

Regression Linéaire

Dimitri DELPECH, Timothé FADENIPO,
Matthis ARVOIS, Ismael MADOU GAGI GREMA,
Cheikh LO

2025-02-21

Contents

| | | |
|----------|---|----------|
| 1 | Introduction | 3 |
| 2 | Revue empirique | 3 |
| 3 | Analyse univariée. | 6 |
| 3.1 | Première variable. | 6 |
| 3.2 | Suite | 6 |
| 4 | Analyse bivariée. | 6 |
| 4.1 | Quantité de ciment et résistance du béton. | 7 |
| 4.2 | Additif chimique et eau. | 7 |
| 4.3 | L'âge, une variable importante. | 8 |
| 5 | Analyse Multivariée | 9 |
| 5.1 | Analyse en Composantes Principales | 9 |
| 5.2 | Analyse sur les 2 Premiers Axes | 10 |
| 5.3 | Implications pour la Modélisation de la Résistance du Béton | 11 |
| 5.4 | Interprétation du Troisième Axe | 12 |
| 5.5 | Conclusion | 12 |

| | | |
|----------|-------------------------------|-----------|
| 6 | Regression . | 13 |
| 7 | Conclusion | 13 |
| 8 | Annexe | 13 |
| 8.1 | Analyse univariée | 13 |
| 8.2 | Analyse bivariee | 13 |
| 8.3 | Analyse multivariée | 15 |

1 Introduction

(en cours)

2 Revue empirique

La résistance du béton est une propriété reconnue depuis longtemps. Si le béton est un élément important du développement de nos sociétés, c'est qu'il possède une résistance mécanique, en particulier à la compression, qui a permis aux architectes et concepteurs de concevoir des structures de plus en plus importantes et durables dans le temps. La propriété de la résistance du béton reste la propriété la plus importante du matériau pour du point de vue de l'ingénieur. Depuis longtemps, la relation entre la composition du béton et la résistance au béton fait écho dans le monde du génie civil et intéresse de nombreux chercheurs de ce domaine. Cependant aucune théorie fondamentale et universellement adoptée n'existe, en la matière, au-delà de la notion commune de rapport eau/ciment. Cette première partie a pour but de mettre en lumière les effets des variables explicatives sur la variable cible en l'occurrence sur la résistance à la compression du béton en se basant sur les travaux effectués dans ce sens.

Bien que dans toute approche fondamentale de la résistance à la compression, la nature du granulat représente un rôle secondaire néanmoins ceci reste important pour notre étude. Dans les années 1960, Walker et Bloem ont publié dans leur article (Effect of Aggregate size on properties of concrete, journal of AIC, septembre) un résultat assez percutant. Il s'agit de la démonstration de l'effet négatif du volume de la dimension maximale sur la résistance. Trois effets du granulat sur la résistance du béton ont été énumérés à savoir un effet d'adhérence ; l'effet de confinement et l'effet plafond (le Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, numéro 219, en janvier-février 1999, pages 41 à 52.).

A part son rôle important dans le phénomène de l'hydratation, l'eau est l'un des facteurs les plus importants au niveau de l'ouvrabilité du béton. L'augmentation du dosage en eau augmente la fluidité du béton et entraîne la diminution de la concentration en solides. Cependant, l'introduction excessive de l'eau provoque la chute de la résistance mécanique et sa durabilité (effect on composition parameters on fresh state properties of self-compacting concrete N.Bouhamou et al.). Le bulletin publié par FEBELCEM (Fédération de l'Industrie Cimentière Belge) avec l'auteur Ir C.Ployaert que la durabilité d'un béton dépend d'une faible porosité. De plus, pour les surfaces de bétonnage non coffrées sont les plus critiques du fait de leur exposition au soleil et au vent. Le contrôle de leur protection efficace

contre toute évaporation intempestive de l'eau nécessaire à l'hydratation du ciment revêt d'une grande importance. D'où la liaison importante entre la résistance à la compression et l'eau.

