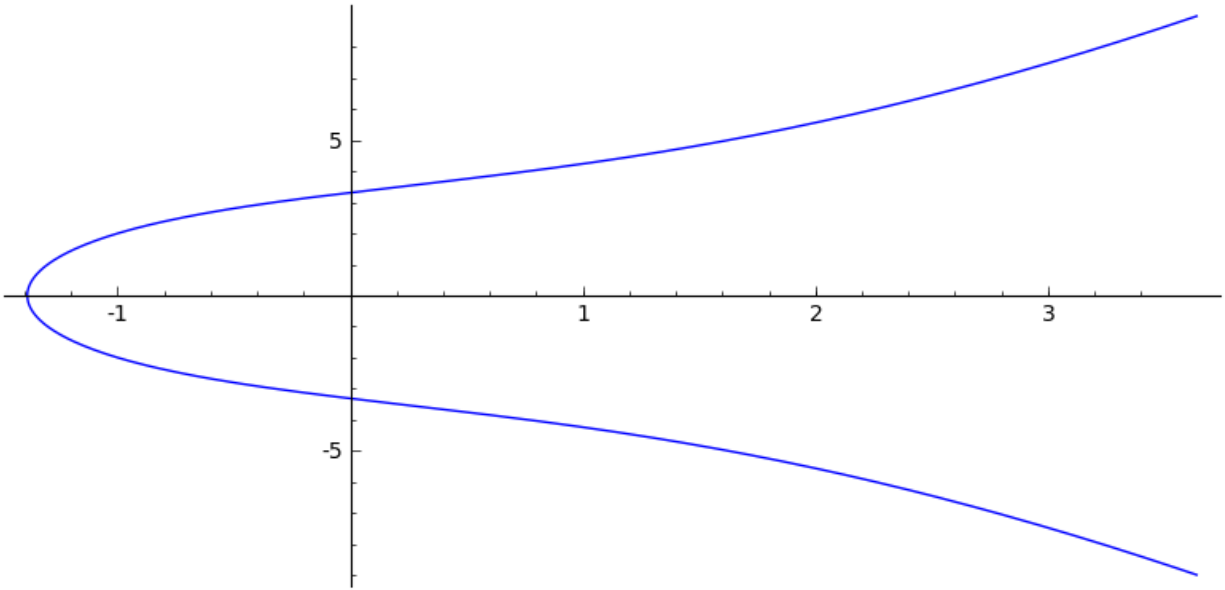
```
P1 = v[0]; P1
(-1 : 2 : 1)
```

```
P1 + P1
(113/16 : -1289/64 : 1)
```

```
(113/16)^3 + 6*113/16 + 11 == (-1289/64)^2
True
```

```
P1 + P1 + P1
(24607/16641 : 10318726/2146689 : 1)
```

```
E.torsion_order()
1
```

```
E.plot()
```

17*P1

(26132262958888721345746624192275211727678096752105870434449546736707862837442669748378427
7268357036386637100217754089618639294968010848995046638541385096319/768046040375559869987
4472307720855434836680526086017760756481994706029614477858026906707520588244040407296005889
8074815543793207261108437495621175672806401 : 179104706241472903246252982614972733091048
4412599449392318401857812282704065975702694955030902350455215283283636064218380937950869780
4941657456545722202740514865544915282186154389780979614549996364486520966341871360442196416
8637722078/21285354214561390507801945931365511454033169601012411665890747245182082677005264
8496057671585052554316976559905452827557416810036361667978648961970269211539723262239934851
7075400605229519314385108827785535052975978672203722775478835 1 : 1)

100*P1

(-409339803706105013563201623250327951528655027886041194570584496807746303852714095075163797
9833125919257299035052803812455164022633645143619863926911880268658400465703158375641737269
4959644849647644649974394337957164153113948213872082500431294604929328530975673653584974418
0316451737549850440849639341872747870299455800590743419400329506607399891558582922972929290
4684748821997125130863374433391234514444951974678137746225941072619980714090641211066252999
2939608658425333781084614433574816575022626743543404859401341809741803114749978976708442806
5286582639653610214437885327869040587820355706685594142060098638895929529209900941674717212
1147959135025603266865096084681309949049595910869632137168444949793740086987772128273478270
0582360936761212945733407031018735285832374502281908797216790710712841839660131185915367164
8010296955259263081141211796840945523449131667772898522834730121334269627893236143048275271
4244898453454313737331623861444388049277981304679107278918246898425522894782253376201006958
0844338200891033730981080260422967373173497861824423527646869129006889003701066742850542332
4751367414110701860965776795040394148597696080359315293462566546845716160002054069489994729
8599558871018618756856373365254620162661771522466093784124470701358479923519076081747308169
5447421314387368142839285456386165001926831689370146431793468905024611572304432598204951048
2284601653042552461098202650703239521248277252280742678875718054239102546926997725027504376
0392895418732280961984765005997218357767939823541940112373317261365608962966125764640930493
3185378987636021416795827191221999616285163495344809611693851029681232625488147518591897457
0834714249444810887537637721019906043171787519792048914383197389621016428407

240890655635226988133265985287105408825417519149778746788786138576303516400597473986840147
589117619880068861250773194557352548640603159799389416605269824878538194162267296307078579
792211150376264645280376502991877109567583534455857453851764977348512823966455471099538067
768231118615398292309345876273992853401108940209062646101067981407818057693518032286901836
779825811327946092430857556195951990781034316195599861670303896929850617817093127139754749
533898594400304685017368214999690480380652085528588884747125779513149206194801657362248119
993809081561997714135354287464628475019498258148107648343918176582543240449299611096745108
777814290179606096253977456647636282472603034867873123788184183810369555568618365505746889
675561824430745183827252892732788400103660812798715721454660568596437965592218016814332641
942393416312924898443158291796749819101846295389772387066821874444702995246840364234562344
381087766917495014742588299586965607234981005557677995959083239961821911745292822377260589
670241578954116944135141054804597558220381504023311570964869060902608430806934849630863802
966010291193800001651999370778634956409401448146065411079468729585166319078317040253236128
869063853489596967001330556832700161616418838428825944997503456602861257432762086814422469
992425018970060261153515688472734015521180449434326072703177238644410292729413388813326939
099670321280404916514886890050466893256949057832853008340318285663147729293788569673421754
526089742763798375025419277211052235916325558006373786317705412776517919045888492622578481
801011258502606494213106843748938022126609286841669444599728567614730403335819819616878971
588159318626618979508094286212370352715257695060590299846293533709419207474073176731143645
101506234086168923209605528802193334074258886359812990129961586311310990800778038457033980
838640779715985506979794515220374710317848598279138750043044702784944824806150745173567461
