

1. Есть 90 человек. Каждый из этих 90 человек относится к одной из двух категорий. Одни на все вопросы говорят правду, другие — всегда врут. У каждого ровно 1 любимое блюдо из списка (макароны/пельмени/вареники). Каждому задают три вопроса:

- Ваше любимое блюдо — макароны?
- Ваше любимое блюдо — пельмени?
- Ваше любимое блюдо — вареники?

Результаты получились такие:

- на первый вопрос утвердительно ответило 45 человек,
- на второй — 35,
- на третий — 30.

Сколько человек всегда говорят правду?

Решение:

Пусть  $x_1, x_2, x_3$  – говорящие только правду и ответившие утвердительно на 1, 2 и 3 соответственно. При этом всего говорящих правду будет  $x = x_1 + x_2 + x_3$ .

Пусть  $z_1, z_2, z_3$  – говорящие ложь, но на самом деле любящие блюда из вопросов 1, 2 и 3 соответственно. При этом всего говорящих правду будет  $y = z_1 + z_2 + z_3$ .

Поскольку они лгут, то утвердительно они ответят на два других вопроса. Тогда можно составить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + (z_2 + z_3) = 45 \\ x_2 + (z_1 + z_3) = 35 \\ x_3 + (z_2 + z_1) = 30 \end{cases}$$

После сложения всех уравнение:

$$(x_1 + x_2 + x_3) + 2(z_1 + z_2 + z_3) = 110$$

Используя введенные выше обозначения и условия задачи, получим систему:

$$\begin{cases} x + 2y = 110 \\ x + y = 90 \end{cases}$$

После решения этой системы,  $y = 20$  и  $x = 70$

Говорящих только правду: 70 человек.

Время: 20 мин

2. Есть числа от трех до одиннадцати. Есть квадрат — 3 на 3 клетки:

а б в

г д е

ё ж з

(Буквы ничего не значат, кроме того, что числа не повторяются)

Можно ли расставить числа в клетки квадрата таким образом, что перемножения чисел в строках дает тот же результат, что и произведение чисел в столбцах с теми же номерами?

Если можно — расставьте, если нельзя — объясните почему.

Решение:

a	4	10
8	b	3
5	6	c

где a, b, c — различные комбинации 7, 9, 11. Могут быть и другие варианты расстановки чисел в клетке. Нужно лишь, чтобы они отвечали некоторому критерию. Например, рассмотрим 1 строку и 1 столбец:

$$a * 4 * 10 = a * 8 * 5$$

Символьно это можно представить как:

$$a * x * 2y = a * 2x * y$$

Получается, что различные числа в строках и столбцах должны отличаться лишь на общий множитель (для условий задачи, это 2).

Время: 17 мин

## Программирование:

```
# 1

city_arr = ['Москва', 'Санкт-Петербург', 'Воронеж', 'Томск', 'Новосибирск', 'Тверь']

def splitting(arr):
    splitted_arr = ", ".join(arr)
    return f'{splitted_arr}.'

print(splitting(city_arr))

# 2
import random
num = random.uniform(0, 100) # случайное число для инициализации

def round5(number):
    if number % 5 >= 2.5: # если остаток от деления числа на 5 больше или равен 2,5
        number = 5 * (number // 5 + 1) # то number = 5*(целое число пятерок в числе + 1) - округление вверх
    else:
        number = 5 * (number // 5) # иначе number = 5*(целое число пятерок в числе) - округление вниз
    return number

print(f'{num} => {round5(num)}')

# 3
num = random.randint(0, 150) # число для инициализации

def cases(number):
    last_num = number % 10
    if number % 100 == 11: # для чисел, оканчивающихся на 11
        skl = 'ов'
    elif last_num == 1:
        skl = ''
    elif 2 <= last_num <= 4:
        skl = 'а'
    else:
        skl = 'ов'
    return f'{number} компьютер{skl}'

print(cases(num))

# 4
num = 113

def is_simple(number):
    status = 0
    if number == 2:
        status = True # 2 - простое число и минимальный делитель
    elif number <= 1: # если меньше 1, то точно не простое
        status = False
    else: # для всех других чисел проверяются делители
        for i in range(2, number-1):
            if number % i == 0: # если делится без остатка на делители, то уже не простое
                status = False
```

```

        return status
    status = True # если проверил все делители и ни один не подошел, значит простое число
    return status

if is_simple(num):
    print(f'Число {num} является простым')
else:
    print(f'Число {num} не является простым')

# 5
arr1 = [7, 17, 1, 9, 1, 17, 56, 56, 23]
arr2 = [56, 17, 17, 1, 23, 34, 23, 1, 8, 1]

def repeated_nums(array1, array2):
    buf_arr = list()
    for i in array1:
        count_i1 = array1.count(i) # подсчет количества одинаковых элементов в 1 массиве
        count_i2 = array2.count(i) # подсчет количества одинаковых элементов во 2 массиве
        if count_i1 >= 2 and count_i2 >= 2: # если в обоих массивах одного и того же числа больше 2х, то
            добавляется в новый массив
            buf_arr.append(i)
    buf_set = set(buf_arr) # Преобразование во множество, чтобы оставить только уникальные элементы
    buf_arr = sorted(list(buf_set)) # превращение в массив (список Python) и его сортировка (необязательно)
    return buf_arr

print(repeated_nums(arr1, arr2))

```

Время: 1 задание – 5 мин

2 задание – 8 мин

3 задание – 10 мин

4 задание – 22 мин

5 задание – 12 мин