

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1-15

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА СТАЛЬНОЙ ПРОВОЛОКИ ИЗ РАСТЯЖЕНИЯ

**Цель работы:** ознакомление с одним из методов регистрации величины растяжения стальной проволоки при изучении упругой деформации, определение модуля Юнга для стальной проволоки.

**Приборы и принадлежности:** прибор, устройство которого описано в разделе описание прибора, микрометр, штангенциркуль, рулетка, набор грузов.

#### КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Возьмем однородный стержень и приложим к его основаниям  $A$  и  $B$  растягивающие или сжимающие силы  $F$  (рис. 1). Стержень будет деформирован, то есть растянут или сжат. Мысленно проведем произвольное сечение  $C$ , перпендикулярное к оси стержня. Для равновесия стержня  $AC$  необходимо, чтобы на его нижнее основание  $C$  действовала сила  $F_1 = F$ . Это есть сила, с которой нижняя часть стержня  $BC$  тянет верхнюю или давит на нее. Такая сила возникает потому, что нижняя часть стержня деформирована и действует на нижнюю с силой, равной  $F_1$  и противоположно направленной.

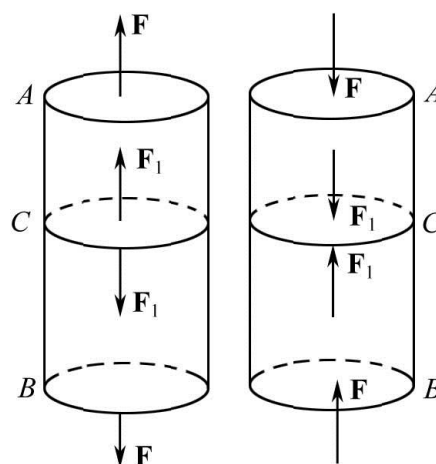


Рис. 1

Такие силы действуют в любом поперечном сечении растянутого или сжатого стержня. Таким образом, деформация стержня связана с возникновением упругих сил, с которыми каждая часть стержня действует на другую, с которой она граничит. Силу, отнесенную к единице площади поперечного сечения стержня, называют **н а п р я ж е н и е м**. В рассматриваемом случае напряжение перпендикулярно поперечному сечению стержня. Если стержень растянуть, то это напряжение и определяется выражением

$$T = \frac{F}{S}, \quad (1)$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения стержня. Если же стержень сжат, то напряжение называется **д а в л е н и е м** и численно определяется по формуле

$$P = \frac{F}{S}. \quad (2)$$

Давление можно рассматривать как отрицательное натяжение и наоборот, то есть

$$P = -T.$$

Пусть  $\Delta\ell$  – длина недеформированного стержня. После приложения силы  $F$  его длина получает приращение  $\Delta\ell$  и делается равной  $\ell = \ell_0 + \Delta\ell$ . Отношение

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell}$$

называется **относительным удлинением стержня**. Относительное удлинение, взятое с противоположным знаком, называется **относительным сжатием**. Опыт показывает, что для не слишком больших упругих деформаций натяжение  $T$  или давление  $P$  пропорциональны удлинению (или относительному сжатию). Это утверждение выражает закон Гука для деформаций растяжения или сжатия стержней и записывается как

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0} \quad \text{и} \quad T = E \frac{\Delta\ell}{\ell_0} = E\varepsilon.$$

Здесь  $E$  – постоянная, зависящая только от материала стержня и его физического состояния. Она называется **модулем Юнга** и выражается формулой

$$E = T \frac{\ell_0}{\Delta\ell} = \frac{F}{S} \frac{\ell_0}{\Delta\ell}. \quad (3)$$

Из формулы (3) видно, что модуль Юнга равен такому натяжению, при котором длина стержня удваивается, то есть