Puis dans l'article publié par le département de génie civil à l'université de Mostaganem en Algérie, le rôle de superplastifiant a été mis en exergue. Le volume d'eau augmente avec l'augmentation du dosage en superplastifiant. L'une des explications avancées est l'augmentation de la viscosité de l'eau due au superplastifiant. De plus, il est noté que l'augmentation du dosage en superplastifiant a engendré une augmentation du taux de ségrégation statique dans le cas où le dosage est élevé entraînant ainsi une réduction de l'homogénéité du béton et par conséquent une réduction sa résistance à la compression. Par ailleurs, un dosage modéré en superplastifiants apporte un bénéfice supplémentaire, particulièrement aux premiers âges (48h, 72h), en raison d'une meilleure compacité et d'une dispersion plus efficace des grains de ciment.

Ensuite, Mehta et Monteiro (2014) soulignent que l'augmentation de la teneur en ciment améliore significativement la résistance mécanique, en particulier dans les premiers jours de durcissement. De même, Siddique et al. (2011) ont observé une corrélation positive entre la teneur en ciment et la résistance à la compression, confirmant que cette relation est particulièrement marquée dans les premières phases de durcissement. Toutefois, au-delà d'un certain seuil, une concentration excessive de ciment peut entraîner des effets négatifs, notamment une élévation de la chaleur d'hydratation et une augmentation du retrait, favorisant ainsi l'apparition de fissures (Neville, 2011). Il a également spécifié qu'il existe une diminution dans l'efficacité du ciment en appliquant de très haut dosage même en présence de superplastifiant dans ADDIS B.J , Alexandre M.G (1994) . Le dosage du ciment dans le béton est très souvent relié à ses propriétés mécaniques et sa durabilité (effect on composition parameters on fresh state properties of self-compacting concrete N.Bouhamou et al.).

Par ailleurs, le laitier de haut fourneau est souvent utilisé pour remplacer une partie du ciment afin d'améliorer certaines propriétés du béton. Plusieurs études ont montré que son ajout réduit la résistance du béton dans les premiers jours, car sa réaction est plus lente que celle du ciment classique. Cependant, à plus long terme, il aide à renforcer le béton grâce à une réaction chimique qui produit des éléments solides supplémentaires, améliorant ainsi sa résistance (Jin et al., 2003).

De plus, l'utilisation des cendres volantes pour remplacer une partie du ciment a aussi un impact sur la résistance du béton. D'après Tan et al. (2016), leur ajout réduit la résistance dans les premiers jours, car elles réagissent plus lentement que le ciment. Toutefois, avec le temps, elles renforcent la structure du béton et améliorent sa durabilité grâce à une réaction chimique progressive. Zhao et

al. (2019) précisent que leur effet dépend de la quantité utilisée et de la finesse des particules, ce qui influence directement la résistance finale du béton.

En outre, Les granulats fins, communément appelés “Fine Aggregate”, constituent la fraction sableuse dans la formulation du béton. On considère généralement qu’il s’agit de particules de dimensions inférieures à 5 mm. La quantité de granulats fins, principalement constitués de sable, influence la résistance du béton. Selon Chatterji (2013), une bonne proportion de granulats fins améliore la compacité du mélange, réduit la porosité et augmente la résistance à la compression. Cependant, un excès de sable peut affaiblir la structure en diminuant la cohésion entre les particules de ciment et les granulats plus gros (Neville, 2011). Concrètement, une teneur adéquate en sable améliore le contact entre la pâte cimentaire et les grains, réduisant la porosité et favorisant ainsi un meilleur transfert des contraintes. Il est donc essentiel de trouver un équilibre pour garantir une répartition homogène des matériaux et optimiser la résistance du béton. Quant à l’étude du bulletin des laboratoires des ponts et chaussées (1999) intitulée “Influence du granulat sur la résistance à la compression des bétons”, elle révèle qu’entre 60 % et 75 % de volume total d’agréats, une variation de la proportion de granulats fins peut entraîner un écart de l’ordre de 2 à 3 MPa en résistance à la compression. La raison tient à la formation d’une couche de pâte cimentaire plus ou moins épaisse selon la quantité de sables incorporée, conditionnant ainsi la compacité et la performance mécanique du béton. Enfin, L’âge du béton (Age) se définit comme la durée écoulée depuis le coulage et le compactage jusqu’à la réalisation des essais mécaniques, habituellement exprimée en nombre de jours (1, 2, 7, 28, etc.). Il revêt une grande importance, car plus le béton mûrit, plus la réaction d’hydratation du ciment se poursuit, consolidant la microstructure et augmentant de manière significative la résistance en compression. Plusieurs études, dont celles de Neville (2011), Mindess et Young (2019), montrent que la résistance du béton augmente avec le temps en raison du processus d’hydratation du ciment. La majeure partie du gain de résistance se produit au cours des 28 premiers jours, période pendant laquelle le ciment continue de réagir avec l’eau pour former une structure solide. Cependant, le taux de durcissement ralentit après cette période, bien que certaines formulations, notamment celles contenant du laitier ou des cendres volantes, puissent encore voir leur résistance s’améliorer au-delà de 90 jours. Selon les observations présentées dans un mémoire de recherche intitulé “Impact du superplastifiant sur les propriétés physico-mécaniques du ciment” à l’université de Blida 1(2022-2023), la résistance à la compression connaît une croissance rapide entre 1 et 7 jours, passant de 20 % de la résistance ultime à près de 70 % autour de la première semaine. Typiquement, un saut d’environ 10 MPa (environ 50 %) est constaté entre 2 et 7 jours. Après ce cap, le rythme de durcissement ralentit, mais on atteint souvent plus de 90 % de la résistance finale à 28 jours.

