

# P1

Ismael Crespo

16 de febrero de 2022

## 1. Introducción

El movimiento Browniano fue reportado por primera vez en 1785, por el físico Jan Ingenhauz, al observar el comportamiento de carbón pulverizado en la superficie del alcohol. Este fenómeno fue nombrado como tal por Robert Brown que en 1828 reportó el movimiento de partículas finas, incluyendo el polen, polvo y hollín en la superficie del agua. Einstein lo explica más tarde en 1905 como movimientos térmicos aleatorios de moléculas de fluido que chocan contra las partículas microscópicas, lo que hace que experimenten un paseo aleatorio. La idea de un movimiento Browniano es la de una caminata de pasos aleatorios en dirección y magnitud. Figura 1 con una distribución Gausiana para la posición después de un tiempo  $t$ , comprender el comportamiento de las partículas bajo estos movimientos es importante para conocer la difusión entre las fases sólidas y líquidas, así como para la dinámica de las micelas[1].

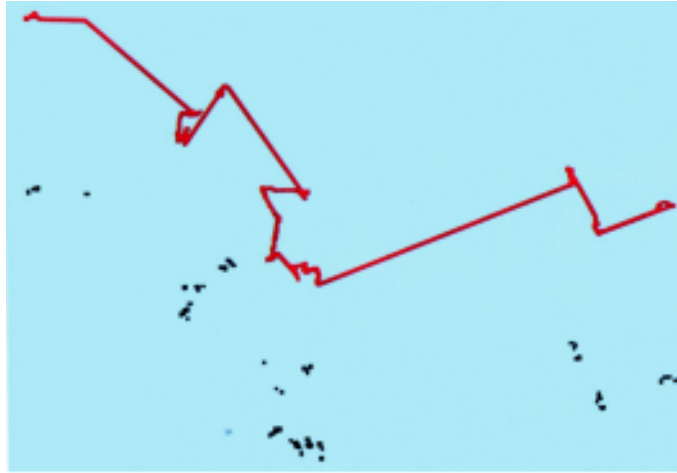


Figura 1: Caminata Brwoniana en 2 dimensiones obtenida de [1]

## 2. Objetivo

Por medio de la simulación repetida un número de veces  $n_r$  de distintas caminatas aleatorias se pretende analizar y comprender la relación entre el número de pasos  $n_p$  y el número de dimensiones con la distancia  $d$  final con respecto al origen .

Cuadro 1: Tiempo y espacio requerido para diferentes experimentos

$n_p$	Dimensiones	$n_r$	Tiempo [Seg]
100	1	10	0.34
100,1000	2	20	0.83
100,1000,1000	5	30	14.56

### 3. Equipo y Método

#### 3.1. Computadora y software

El equipo utilizado para la medición de rendimientos es una computadora portátil *Acer E5-573* con un Procesador *Intel Core i5 2.20 GHz*, una memoria RAM instalada de 8.0 GB y un sistema operativo de 64 bits y la herramienta *R 4.1.2* se realizó la simulación de un movimiento Browniano. El código computacional genera caminatas aleatorias de 100, 1000 y 10000 pasos en 1, 2, 3, 4, 5 dimensiones, cada uno las repite 30 veces y las gráficas por separado en un diagrama caja-bigote.

#### 3.2. Programación en R

El Código 1 utiliza la función `runif` para decidir, primero en qué dimensión de las que se está simulando se realizará el recorrido y posteriormente si será un retroceso o avance en esta dimensión, el código guarda la distancia euclidiana  $d = \sqrt{(\sum(p_1^2, p_2^2, p_3^2, \dots))}$  máxima recorrida para cada uno de los experimentos y posteriormente los gráficos. El tiempo de cómputo para el total del experimento es de 14,63. En el cuadro 1 se presentan algunos tiempos de cómputo variando el número de pasos, las dimensiones y las repeticiones.

### 4. Resultados

Los resultados de las caminatas se presentan en la Figura 2, se observa un comportamiento constante para la media de cada experimento, esto es debido a que los pasos son de la misma magnitud para cada experimento. Para el experimento donde  $n_p = 10000$  en 1 dimensión se observa una gran diferencia entre la mayor distancia y la menor distancia.

### 5. Conclusiones

Los movimientos Brownianos son definidos como caminatas aleatorias, es posible simularlas, bajo varias limitantes, para analizar y encontrar relaciones estadísticas. A pesar del cambio en el número de dimensiones, la distancia recorrida está más bien gobernada por el número de pasos realizados.

