

P1

Ismael Crespo

16 de febrero de 2022

1. Introducción

El movimiento Browniano fue reportado por primera vez en 1785, por el físico Jan Ingenhauz, al observar el comportamiento de carbón pulverizado en la superficie del alcohol. Este fenómeno fue nombrado como tal por Robert Brown que en 1828 reportó el movimiento de partículas finas, incluyendo el polen, polvo y hollín en la superficie del agua. Einstein lo explica más tarde en 1905 como movimientos térmicos aleatorios de moléculas de fluido que chocan contra las partículas microscópicas, lo que hace que experimenten un paseo aleatorio. La idea de un movimiento Browniano es la de una caminata de pasos aleatorios en dirección y magnitud. Figura 1 con una distribución Gausiana para la posición de después de un tiempo t comprender el comportamiento de las partículas bajo estos movimientos es importante para conocer la difusión entre las fases sólidas y líquidas, así como para la dinámica de las micelas[1].

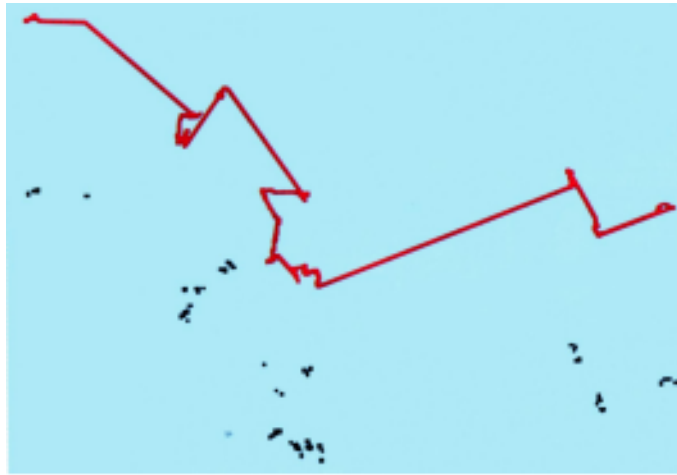


Figura 1: Caminata Browniana en 2 dimensiones obtenida de [1]

2. Objetivo

Por medio de la simulación repetida un número de veces n_r de distintas caminatas aleatorias se pretende analizar y comprender la relación entre el número de pasos n_p y el número de dimensiones con la distancia d final con respecto al origen .

Cuadro 1: Tiempo y espacio requerido para diferentes experimentos

n_p	Dimensiones	Repeticiones	Tiempo [Seg]
100	1	10	0.34
100,1000	2	20	0.83
100,1000,1000	5	30	14.56

3. Equipo y Método

3.1. Computadora y software

El equipo utilizado para la medición de rendimientos es una computadora portatil *Acer E5-573* con un Procesador *Intel Core i5 2.20 GHz*, una memoria RAM instalada de 8.0 GB y un sistema operativo de 64 bits y la herramienta *R 4.1.2* se realizo la simulación de un movimiento Browniano. El código computacional genera caminatas aleatorias de 100, 1000 y 10000 pasos en 1, 2, 3, 4, 5 dimensiones, cada uno las repite 30 veces y las gráfica por separado en un diagrama caja-bigote.

3.2. Programación en R

El Código 1 utiliza la función `runif` para decidir, primero en que dimensión de las que se esta simulando se realizará el recorrido y posteriormente si será un retrocesos o avance en esta dimensión, el código guarda la distancia euclideana $d = \sqrt{(\sum(p1^2, p2^2, p3^2, \dots))}$ máxima recorrida para cada uno de los experimentos y posteriormente los gráfica. El tiempo de computo para el total del experimento es de 14,63. En el cuadro 1 se presentan algunos tiempos de computo variando el número de pasos, las dimensiones y las repeticiones.

4. Resultados

Los resultado de las caminatas se presentan en la 2, se observa un comportamiento constante para la media de cada experimento, esto es debido a que los pasos son de la misma magnitud para cada experimento. Para el experimento donde $n_p = 10000$ en 1 dimensión se observa una gran diferencia entre la mayor distancia y la menor distancia .