963707003265581561507107120140784354352600077220435898430963796113090123493560381171933770
045493860992810416475702236415689424309816293585461327442040080727589365802210078169218510
668336955905532445551423862116668263450345183821594658870057227564133484289075276757256047
219470467569827663533576415752097631752962163443250407065183002129957169734184397623518701
724312890884580131003458568159494136946706033862190117740468783271414196151001336850111261
428789575367689564083693907877655030850873366403739214178516446873167603593692404622385994
333434590690416423029275029876046697734180063109366106614072996806390601679022978552271974
418394702162786073405069359398594086159543089605189124511941179137303580707581432670605653
197874335867005596924742260859339904295138360318549277608560393953248924658120188802351246
984952711412035027492059522078472720727153345096161175088946140295104106950244639883325824
031240365704552890774710227387826330944113558868458656332025022528381575732869546848360538
120257393231001203093728237552678496066994326001506581409564041628548740813557882258152952
151102321386297923967633432311765506740909856172411507342458791523511880365855384985555064
027315474171072944725105115111787181700656790830051086995947645346888896223818906127135854
432586389129090546645115404924047242653455221151534642951228913925884056044264994604374989
787073421774106265123809380791943146215730912156719671657836498370644959018400731195572788
436136401718266670221241485243254336584583020497573751771729822065995131004081469848363125
247145993729704727747650662386162275007855425367891025933752537961823095389875028005484401
271399371220092494774154190989160688396006179527769569029853133485806088905051915517820073
854113565028527738507436344551151470037258340307090679703540420613961938371119/490943323501
550998308403321076700700331700387524832329224841396746921158417216941651248419195946252928
322062236237486918668741296657404873076978245622269391433529718561193752607220323235715282
580276005516198665882185737216799620940153793720894065881080847499279911143981598449116294
785432567173752631080005674536207462702522521196632931300522250536748584121479556737209994
035167973162832618329614029405249725237803977147169761887795326181158177042862349437757337
727343131515806858282267158195038456822684208814681687108463560879300745102174890760376770
378312832813837013289813260779091709338925559505784165677627655236176477080199604349970356
022381427240134465085592909210371747935409500460461005919492224373393430069167812602122048
435334352177735485914833496975861270561343550640414968306510718364885308317609669032339090
012206219893987613272425247325217908907178026503984513022986053395530798254218677355336624

05779249608829685774746666057257533460463481826798133095663474570012686653621007025930759333909184911810446410189005974923612604708572810944141450323531520480859181962140710209548589687280446854791390066079664337542289006028554358536709105631255823341034700791677620043103387614120602079059662175359560553979043319849052470631831991461395254345086423908950964610606063189302543110393940907560095927258374280150005898526272592209899354310572770647877837320909792611022500165535435279882194763263999727968934382721026722001830313253889009612720107052902202039941346559572805435051406658109893614745577889767186154039642711370248787752956029044257243084407927290845479554939705777173331794530826420343371194655929216930069854014278546068933685002963344151160498577227932727080308878283555544050925931452835081018317735910294242789547224692911090976496686128766053097106571109323222814192757038808771809880299393655193354531698435419475402303371385883583813550271327400285831962479640025630900324050800667086639015069882227416371621359361138202680406977677828733015272535289391008875299984330034959322291658115353401667229507515432726669770084900357349688777834425497857775005228091539548317179227961658758141306029426635064244460709300131123851979957941410961290654759443128656215827016157224824410494193536220426882465557956160020388591660872090110425107818976369182443853407926557147818549536754577220270183526842647489192019347402124792556823697730687389689489672850859596141017357623786767741243568665745998995760365556348063366974164051115955660112512951198934054016166789360889464677413183658878163613275346556960540689398022887042530222860295160064717434008550657097757680822517442784458471511797084160046820729879397825255560415632524698435965548951309356058971790702566126464214648005360767069730357104566031366753172083484066774884026315482722641850137156440708852741685438090435818426671865225047627178039800303303032203150403379639387185694017546830794862234500071434951068