### Referencias

- [1] G.Zumofen K.Joseph, M.Shlesinger. Beyond brownian motion. *Physics Today*, 49(2):33–40, 1996. doi: 10.1063/1.881487.

```

start_time <- Sys.time()
p1=c(0,0)
cor=30
dur <- c(100,1000,10000)
num_ejes<-5
eje<-0
#DISTANCIA=rep(0,cor*num_ejes*length(dur))
DISTANCIA=numeric()
mayor<-array(rep(0,cor*num_ejes*length(dur)),dim=c(cor,num_ejes,length(dur)))
pos<- array(rep(0, cor*num_ejes*num_ejes), dim=c(cor,num_ejes, num_ejes))
for(p in dur){
  for (pasos in 1:p) {
    for (caminata in 1:cor){
      for (e in 1:num_ejes){
        eje<-round(runif(1,1,e))
        if (runif(1) < 0.5){
          pos[caminata,eje,e] <- pos[caminata,eje,e] + 1
        }
        else{
          pos[caminata,eje,e]<- pos[caminata,eje,e] - 1
        }
        euclidean = sqrt(sum((pos[caminata,,e]**2))) #
        if (p==100){
          j=1
        }
        if (p==1000){
          j=2
        }
        if (p==10000){
          j=3
        }
        mayor[caminata,e,j] = max(mayor[caminata,e,j],euclidean)
      }}}
    for (i in 1:num_ejes){
      for (j in 1:length(dur)){
        D=c(mayor[,i,j])
        DISTANCIA=c(DISTANCIA,D)
      }}
    end_time <- Sys.time()
    run_time=end_time - start_time
    DIMENSIONES=as.factor(c(rep(1:num_ejes, each=cor*length(dur))))
    treatment=rep(c("100", "1000", "10000"),each=cor)
    data=data.frame(DIMENSIONES, treatment,DISTANCIA)
    library(ggplot2)
    #png("boxplot_brownian.png") # mandar la figura a un archivo
    # grouped boxplot
    ggplot(data, aes(x=DIMENSIONES, y=DISTANCIA, fill=treatment)) +
    geom_boxplot()
    print(run_time)

```

Listing 1: Código en R

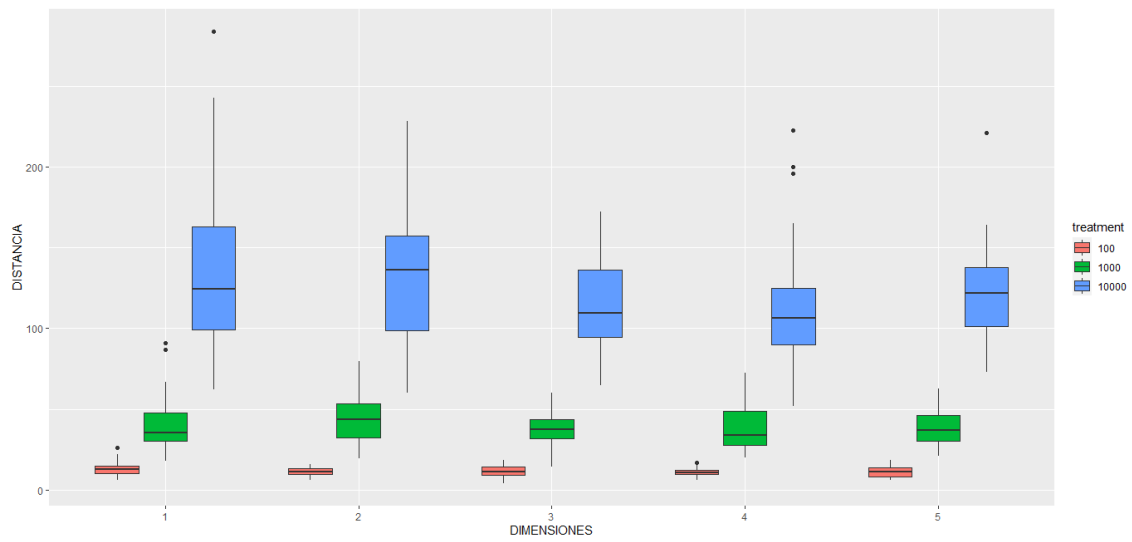


Figura 2: Resultados de cada una de las repeticiones de 15 caminatas, divididas en cada una de las 5 dimensiones y para cada  $n_p=100,1000,10000$