$$E = \frac{F}{S} \quad \text{при} \quad \Delta\ell = \ell_0.$$

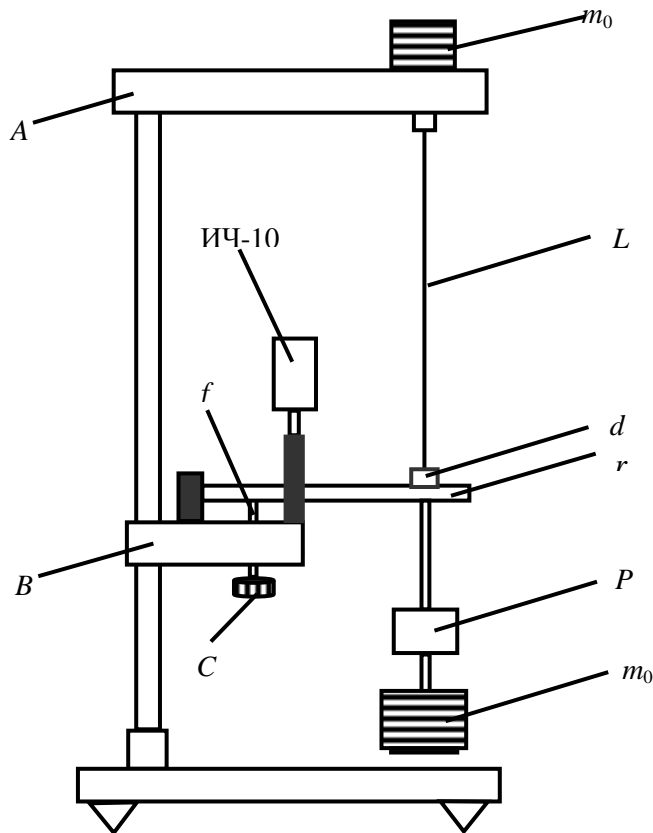


Рис. 2

## ОПИСАНИЕ ПРИБОРА

Прибор для изучения упругой деформации стальной проволоки и определения ее модуля Юнга (рис. 2) состоит из штатива, к которому прикреплены два кронштейна  $A$  и  $B$ . Проволока  $L$ , модуль Юнга материала которой необходимо определить, верхним концом прочно укреплен в зажиме кронштейна  $A$ . Нижний ее конец закреплен в цилиндре  $d$ , к которому подвешен груз  $P_0$  для выпрямления проволоки (при вычислении модуля Юнга его в расчет не принимают). Цилиндр  $d$  зафиксирован в рычаге  $r$ . Удлинение проволоки измеряется с помощью индикатора часового типа (часового индикатора) ИЧ-10. Часовой индикатор установлен в держателе,

закрепленном на кронштейне  $B$ , и его щуп опирается на рычаг  $r$ . При удлинении проволоки рычаг  $r$  опускается и стрелка часового индикатора показывает величину, пропорциональную этому удлинению. Щуп индикатора расположен от центра вращения рычага  $r$  на расстоянии  $a$ , а от проволоки – на расстоянии  $b$ . Для предохранения проволоки от ненужных толчков и разрыва в приборе используется арретир  $f$ , который укреплен на кронштейне  $B$ . Ввертывая винт  $C$  арретира  $f$ , можно освободить проволоку от нагрузки. При настольном исполнении прибора использование арретира обязательно!

Грузы, необходимые для растяжения проволоки, хранятся на специальном подвесе кронштейна  $A$ . Для растяжения проволоки  $L$  грузы поочередно подвешиваются на ось груза  $P_0$ . Этим достигается постоянство нагрузки на верхний кронштейн  $A$  и тем самым постоянство прогиба последнего.

Нагружение проволоки и снятие нагрузки необходимо всегда проводить очень осторожно или же для предосторожности использовать арретир.

## МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОДУЛЯ ЮНГА СТАЛЬНОЙ ПРОВОЛОКИ

Для определения модуля Юнга стальной проволоки необходимо знать результирующую массу установленных для растяжения проволоки грузов и измерить удлинение  $\Delta \ell$  проволоки при ее растяжении. Удлинение  $\Delta \ell$  в приборе находят с помощью индикатора часового типа. В начальном состоянии, когда проволока только выпрямлена грузом  $P_0$ , необходимо вращением оправы индикатора установить нулевое положение стрелки прибора ( $N_0$ ). После подвешивания к проволоке груза массы  $m$  проволока растянется на величину  $\Delta \ell$ .

Здесь  $a$  – расстояние от оси вращения рычага  $r$  до щупа микрометра;  $b$  – расстояние от щупа микрометра до исследуемой проволоки ( $a = 104$  мм;  $b = 25$  мм). Рычаг  $r$  опустится, и стрелка часового индикатора покажет величину перемещения рычага  $\Delta N$  в месте нахождения щупа индикатора. На рис.