373401283086942872091663488546011546246355945238718301443594041994453041687918312536465274636782749304775604554818527289337660718282315998841055562665135635023791584207377389140653402367745370128243768422184664531845185442703785816044155213024162498154614692566709933806478183036142231544874634474361599835527489423272916968853294616212346161730286943295526007115603260457001671952794309897539145662202616021432288520246563629985665753080533933686144452837741307276950152132939635119094901809725206217605430251403416153008842931253435701902071326006436385788768189272650536613336369813691227822295863799139931992538157754453033107471172838935807678874526613774595857677227198933656470001880628548272727382629032938378489027093729492752448500188949088902356743803068614651446188844162158764994844520756522036079093179330273859190036300016567313583872107003898368693442457905198372654026323904273199412102516107882433800633472654880426707237813098985296368099775992339851799218362412462112515881862827964743731336941519349571408994547922780175197737411737874023755220023650804236362117008215775746609688717758216369424177021418021757067323904967854164402733900443317403216487402933326880077930500922401887941440997281945505678830461129905954692757406785674678345000152783445678180060374747796147795716315714439588499226725250761187830208099718737952798798105206833669610076884880128930872014830197030771246558645852582132488923882545814737284169165066016360529457908006224508306157462850896752233295673243780567178419031551486271250552520007342295723165181287367592980577795178070672682785835863080802917146825047093511235675620543261761269916698588231517325346036141737145798905686715406659770295621299408822934674873055917572731097166300389405668741014069965814636815542799730425144052554371157639670720402989203652767165497925932043969969049833474334741704432988992861781714348424911355517500944459347069618189684811880455868919597010827279977346237069743980413844017344131956726782609051116214179691401175365539939010682367974840176305664906248780175041187751799263158155188355522657883178705558738159829003269541627820627944605805207614697509880724325600075453300208372433354480061088416203438051071169787462617266195399974053965680998720854217440795244262906865252482305477432065937180429061083513318668875619470495633262943399356690793263115315007867160491838268748775654458658680397119595611335692556619214478900437384171403748439140081026624640934367584752083971442589600225402565488704 : 25319388330339377955581222649866101060385069034485894671079885646372242269700309329091866618941376137641789611137

3403388703841831565048239618941590085082335914620892270994301805063671889889230788874265 69
3118867911628953635151160741439457646624741571952945993269041868990844943283525615289344 63
7195380502805556644598406091437284468261685609667997505272914563352766542748527831572761 65
7447232893201869225675169033129508056037282505057262062027666129970103277631145651750831 49
5637151785114013891040778282396526883959307383554494164925042243619028591279009163064895 02
6460977924965241040189537991536913400730269913765858911791833711299982973444209916144974 73
0770707850443164146460378594940568192184967219747356967424636589058571859932407176061891 67
5427755296746099123810569669003533112331176108720553179189731305295743224893606690893225 09
0652363403681162814379166715427078781282685727994987046377644468774626551623056851992779 75
8029471348694648685811337821440078088957412581482988915907181916332009551663604529601171 5
0638079257051322091787324083403305611552144619332112087564227876571818929163571093823784 11
9474839320153183202149220384268744368049963014652095899780840466073806439882493237265988 32
9801529768391685549084302909074655849487313124464357983488065676010001950546898791877156 10
2750365431170530041883852834093175910052153081536578467708529855967930742341065784068856 95
8943253692739658718454191786790657983238761648571667646743944830674145572180419179181498 51
1612887811994201639050579396145932631973132450068554290788982039454858147886322752748411 45
6899238230293219558460425370176881250246907333319871180384373407529691423801735405320763 54
1199631026765701329482043857971266309736987015609341704736505666683756921947593729718706 94
8625665034566493357970905329379118373364287592359616306498436365555350518714657204601509 28
7633176494335620414984623939555176576289737980228929163731437209882320232911570803853902 34
1552018856890157454477161899307769556632255363329580068673083840423273771149281231448780 54
0901327910309728701143334660599508269994845230218523239840535392487709152305068489638876 26
3615466705917713737455895267370574320878019062804728658500026675790827861601701278004588 73
