

Nombre: \_\_\_\_\_

– Control de prácticas –

1. Se considera el problema de Cauchy

$$\begin{cases} y' = 4 - 1000y, \\ y(0) = 10. \end{cases} \quad (1)$$

Dibuje la frontera de la región de estabilidad absoluta del método del punto medio, cuyo tablero de Butcher es

$$\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ \hline & 0 & 1 \end{array}.$$

Estime el menor número de particiones  $N$  del intervalo  $[0, 1]$  que hay que tomar para que no se produzcan oscilaciones no controladas al aplicar este método al problema (1). Compruebe que la estimación es correcta aplicando el método del punto medio con valores ligeramente mayores y menores que el  $N$  estimado.

2. Se considera el método implícito cuyo tablero de Butcher es

$$\begin{array}{c|c} 1/2 & 1/2 \\ \hline & 1 \end{array}.$$

- a) Esciba un program python que resuelva la ecuación diferencial (1) usando este método. **Indicación.** Observe que, en este caso, la ecuación a resolver para calcular la etapa  $y_k^{(1)}$  es lineal: despéjela y use la expresión hallada para programar el método.
- b) Aplique el programa realizado al problema (1) en el intervalo  $[0, 1]$  tomando particiones uniformes de  $N = 20, 40, 80, 160, 320$  subintervalos. Calcule y ponga en pantalla los tiempos de cálculo y los errores cometidos. Compare la gráfica de la solución exacta con las distintas aproximaciones numéricas obtenidas.

3. Se considera el método numérico de dos pasos:

$$y_{k+1} - \frac{4}{3}y_k + \frac{1}{3}y_{k-1} = \frac{2}{3}hf(t_{k+1}, y_{k+1}), \quad k = 1, 2, \dots$$

- a) Repita el ejercicio anterior usando este método. Para arrancar, use la solución exacta, es decir  $y_1 = y(t_1)$ . **Indicación.** Observe que la ecuación que hay que resolver para hallar  $y_{k+1}$  es lineal: despeje y use la expresión hallada para programar el método.
- b) Estudie gráficamente la región de estabilidad absoluta del método: ¿para qué valores de  $h$  pueden encontrarse oscilaciones no controladas en la solución numérica? Comente si los resultados encontrados confirman esta estimación o no.
4. A la vista de los resultados, ¿cuál de los tres métodos programados considera que es mejor para resolver el problema (1)?

**Instrucciones:**

- Entregue la hoja de examen con su nombre y un único fichero **control.py SIN COMPRIMIR** a través del campus. El fichero tiene que contener los programas hechos para resolver los ejercicios así como las instrucciones para ejecutarlos y los comentarios que quiera hacer.

- Puede usar el reverso de la hoja del enunciado para entregar la expresión de los métodos de los problemas 2 y 3.
- Separe las gráficas que corresponden a distintos apartados. Recuerde que se pueden crear nuevas ventanas gráficas desde el programa usando la instrucción:

`figure('Nombre ')`

Esta instrucción crea una nueva ventana gráfica con el título Nombre.

- El fichero **control.py** tiene que estar hecho de manera que, cuando se ejecute (es decir, cuando se le da al triángulo verde en Spyder) se ejecuten los programas, salga en pantalla lo que se pide y se generen las gráficas que se piden **sin que sea necesario tener que quitar comentarios** o escribir líneas nuevas. **Sólo se evaluarán las partes del ejercicio que se ejecuten automáticamente al ejecutar el fichero:** si hay líneas de programa comentadas se interpretará que no se desea que sean corregidas, salvo que sean comentarios sobre los resultados.