3 Analyse univariée.

3.1 Première variable.

La variable qui répertorie les résistances à la compression des bétons étudiés, que nous avons choisi d'expliquer grâce aux autres, est bien distribuée, sans valeurs aberrantes, avec des résistances variant entre 2 MPa (mégapascals) et 80 MPa, pour une moyenne et une médiane autour de 35 MPa. Cette bonne distribution nous sera utile pour la suite de l'étude.

3.2 Suite

Variable resistance du beton("y_concrete_compressive") :

Variable ("fine_aggr") :

Variable eau ("Water"):

les variable sont principalements concentrés autour de la médiane ce qui pourrait indiquer par exemple pour la variable de resistance du beton que la plupart des échantillons de béton ont une résistance similaire

Variable cendre volante("fly_ash"):

Variable Quantité de laitier("blast_furnace"):

Variable cendre volante("fly_ash"):

Variable superplastique("super_plast"):

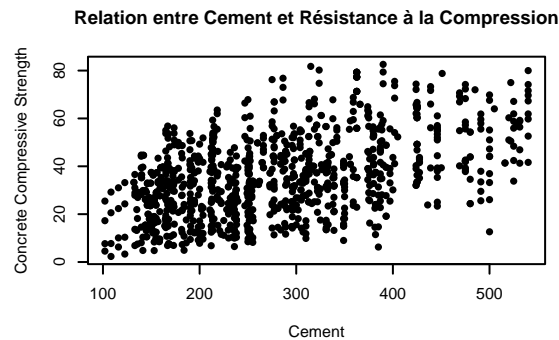
Ces variables sont fortements concentrés surdes données faibles et minimales

4 Analyse bivariée.

La matrice de corrélation en annexe va nous aider à voir les différents liens de corrélation potentiels entre nos variables. Dans cette partie, nous allons étudier et essayer de trouver les couples de variables significativement dépendants. Il est important de trouver tous les couples liés afin d'expliquer de manière optimale comment les variables de notre base peuvent influencer sur la résistance à la compression du béton.

4.1 Quantité de ciment et résistance du béton.

Nous allons ici examiner si la quantité de ciment utilisée pour créer le béton est significativement reliée à la résistance à la compression du béton. En effet, nous pouvons d'abord observer la distribution de ces deux variables à l'aide du graphique ci-dessous :



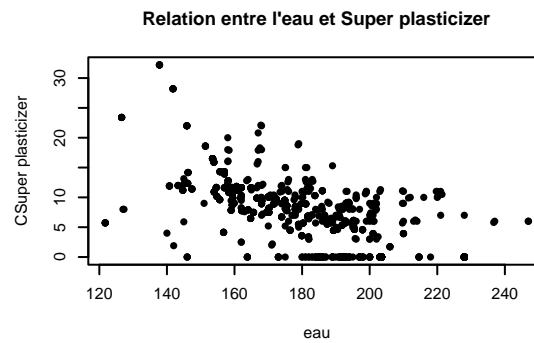
Cette visualisation des données nous donne une première impression du lien potentiel entre ces deux variables. En étudiant plus précisément ces deux variables avec un test de corrélation de Pearson, on se rend compte qu'il y a un lien significatif : ces deux variables sont positivement liées.