3758538771294999458969647807631848352277674370008722837854007132020076642597969796726119 0
6758296134144197770674063512555147916178887204026703371126485859911713508503071723639735 18
6199126423235501442881007913911491125312407595491898663107192591197001733657493881337093 80
2669027477586638995169337453487444854889488340648405513755813691306270125177262832165381 536
1600210924358642591626834912186963929002491705961811729137988464412733525165576757383167 92
2562068267907318052597925760897574733045276787965521107139122434807074233036077158441465 96
9470261559828771192489282926829908187470879612183290161951026167746977820864464892136135 478
6016092720830886806374896075476464634794260243813088707859083302547886258658851615255335 08
2969058217517752906871486757561806204073247832534521716903104895169223479691507625436567 54
5567852958705574542008431096430993739463272633637345661750181254513893598129330170207609 52
0196856151704993877353742981114918079611690441003328510430639187846069850072977646727940 41
9170074006631891331415753116230910651114017907903604980166970826375675043355674678657941 75
0026874277434006228259747260676008494192930435064871622106068999124395359469687456222460 43
8112628291625833054506656826038728312469347691466747368417520853131278871028495051252086 32
7625295804851444248732693681245272041775922074737379032396013659632312832460648333051069 9
6186682327947474909425024278093742313066411442639966546500784304020730864777956851789799 80
5297781102804627321938919007761921113776729830337433685760967965135553362255210400878094 15
3854533813275257258039825458433645761574639582715595920220578721442137294766986439236997 19
6390408726138220476760786139925192900229754007124326858551392480555300896999797704663544 01
8206132606223073232423705602473051976120200414045887984559601256702696490716738971716341 57
7798316979433587814058643686265193132508754315163319471016635360806123022357217102591980 78
1292129356744263627162183010861335113750373516762480571994983529020730293314598815515517 27
1444309337065614630620861093268190096253479776716704659759207746205083469606967580966861 33
3500115501363767009477274745336200949727103680941986157004585206816352385815190800237658 80
7183049008226883870702000078339287015791762135331758119151170833946156640114343300980599 96
7569973079366316565458211927604656798611556053943837280765251547410461462352924588533341 67
7050271383085652073222025854632673871564598473379363398266753441722701000777877552073421 82
5322211588796059016737610395366240543457989192534204387868324007659888006891666947668909 78

5419834010880832939021860747107424007328541293688999903006405276605997644704408525810567992
2027321315091400787801535795816663754497565964343721346845423105529450185497408772011000789
9085229873448293003786261788415108734563793916487456743053979997528272327158252485367552
3871785550454510733571071726554130912421414907171422538143730017208768905783396188796263469
9320770022314832001579396524681587279122563666107490413915739247202977249763570018746142680
5830151094869680054670205326652623252519831350846387807574014781286368058240642404941227480
3518294010051354939051965212082796580022002044111629537408157139822835005490289988183089
4311825790406919413517551934533124706252687825487918246104885014131063025882040143691203722
9049970056482994492597509134995584405210685211786786403081005751982445134411737727862195963
5925949411458373268310405850658653662068578241411782265568900334204078840062315770379067167
2108148710097191350655923452028751283382230580026510414518759596151501901321162194857654
2287023947353888855428205507721140575440555567546714879184089029585969627544004807217684788
5436335330565954480481750817844542243392934110585473529116887358931498829010801545205046214
9002204217741947108943823948509190318373880571296230563993463016088074892534173673120038
8188608550640437334998852900879712689144801792987264465252045976528039393645182862612738925
1924969751700892229778429509811756524526591725571730213479805071553921052735463178879278381
3613301108642298650531049831214751503934360385711652198051933024343330128935975764452328
4847556256250560295034721767516350888008626649110056824011065764435939931777886014714512742
2877233836868465784784642708642027434658106233511378624464614251370832013900745870780855911
4354322654524255991341158174519259304847540889315906381972953522051955791773039361959591
9535004842833420624456434214466925134633345170393259157646899334225439756432559011280990670
7649961544220573418394032169172503869823166575535508740387316585976011112096058788762066526
2005987333792295994015658715945062045816104438483559453345394064851895885227215978753386
3798380266319728110524758346681166921571819406575641785598922068671788946293757010936535461
