Facultad de Ciencias – Universidad de Málaga
ANÁLISIS NUMÉRICO
3º de Grado en Matemáticas – Curso 2019/20

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

– Control de prácticas –

1. La ecuación diferencial que rige el movimiento de un péndulo sin fricción (*péndulo matemático*) es la siguiente:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\,\mathrm{sen}(\theta) \tag{1}$$

siendo θ el ángulo que forma el hilo con la vertical, L la longitud del hilo y g la aceleración de la gravedad. Supongamos que se especifica la posición y la velocidad del péndulo cuando se inicia el movimiento, esto es

$$\theta(0) = \theta_0 \quad \text{y} \quad \theta'(0) = \theta_0'. \tag{2}$$

Si los desplazamientos angulares θ no son demasiado grandes, utilizando la aproximación $\mathrm{sen}(\theta) \approx \theta$ se obtienen la ecuación linealizada del péndulo

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0 \tag{3}$$

a) Supongamos que $g = 9.8$, $L = 0.25$, $\theta_0 = \pi/6$ y $\theta_0' = 0$. Resuelve las ecuaciones (1) y (3) en el intervalo de tiempo $[0,4]$ usando el método RK encajado RK4(5) con paso inicial $h = 0.03$, tolerancia $1.e-6$, paso mínimo $1.e-5$ y paso máximo 0.1. Represente gráficamente en una única figura, utilizando la instrucción `subplot` de Python, tres gráficas en la que se compare:

- Las aproximaciones de la evolución del ángulo θ obtenidos con una y otra ecuación.
- Las trayectorias en el plano de fase obtenidas con una y otra ecuación.
- Los pasos de tiempo usados para una y otra ecuación.

b) Repita el ejercicio anterior tomando ahora $\theta_0 = \pi$ y $\theta_0' = 10$. Comente brevemente los resultados.

2. **Problema voluntario** La población de antílopes en Sudáfrica puede modelarse por la ecuación

$$\frac{dx}{dt} = (1 - \mu \sin(t)x)x, \tag{4}$$

siendo $\mu > 0$ un parámetro. Supongamos que $x(0) = 3$.

a) Aproxime numéricamente la solución de (4) para $0 \leq t \leq 2$, con $\mu = 1, 10$ y 50 . Utilice para ello el método de Euler explícito con $N = 20$ pasos. Comente brevemente los resultados.

b) Resuelva de nuevo el problema del apartado anterior pero utilice ahora el método Runge–Kutta con tablero de Butcher

$$\begin{array}{c|cc} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \hline & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}$$

Si necesita resolver alguna ecuación o sistema no lineales, utilice una iteración de punto fijo.

Instrucciones:

- Entregad un único fichero .py que contenga los programas hechos para resolver el Ejercicio 1 así como las instrucciones para ejecutarlos y los comentarios que queráis hacer.
- Si hacéis el ejercicio voluntario, entregad otro fichero .py con los problemas, instrucciones y comentarios.
- Entregad el fichero .py (o los dos, en caso de hacer el voluntario) a través del campus **SIN COMPRIMIR**, para evitar posibles problemas de descompresión.
- Los ficheros .py que contienen cada ejercicio tienen que estar hechos de manera que, cuando se ejecute (es decir, cuando se le da al triángulo verde en Spyder) se ejecuten los progamas, salga en pantalla lo que se pide y se generen las gráficas que se piden **sin que sea necesario tener que quitar comentarios** o escribir líneas nuevas. **Sólo se evaluarán las partes del ejercicio que se ejecuten automáticamente al ejecutar el fichero:** si hay líneas de programa comentadas interpretaremos que no queréis que sean corregidas, salvo que sean comentarios sobre los resultados.
- Las gráficas que corresponden a distintos apartados tienen que estar separadas. Recordad que podéis crear nuevas ventanas gráficas desde vuestro fichero .py sin más que poner la instrucción:

  figure('Nombre ')

  Esta instrucción crea una nueva ventana gráfica con el título Nombre. Para separar las gráficas correspondientes a distintos apartados, se puede poner, por ejemplo,

  figure('Apartado x ')

  antes de empezar las gráficas del apartado x.