On peut alors dire que plus la quantité de ciment utilisée pour la fabrication du béton est grande, plus la résistance à la compression de ce béton sera importante. Le test final a donné un coefficient de corrélation ρ de Pearson égal à **0,5** (annexe), ce qui indique un lien relativement fort et non négligeable. Ainsi, une fabrication de béton comprenant une grande quantité de ciment favoriserait grandement sa résistance à la compression.

4.2 Additif chimique et eau.

Dans le processus de fabrication du béton, il est parfois nécessaire d'ajouter un additif chimique pour améliorer sa fluidité et sa maniabilité. La réflexion porte ici sur la corrélation entre l'ajout de cet additif chimique et la quantité d'eau utilisée pour la fabrication : y aurait-il un quelconque lien entre ces deux variables ?

Pour ce faire, il semble juste d'examiner les différents ajouts d'additif en fonction de la quantité d'eau utilisée pour chaque béton. Le graphique ci-dessous illustre cette relation, et nous pouvons aisément supposer qu'il existe une corrélation entre ces deux variables. En effet, dans l'ensemble, on remarque une diminution de l'ajout d'additif lorsque la quantité d'eau augmente.



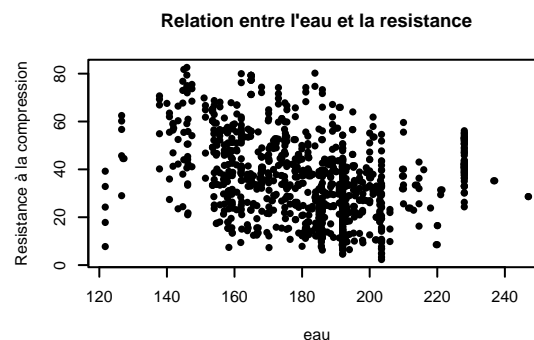
Pour avoir une certitude, nous effectuons alors un test de corrélation de Kendall, qui nous indique, premièrement, qu'il existe un lien significatif entre ces deux variables et, deuxièmement, que le coefficient de corrélation τ étant de **-0.53** (annexe), la négativité de la liaison est prouvée.

En clair, plus la quantité d'eau utilisée pour la fabrication du béton est importante, moins d'additif chimique a été ajouté lors de cette fabrication. Ce lien fort nous aidera dans la suite de notre étude.

4.3 L'âge, une variable importante.

Il serait tout à fait naturel de penser que l'âge ait une quelconque importance sur la résistance à la compression du béton. En effet, l'imaginaire collectif nous amène d'abord à penser que ce béton, en conséquence de l'âge, deviendrait de plus en plus fragile et, de ce fait, moins résistant à la compression. Notre hypothèse serait alors de dire que l'âge est négativement lié à la résistance à la compression du béton, *i.e.*, plus l'âge augmente, moins le béton est résistant.

Dans un premier temps, l'observation de la distribution du temps par rapport à la compression nous aiderait à confirmer ou infirmer l'hypothèse de cette partie. Voyons le graphique ci-dessous.



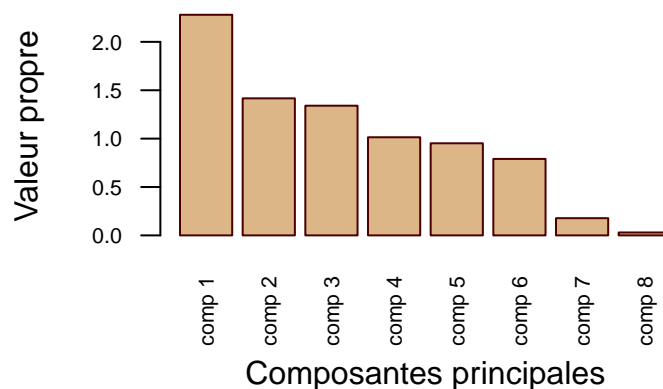
Cette première visualisation ne nous permet pas de dire s'il y aurait en réalité un quelconque lien entre ces deux variables. En conséquence, il est nécessaire de réaliser un test de corrélation.