6167085347435413542302994104006980063745690698799506453078155045361444625347775890673897791
1615129166081494574999304646372219112319735027334472691781356020852543851451444744638874668
5024954252695725720524954876848962319835473324243868456587131846363449658331537719991411
5337437584767759421799043552510312297610188464718606027901350430227445214051120882221673324
6251505025565278148491932665120771655090124805387645464080597095994954592431140824891005693
0456347729809149373738704684701145127437269024932085849620582495241538046740199057277305
5605790391810231270467092175197016598250647744850795046160143146051762309781538297778431380
6915000292110786932968092453224479304081932471990109951334220244932540093010647054866409259
2357315860325021019162543278979955758925258562127304743068702038667051838762678051406425
2282135150391865916638548106997894052949662138663578622399092883599891234240508855735510855
1359783874479924595457408564031571997973001948706717912462601561803434406654435372957665559
4398190309183903888968995950448919865113124632009241714919371300347108283066087872077997
2926346105049113484315842003691514995731116182143952686350098606536779885838452852630330049
6823965981302014818114309421247511506753 61/10877949478217772903732036841713577896158430268
7025429355953382681910935719695536743446932756367238211090244063781314579561162392178981020
9817321195193829121689997504229343049186292635591636078970690077874409685517527773951724
1801443831805518285282263906352280090069935388542257060197182321744506827523176656136841444
7667221467533410456365682205735471426202807646708466599102420927876342638854156705072667537
8001451289417019521745745488103259221664243695102840176455569331560783651847941725873171894
2866440330152112462454381690724753335500941348261222964386963182807757995846437911667633827
929169359168650261760085424358625263884858133538852247357121092119225782190474368858770
0565981952099976831289957943194719788803539107351661017496011748536821744791962951084858052
85551185159368293373393135525446033812786349280623153620987557925300372206325923154431356
4353302657114102251727682895750323354780940673034033194517930438970977080003866182254177708
5070317661924673200923793318666303608062935569745521607156144353876102178841388762444770
3532245984033657334923229511199546491271185261842995435251790892822442218932134231122887783
5158586933517891526794265095600829079858840625655513694413861502624011069459191627028202

95432485116498595287845109187995743983761389904835867789412907090128979947871470001053678977455868761018548707786540397884875968303139775681628084678669500196045704385466033183228642276091696312112050102954725573277075623912918672967329244021169295057058460469844004042691505068539408601186435841466488855111486014837379349276255126967783685921805205589989662592406011056556800683642413734763056638450399613449422486524459729688983525382302916666139353812560452156074026701451402416920370136357276503426000690727053908693003278998479382333194614867763785744133012683462950742211474179863531329461799065657431383215160181370526112129576608352794175940460307043906424274307110220071139534958972314990565675348178658951993396221457070959263087868202439903507284481738480782202783199982267977280998447925386392335002512849582212300424710097922030772043771482896665172349333151377197867052655215007230596950334276781448484965714790851715915313559683958547622838944804685699312697925789918260829493125681109362360415522709836018353209776042761286372303212810974933676861125789397249413915176410377898034350548495606531014181182909090116784398975558933607439646295623024038299224764484139901536633475282867739550348627817995916907487216058064497016329361763545320930673517796687139646748111401635590381105295116911177911067865593293226014560408582210387330411278933052239743886351697455840774679777342923674134276810701614196874305677158970403953575781677844619753810652471793296988049157237076787287854635134161466507254642200365730616770789416954386801054441677055080223431078662945408906060950833964348877048383520947951395681658628818154190207913148472755743092947527658828965160952033455553595144227612606132549421563596333986696566136878792250723815071199148385931178277376199804549454605147298636498900743082440391318165315046888708077135614185087789750459372146155804000153599571091404537325445978874245782520806963124216971161258001652930654625515121373804772843109372367009356476754963716447047106704180310742474725168480843449094150149927674160143567571958228669271582143480318747340459238133353347056386163710462302739849771099705268117091640653070173551029223033378412756734342424312724057839317116513077818061205391452403507387188