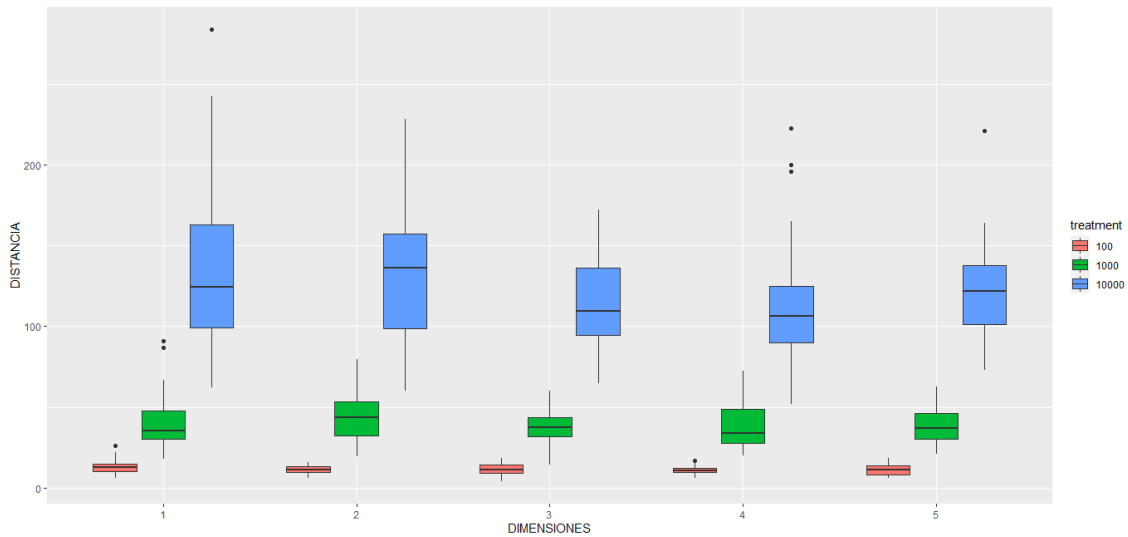


Figura 2: Resultados de cada una de las repeticiones de 15 caminatas, divididas en cada una de las 5 dimensiones y para cada $n_p=100,1000,10000$

```

start_time <- Sys.time()
p1=c(0,0)
cor=30
dur <- c(100,1000,10000)
num_ejes<-5
eje<-0
#DISTANCIA=rep(0,cor*num_ejes*length(dur))
DISTANCIA=numeric()
mayor<-array(rep(0,cor*num_ejes*length(dur)),dim=c(cor,num_ejes,length(dur)))
pos<- array(rep(0, cor*num_ejes*num_ejes), dim=c(cor,num_ejes, num_ejes))

for(p in dur){
  for (pasos in 1:p) {
    for (caminata in 1:cor){
      for (e in 1:num_ejes){
        eje<-round(runif(1,1,e))

        if (runif(1) < 0.5){
          pos[caminata,eje,e] <- pos[caminata,eje,e] + 1
        }
        else{
          pos[caminata,eje,e]<- pos[caminata,eje,e] - 1
        }
        euclideana = sqrt(sum((pos[caminata,,e]**2))) #

        if (p==100){
          j=1
        }
        if (p==1000){
          j=2
        }
        if (p==10000){
          j=3
        }
        mayor[caminata,e,j] = max(mayor[caminata,e,j],euclideana)
      }
    }
  }
  for (i in 1:num_ejes){
    for (j in 1:length(dur)){
      D=c(mayor[,i,j])
      DISTANCIA=c(DISTANCIA,D)
    }
  }
  end_time <- Sys.time()
  run_time=end_time - start_time
  DIMENSIONES=as.factor(c(rep(1:num_ejes, each=cor*length(dur))))
  treatment=rep(c("100","1000","10000"),each=cor)
  data=data.frame(DIMENSIONES, treatment,DISTANCIA)
  library(ggplot2)
  #png("boxplot_brownian.png") # mandar la figura a un archivo
  # grouped boxplot
  ggplot(data, aes(x=DIMENSIONES, y=DISTANCIA, fill=treatment)) +
  geom_boxplot()
  print(run_time)

```

Listing 1: Código en R

5. Conclusiones

Los movimientos Brownianos son definidos como caminatas aleatorias, es posible simularlas, bajo varias limitantes, para analizar y encontrar relaciones estadísticas. A pesar del cambio en el número de dimensiones, la distancia recorrida esta mas bien gobernada por el número de pasos realizados.

Referencias

- [1] G.Zumofen K.Joseph, M.Shlesinger. Beyond brownian motion. *Physics Today*, 49(2):33–40, 1996. doi: 10.1063/1.881487.