Ici, le test réalisé nous permet de voir que notre hypothèse est infirmée, car il y a en effet un lien significatif entre ces deux variables, et la corrélation indique que ce lien est positif. Cette corrélation est positive mais modérée, avec un coefficient de Kendall τ de **0,449** (annexe). Les valeurs croissent significativement ensemble, mais il y aura tout de même quelques exceptions.

5 Analyse Multivariée

Dans cette partie, nous allons étudier l'ensemble des variables en utilisant une analyse en composantes principales (ACP). La variable à expliquer (`y_concrete_compressive`) est placée en supplément, tandis que les huit autres variables (les variables explicatives) sont considérées comme actives dans l'ACP.

5.1 Analyse en Composantes Principales



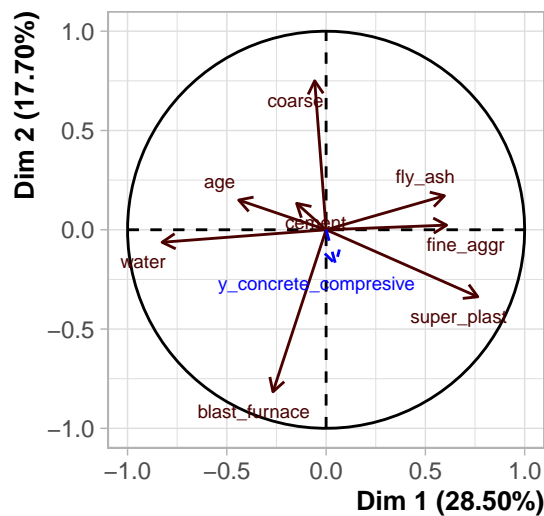
Le graphique illustre l'histogramme des valeurs propres issu de l'ACP, permettant d'identifier combien d'axes principaux il est pertinent de retenir.

- Le premier axe affiche une valeur propre autour de **2.0**, indiquant qu'il concentre une part importante de la variance totale.
- Le deuxième axe, avec une valeur propre avoisinant **1.5**, conserve également une proportion significative d'information.
- Les troisième et quatrième axes présentent des valeurs légèrement inférieures ajoutant encore un complément notable de variance.

- À partir du cinquième axe, les valeurs propres décroissent nettement, indiquant une contribution plus marginale à la variabilité des données.

En appliquant la **règle du coude**, il est judicieux de retenir les **trois premiers axes** pour une analyse plus approfondie.

5.2 Analyse sur les 2 Premiers Axes



Le cercle de corrélation met en lumière les relations entre les variables étudiées, projetées sur les deux premiers axes principaux de l'ACP. Ces axes capturent ensemble **46,2 %** de la variance totale des données (**28,50 % pour Dim 1** et **17,7 % pour Dim 2**).

5.2.1 Interprétation du Premier Axe (Dim 1 : 28,50 %)

Le premier axe oppose la teneur en eau (**water**) et l'âge du béton (**age**) aux formulations utilisant des superplastifiants (**super_plast**), des cendres volantes (**fly_ash**) et une plus grande proportion de granulats fins (**fine_aggr**).

- **water** (29,93 % de contribution, $\cos^2 = 0.68$) est la variable la plus représentée sur Dim 1.

- **super_plast** (25,59 % de contribution, $\cos^2 = 0.58$) est projeté dans la direction opposée à **water**. Cela traduit son rôle dans l'amélioration de la fluidité du béton et la réduction du besoin en eau, permettant une meilleure résistance.
- **fly_ash** (15,57 % de contribution, $\cos^2 = 0.35$) est bien projeté sur cet axe, montrant que l'incorporation de cendres volantes influence la résistance du béton.
- **fine_aggr** (16,15 % de contribution, $\cos^2 = 0.37$) est bien représenté sur Dim 1, indiquant que la proportion de granulats fins influence la maniabilité et la compacité du béton.
- **age** (8,50 % de contribution, $\cos^2 = 0.19$) est aussi bien représenté sur Dim 1.
- **y_concrete_compressive** est projetée dans la même direction que **super_plast**, suggérant une corrélation avec une meilleure résistance finale, tandis qu'une forte teneur en eau (**water**) est corrélée négativement à la résistance.