010400916793832175856016056423536349929149487331450290103398909504060764413728453763290787365458889001072669310407141305229787023503208780725995426666715380504587194582166515397983092900925842438447601212022088406775278486804422821495324803722041735873312162003363572404129987313104946151746804897853175825167907714725183544745156041735830683936522530759742827810706818925458161855486439864348817356612951411569055527875881915744558180604147283804222982673092226424366086670797641139774881766483243964412622565726728903939032106821663989848512351035470014572092768777141092342391939253498025821168604938265795185372906329921353318071785149670125683618652011855636887957534731337603084190098946998016189461868852446397733845852231959696245900104672888613124904780135530429131135836391662980160248002239163412321342447832321582382587299865045783122643529543484109380323691928956102855388308134988294068889436177484545330707580277554047257899455170344218226081886269370687984068258511258822049906455820590788222951999408236742162863443110477082386151513282466121048726023449887980330061098352057117825924802845519370722005528996875927397150725684208227853349753434834162236556687040074684297967804871121368720528908859912225676162449821032381669428690363186121409623092499920488382990695042146153305064908739086463929737093296641424041168134517981059171646494468574762308805250071495795309051516463695769109479515364215683612733654959136814067516283436975653155099551315829886685188440336281951782354001211857621289062642988679676765339806663900471418561950327634861939320216220724097027924954828239741883419672478958165787872722883436716976469269835332828611713492340453306591104643806209414531816324520191141487021816812020663133926945039088075555961481679761297185146478168678174654423713571769745536957066670576369653783852478020967905720953421257621897352583256458565043422851752282059078139930018269846857406315540815521326126399370981371499358203111954249414675523865444069313837585718481601184425901721112825791362900439583337654455065928116306189999004040595545599521913157449616669494882013807315211839485255331084415868898212502640267674817411265596687419835037130096175456233827320817224719219669266394969704062570596950501344027343581263688254269326712986749191448576757994932138206334311037753107293175850703343014846269565424033066418195349257

9543248511649859528784510918799574398376138990483586778941290709012897994787147000105367897745586876101854870778654039788487596830313977568162808467866950019604570438546603318322864227609169631211205010295472557327707562391291867296732924402116929505705846046984400404269150506853940860118643584146648885511148601483737934927625512696778368592180520558998966259240601105655680068364241373476305663845039961344942248652445972968898352538230291666613935381256045215607402670145140241692037013635727650342600069072705390869300327899847938233319461486776378574413301268346295074221147417986353132946179906565743138321516018137052611212957660835279417594046030704390642427430711022007113953495897231499056567534817865895199339622145707095926308786820243990350728448173848078220278319998226797728099844792538639233500251284958221230042471009792203077204377148289666517234933315137719786705265521500723059695033427678144848496571479085171591531355968395854762283894480468569931269792578991826082949312568110936236041552270983601835320977604276128637230321281097493367686112578939724941391517641037789803435054849560653101418118290909011678439897555893360743964629562302403829922476448413990153663347528286773955034862781799591690748721605806449701632936176354532093067351779668713964674811140163559038110529511691117791106786559329322601456040858221038733041127893305223974388635169745584077467977734292367413427681070161419687430567715897040395357578167784461975381065247179329698804915723707678728785463513416146650725464220036573061677078941695438680105444167705508022343107866294540890606095083396434887704838352094795139568165862881815419020791314847275574309294752765882896516095203345555359514422761260613254942156359633986696566136878792250723815071199148385931178277376199804549454605147298636498900743082440391318165315046888708077135614185087789750459372146155804000153599571091404537325445978874245782520806963124216971161258001652930654625515121373804772843109372367009356476754963716447047106704180310742474725168480843449094150149927674160143567571958228669271582143480318747340459238133353347056386163710462302739849771099705268117091640653070173551029223033378412756734342424312724057839317116513077818061205391452403507387188010400916793832175856016056423536349929149487331450290103398909504060764413728453763290787365458889001072669310407141305229787023503208