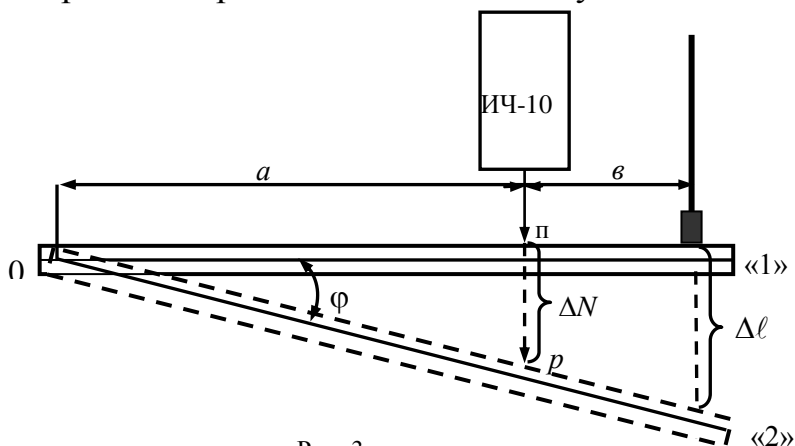


Рис. 3

3 показано взаимное расположение рычага  $r$ , часового индикатора ИЧ-10 и цилиндра  $d$  с проволокой  $L$ . При растяжении проволоки и опускании рычага  $r$  величину удлинения проволоки  $\Delta \ell$  можно найти, рассматривая два подобных треугольника (рис. 4).

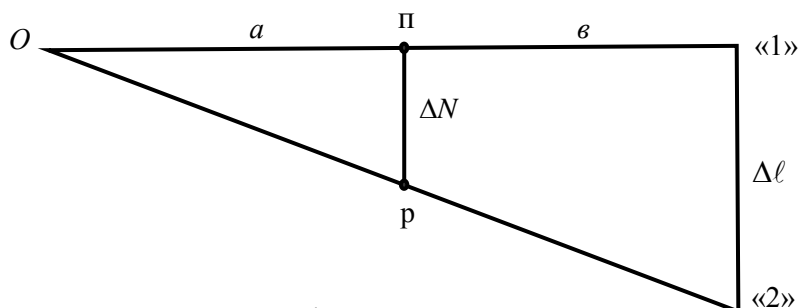


Рис. 4

$$\Delta \ell = \frac{\Delta N(a + e)}{a}. \quad (4)$$

Подставив выражение (4) для  $\Delta \ell$  и выразив площадь поперечного сечения проволоки как

$$S = \frac{\pi D^2}{4},$$

где  $D$  – диаметр проволоки, получим окончательную формулу для определения модуля Юнга

$$E = F \frac{4\ell_0 a}{\pi D^2 (a + b) \Delta N}, \quad (5)$$

где  $F = mg$  – величина растягивающего груза;  $m$  – масса груза;  $g$  – ускорение свободного падения  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .

### ЗАДАНИЕ НА ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

1. Проведите измерение всех необходимых для расчета по формуле (5) модуля Юнга величин. При этом массу грузов  $m$  для создания нагрузки  $F = mg$  изменяйте от 100 г до 0,7 кг через 100 г.

### РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Рекомендуем выполнять настройку прибора и измерения в следующей последовательности.

1. Установите прибор вертикально с помощью регулировочных ножек на основании прибора.
2. Поместите все семь грузов сверху прибора на специальном держателе.
3. Опустите винтом  $C$  арретир  $f$  и установите нулевое положение стрелки микрометра часового типа вращением циферблата прибора ( $N_0 = 0$ ).
4. Поднимите арретир винтом  $C$  и нагрузите проволоку грузом массы  $m_1 = 100 \text{ г}$ . Опустите арретир и отметьте деление шкалы микрометра  $N_1$ .
5. Снимите груз  $m_1$  и вновь определите нулевую точку по шкале  $N_0$ . Если нулевая точка не совпадает с нулевым отсчетом, вращением циферблата прибора установите нулевое положение стрелки. Так же поступите при следующих нагрузках.
6. Нагружайте последовательно проволоку грузами массы  $m_2, m_3, \dots, m_7$ , увеличивая каждый раз на 100 г, и доведите общую массу до 0,7 кг.
7. Измерьте при опущенном арретире диаметр проволоки в трех различных местах: сверху, посередине, внизу по три раза (в направлениях под  $120^\circ$  друг к другу). Искомое значение диаметра определите как среднее арифметическое из 3 значений.
8. Измерьте при опущенном арретире  $f$  длину проволоки от верхнего закрепления до цилиндра  $d$ .