5.2.2 Interprétation du Deuxième Axe (Dim 2 : 17,7 %)

Le deuxième axe met en opposition la **quantité de laitier de haut fourneau (blast_furnace)** et la **quantité de granulats grossiers (coarse)**.

- **blast_furnace** (47,01 % de contribution, $\cos^2 = 0.66$) est la variable la plus représentée sur Dim 2. Son influence montre que l'ajout de laitier de haut fourneau différencie certaines formulations de béton, influençant leur durabilité.
- **coarse** (39,73 % de contribution, $\cos^2 = 0.56$) est également bien projeté sur Dim 2.

5.3 Implications pour la Modélisation de la Résistance du Béton

- L'axe 1 montre une forte opposition entre **water** et **super_plast**, indiquant qu'un **terme d'interaction** entre ces deux variables pourrait être testé dans notre modèle linéaire.
- **fine_aggr** étant bien projeté sur Dim 1, son interaction avec **super_plast** pourrait être pertinente pour examiner leur effet combiné sur la compacité et la résistance.

- **age** étant bien projeté sur Dim 1, son interaction avec **water** pourrait également être pertinente.
- L'axe 2 suggère que l'interaction entre **blast_furnace** et **coarse** pourrait être testée pour examiner leur influence combinée sur la résistance mécanique.

5.4 Interprétation du Troisième Axe

5.4.1 Dim(1-3) : 45 % de la Variance Totale (Voir annexe : Partie E)

- **cement** est très bien représenté ($\cos^2 = 0.88$) et contribue en grande partie à la construction de cet axe (66 %).
- **fly_ash** contribue à hauteur de 17 % à la construction de cet axe et est bien représenté avec $\cos^2 = 0.22$.
- **y_concrete_compressive** suit la même direction que **cement**, suggérant une influence positive sur la résistance à la compression.

5.4.2 Dim(2-3) : 35 % de la Variance Totale (Voir annexe : Partie D)

- Contrairement à la précédente interprétation, on remarque que **la combinaison de cement et fly_ash augmente la résistance du béton**.
- Ce contraste sera analysé plus précisément après la construction du modèle.

5.5 Conclusion

Cette ACP met en évidence trois dimensions principales dans la composition du béton :

1. **Axe 1 (Dim 1)** : Opposition entre l'eau et les superplastifiants, cendres volantes et granulats fins.
2. **Axe 2 (Dim 2)** : Opposition entre le laitier de haut fourneau et les granulats grossiers.
3. **Axe 3 (Dim 3)** : Influence du lien **cement-fly_ash** sur la résistance à la compression du béton.

6 Regression .

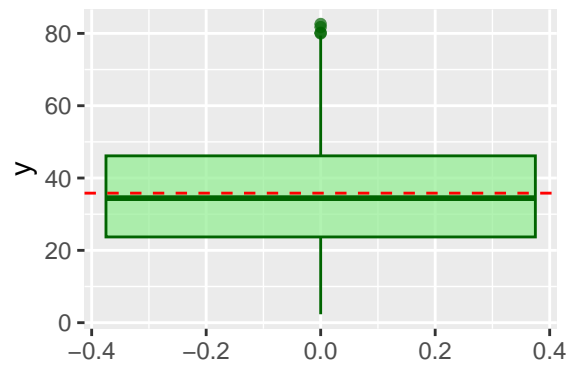
(lm(formula = , data =).. + REGARDER Intercept + faire graphique + regarder coeffs + retirer des variable a cause de l'analyse bivairée