780725995426666715380504587194582166515397983092900925842438447601212022088406775278486804422821495324803722041735873312162003363572404129987313104946151746804897853175825167907714725183544745156041735830683936522530759742827810706818925458161855486439864348817356612951411569055527875881915744558180604147283804222982673092226424366086670797641139774881766483243964412622565726728903939032106821663989848512351035470014572092768777141092342391939253498025821168604938265795185372906329921353318071785149670125683618652011855636887957534731337603084190098946998016189461868852446397733845852231959696245900104672888613124904780135530429131135836391662980160248002239163412321342447832321582382587299865045783122643529543484109380323691928956102855388308134988294068889436177484545330707580277554047257899455170344218226081886269370687984068258511258822049906455820590788222951999408236742162863443110477082386151513282466121048726023449887980330061098352057117825924802845519370722005528996875927397150725684208227853349753434834162236556687040074684297967804871121368720528908859912225676162449821032381669428690363186121409623092499920488382990695042146153305064908739086463929737093296641424041168134517981059171646494468574762308805250071495795309051516463695769109479515364215683612733654959136814067516283436975653155099551315829886685188440336281951782354001211857621289062642988679676765339806663900471418561950327634861939320216220724097027924954828239741883419672478958165787872722883436716976469269835332828611713492340453306591104643806209414531816324520191141487021816812020663133926945039088075555961481679761297185146478168678174654423713571769745536957066670576369653783852478020967905720953421257621897352583256458565043422851752282059078139930018269846857406315540815521326126399370981371499358203111954249414675523865444069313837585718481601184425901721112825791362900439583337654455065928116306189999004040595545599521913157449616669494882013807315211839485255331084415868898212502640267674817411265596687419835037130096175456233827320817224719219669266394969704062570596950501344027343581263688254269326712986749191448576757994932138206334311037753107293175850703343014846269565424033066418195349257

9543248511649859528784510918799574398376138990483586778941290709012897994787147000105367897745586876101854870778654039788487596830313977568162808467866950019604570438546603318322864227609169631211205010295472557327707562391291867296732924402116929505705846046984400404269150506853940860118643584146648885511148601483737934927625512696778368592180520558998966259240601105655680068364241373476305663845039961344942248652445972968898352538230291666613935381256045215607402670145140241692037013635727650342600069072705390869300327899847938233319461486776378574413301268346295074221147417986353132946179906565743138321516018137052611212957660835279417594046030704390642427430711022007113953495897231499056567534817865895199339622145707095926308786820243990350728448173848078220278319998226797728099844792538639233500251284958221230042471009792203077204377148289666517234933315137719786705265521500723059695033427678144848496571479085171591531355968395854762283894480468569931269792578991826082949312568110936236041552270983601835320977604276128637230321281097493367686112578939724941391517641037789803435054849560653101418118290909011678439897555893360743964629562302403829922476448413990153663347528286773955034862781799591690748721605806449701632936176354532093067351779668713964674811140163559038110529511691117791106786559329322601456040858221038733041127893305223974388635169745584077467977734292367413427681070161419687430567715897040395357578167784461975381065247179329698804915723707678728785463513416146650725464220036573061677078941695438680105444167705508022343107866294540890606095083396434887704838352094795139568165862881815419020791314847275574309294752765882896516095203345555359514422761260613254942156359633986696566136878792250723815071199148385931178277376199804549454605147298636498900743082440391318165315046888708077135614185087789750459372146155804000153599571091404537325445978874245782520806963124216971161258001652930654625515121373804772843109372367009356476754963716447047106704180310742474725168480843449094150149927674160143567571958228669271582143480318747340459238133353347056386163710462302739849771099705268117091640653070173551029223033378412756734342424312724057839317116513077818061205391452403507387188010400916793832175856016056423536349929149487331450290103398909504060764413728453763290787365458889001072669310407141305229787023503208780725995426666715380504587194582166515397983092900925842438447601212022088406775278486804422821495324803722041735873312162003363572404