9. Все данные запишите в таблицу.

№ п/п	$F=m\ell$ , Н	$N_0$ , мм	$N_1$ , мм	$N_1-N_0$ , мм	$\ell_0$ , мм	$\bar{D}$ , мм	$\Delta\ell$ , мм	$E$ , Н/м <sup>2</sup>	$E$ из гра- фика, Н/м <sup>2</sup>
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									

### ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Рассчитайте по формуле (5) модуль Юнга для каждой нагрузки. Искомое значение получите как среднеарифметическое из полученных 7 значений. Выразите  $E$  в единицах системы СИ.

2. Рассчитайте абсолютную погрешность  $\Delta E$  в измеренном модуле Юнга методом расчета погрешностей прямых измерений. Окончательный результат запишите в виде

$$E = E \pm \Delta E.$$

3. Постройте график зависимости удлинения проволоки  $\Delta\ell$  от натяжения  $T$ .

4. Определите модуль Юнга стальной проволоки из построенного графика как отношение начальной длины проволоки  $\ell_0$  к угловому коэффициенту  $\Delta\ell_0/T$ .

### ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Обработка полученных результатов позволяет обсудить следующие вопросы:

1. Выполняется ли закон Гука при растяжении стальной проволоки грузами, используемыми в работе?

2. Какова величина модуля Юнга стальной проволоки при ее растяжении?

3. Какова величина погрешности в измерении модуля Юнга предложенным методом? Насколько большая эта величина? Можно ли уменьшить эту погрешность? Как?

4. В каком из двух случаев погрешность в определении модуля Юнга меньше: а) из графика; б) с использованием формулы (5)?

### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ И ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. В чем состоит физический смысл модуля Юнга?

2. В чем состоит отличие деформаций при растяжении и сжатии?

3. В каком случае точнее выполняется закон Гука: при растяжении или сжатии?
4. Что называют относительным растяжением? Сжатием?
5. Как зависит модуль Юнга от формы сечения проволоки?
6. Сформулируйте закон Гука. В какой части проволоки возникают упругие деформации?
7. Каким образом модуль Юнга зависит от длины проволоки? Как изменится модуль Юнга, если изменить длину проволоки на четверть, две трети и т.д.?
8. Как модуль Юнга зависит от площади поперечного сечения проволоки? Что произойдет, если заменить проволоку из данного материала с другим сечением?
9. Какую роль в предложенном методе измерения играет относительное удлинение проволоки? Как его измеряют?
10. Объясните, почему при измерении все грузы должны находиться на установке. Почему это важно?
11. Предложите метод измерения модуля Юнга без использования часового индикатора.
12. Предложите ряд методов точного измерения изменения длины проволоки и обоснуйте их?
13. Что называют пределом упругости? Как зависит удлинение проволоки от величины приложенной силы?
14. Как связаны между собой значение модуля Юнга и коэффициент жесткости проволоки?
15. Как вычислить работу силы упругости, если известен модуль Юнга?
16. Как правило, проволока имеет небольшие едва заметные изгибы. Как их величина влияет на измерение модуля Юнга? На точность измерения?
17. Точность измерения каких величин и почему является определяющей при определении погрешности модуля Юнга?
18. По литературным данным проанализируйте значения модулей Юнга различных материалов и сделайте вывод о роли новых материалов в науке и технике.
19. Какой метод определения погрешности измерения модуля Юнга является более точным и почему?
20. Каким образом можно убедиться, что в данной работе выполняется закон Гука? Ответ обосновать.
21. Почему длину проволоки измеряют достаточно грубо по сравнению с размером проволоки?
22. Можно ли для растяжения проволоки брать грузы любого веса? Как выбрать наибольший вес?
23. Если к проволоке приложена сила  $F$ , то какова будет величина силы натяжения проволоки в ее различных местах? Как влияет масса проволоки на проведение измерений?
24. По литературным данным опишите несколько немеханических способов измерения модуля Юнга. В чем их преимущества?

25. Что называют пределом текучести материала? Остаточной деформацией? Как определяют эти величины? Можно ли использовать данный метод?