7 Conclusion

8 Annexe

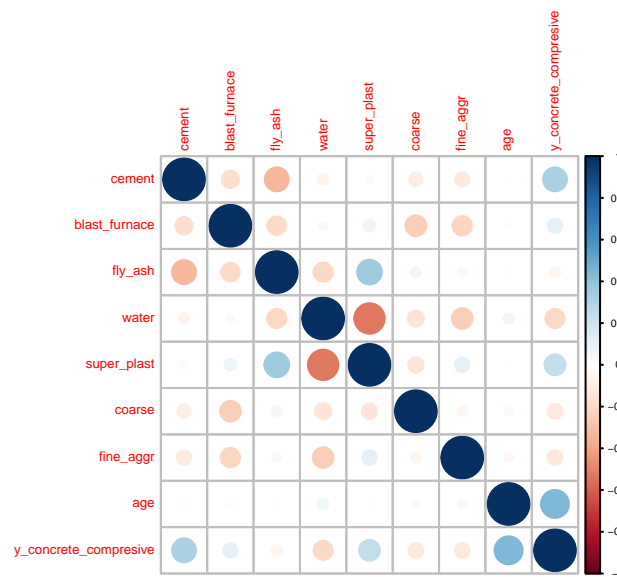
8.1 Analyse univariée

Boite à moustache pour la variable Concrete compressive strength.



8.2 Analyse bivariee

Matrice de corrélation



test correlation entre variable à expliquer et cement

```
cor.test(bdd$cement, bdd$y_concrete_compressive, method = "pearson")
```

```
##
## Pearson's product-moment correlation
##
## data: bdd$cement and bdd$y_concrete_compressive
## t = 18.405, df = 1028, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## 0.4504473 0.5424213
## sample estimates:
## cor
## 0.4978327
```

```
#test de pearson car ont une distribution pseudo-normale
```

test de correlation entre variable water et SuperPlasticizer

```
cor.test(bdd$water, bdd$super_plast, method = "kendall")
```

```
##
## Kendall's rank correlation tau
##
## data: bdd$water and bdd$super_plast
## z = -23.914, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true tau is not equal to 0
## sample estimates:
##      tau
## -0.528651
```

```
#test de Kendall car n'ont pas de distribution pseudo- normale
```

test de corrélation entre variable water et y

```
cor.test(bdd$age, bdd$y_concrete_compressive, method = "kendall")
```

```
##
## Kendall's rank correlation tau
##
## data: bdd$age and bdd$y_concrete_compressive
## z = 19.826, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true tau is not equal to 0
## sample estimates:
##      tau
## 0.4490164
```

```
#test de Kendall car n'ont pas de distribution pseudo- normale
```

8.3 Analyse multivariée

8.3.1 Contribution des variables

```
# Tableau des contributions des variables
par(cex = 0.65)
contrib_var <- as.data.frame(res_pca$var$contrib)
print(contrib_var)
```

| ## | | Dim.1 | Dim.2 | Dim.3 | Dim.4 | Dim.5 |
|----|---------------|------------|-------------|-------------|------------|-------------|
| ## | cement | 0.9657572 | 1.25015253 | 66.34026520 | 0.2956763 | 2.18688819 |
| ## | blast_furnace | 3.1418685 | 47.00808507 | 3.00678838 | 13.1551244 | 0.04499216 |
| ## | fly_ash | 15.5742135 | 2.06783294 | 16.62804875 | 5.1320692 | 30.24382886 |
| ## | water | 29.9268374 | 0.28006635 | 4.54049303 | 8.7626234 | 0.49652926 |
| ## | super_plast | 25.5951980 | 8.04312583 | 5.48455554 | 0.1399878 | 12.56071516 |
| ## | coarse | 0.1448236 | 39.73293560 | 2.97783054 | 29.7839567 | 0.10956174 |
| ## | fine_aggr | 16.1528229 | 0.03829362 | 0.00234814 | 14.8642835 | 49.15490568 |
| ## | age | 8.4984788 | 1.57950806 | 1.01967042 | 27.8662787 | 5.20257895 |

8.3.2 Tableau des \cos^2 des variables sur

```
# Tableau des cos2 des variables
par(cex = 0.65)
cos2_var <- as.data.frame(res_pca$var$cos2)
print(cos2_var)
```