129987313104946151746804897853175825167907714725183544745156041735830683936522530759742827810706818925458161855486439864348817356612951411569055527875881915744558180604147283804222982673092226424366086670797641139774881766483243964412622565726728903939032106821663989848512351035470014572092768777141092342391939253498025821168604938265795185372906329921353318071785149670125683618652011855636887957534731337603084190098946998016189461868852446397733845852231959696245900104672888613124904780135530429131135836391662980160248002239163412321342447832321582382587299865045783122643529543484109380323691928956102855388308134988294068889436177484545330707580277554047257899455170344218226081886269370687984068258511258822049906455820590788222951999408236742162863443110477082386151513282466121048726023449887980330061098352057117825924802845519370722005528996875927397150725684208227853349753434834162236556687040074684297967804871121368720528908859912225676162449821032381669428690363186121409623092499920488382990695042146153305064908739086463929737093296641424041168134517981059171646494468574762308805250071495795309051516463695769109479515364215683612733654959136814067516283436975653155099551315829886685188440336281951782354001211857621289062642988679676765339806663900471418561950327634861939320216220724097027924954828239741883419672478958165787872722883436716976469269835332828611713492340453306591104643806209414531816324520191141487021816812020663133926945039088075555961481679761297185146478168678174654423713571769745536957066670576369653783852478020967905720953421257621897352583256458565043422851752282059078139930018269846857406315540815521326126399370981371499358203111954249414675523865444069313837585718481601184425901721112825791362900439583337654455065928116306189999004040595545599521913157449616669494882013807315211839485255331084415868898212502640267674817411265596687419835037130096175456233827320817224719219669266394969704062570596950501344027343581263688254269326712986749191448576757994932138206334311037753107293175850703343014846269565424033066418195349257

855849312623459089047157740195890034154777659614762376328060711286792865845929019733644932
200199929159276389319094661250158438247207370814464928097826625264197029683414094024022650
669588119254137447180893987435177910729975689561150225058515440506979702052124971271954234
882198403312720847957466804756080909450523809928454159811442926849531011550523773931404861
724608799940704385057963454941497778244089989096533191062798023542397336713510615211606455
782460974614923387260201725413342233528149688625635031504217621084006322623203007223687582
306639826641478631221998276391793554788538987557419955030787679462566967242369165778589353
584125671107249806435071939281305203950685475534177082210459346211302615839174547792927109
483162756403211471811014593168150204882176433197685793994170894142961644798092521230678877
502025832716012042189192633630573248635719925078487096742058968459479972384279490551202495
218975774178004490616508672203410614704028514776957338937872308597671387367238537573174982
572163939048000486940121542008087788671125511338792753630429502399520405158849515987550921 5
822182561928031924608512387486726056144313564897987244477495675516365056483167109810333880
655985105848497467896734724049275386353465952383147724418482226266666565519781799268511325 1
500349473023227594854004851511016248245043361743942343927425673520917062807741749609239699
781802450434335415217926700344700271345336802647969905267209278764323064613269523594729896
156788361835107000899293641597002796046143518553072292045507505310371113115116334050741558
243251102573733512030106253041739818884027215788897035909895384500526471006889689621070713
421991933219508738319399300358916155877756994965422340767992986573388095709027165285802119
532525140624940345283832439257472700419241002132087940710497885388972165701758233531527580
879643102031135770016587004579126962156413026264297424044782026560234702180471715301843856
953978082933065986954430170936850913028071625239340173807805375337813486565107363573074862 2
222927637547504684032075404392351279647786622915030334674947107680781678648038206768681906
233678698906536795042938106596093735717779478458605669986176515269368796501234499981910138
664624879196906551588657594159026872789193517422417805059551423795454605175575373280946325
234092473373381788548608 : 1)

```
E = EllipticCurve([53,21])
```

```
%time v = E.gens()
CPU time: 0.50 s, Wall time: 0.21 s
```

```
v
[(1660/361 : 130491/6859 : 1)]
```

$$y^2 = x^3 - 7896$$

```
E = EllipticCurve('389a')
```

```
E = E.short_weierstrass_model(); show(E)
```
$$y^2 = x^3 - 3024x + 46224$$

```
E.gens()
[(-24 : 324 : 1), (12 : 108 : 1)]
```