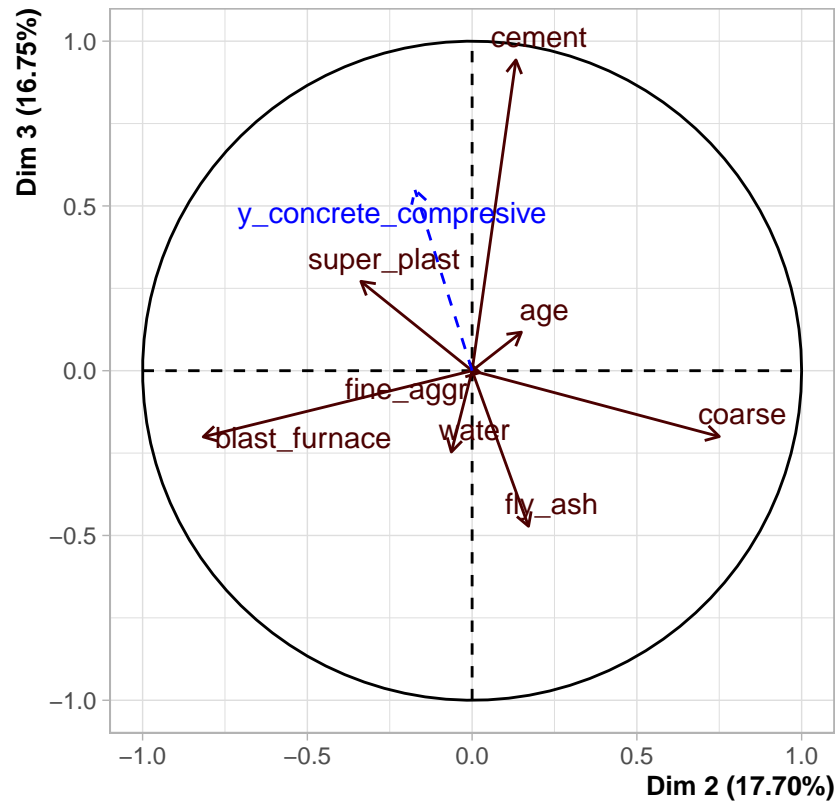
| ## | | Dim.1 | Dim.2 | Dim.3 | Dim.4 | Dim.5 |
|----|---------------|-------------|--------------|--------------|-------------|--------------|
| ## | cement | 0.022018186 | 0.0177048019 | 8.891208e-01 | 0.002998614 | 0.0208104673 |
| ## | blast_furnace | 0.071631096 | 0.6657338306 | 4.029827e-02 | 0.133413270 | 0.0004281462 |
| ## | fly_ash | 0.355074686 | 0.0292848845 | 2.228563e-01 | 0.052047104 | 0.2878008183 |
| ## | water | 0.682298492 | 0.0039663315 | 6.085364e-02 | 0.088866529 | 0.0047249813 |
| ## | super_plast | 0.583541947 | 0.1139076599 | 7.350637e-02 | 0.001419693 | 0.1195279909 |
| ## | coarse | 0.003301816 | 0.5627023389 | 3.991017e-02 | 0.302055301 | 0.0010425915 |
| ## | fine_aggr | 0.368266334 | 0.0005423186 | 3.147079e-05 | 0.150746782 | 0.4677589648 |
| ## | age | 0.193755832 | 0.0223691722 | 1.366606e-02 | 0.282607085 | 0.0495078346 |

8.3.3 partie D

```
plot.PCA(
  res_pca,
  axes = c(2, 3),
  choix = "var",
  col.var = "#4B0000",
  col.quant.sup = "#0000FF",
  label = "all",
  title = "",
  # On se concentre sur les axes 2 et 3
  # Afficher les variables dans le plan factoriel
  # Couleur des variables alignée au style
  # Couleur pour la variable quantitative supplém
```



```
addgrid.col = "#DDB688"      # Couleur de la grille
)
```



8.3.4 Partie E

```
# Représentation des variables sur le plan factoriel (axes 1 et 3)
plot.PCA(
  res_pca,
  axes = c(1, 3),                # On se concentre sur les 2 premiers axes
  choix = "var",                 # Afficher les variables dans le plan factoriel
  col.var = "#4B0000",           # Couleur des variables alignée au style
  col.quanti.sup = "#0000FF",    # Couleur pour la variable quantitative supplémentaire
  label = "all",
  title = "",
  addgrid.col = "#DDB688"       # Couleur de la grille
)
```

