

# P11

Ismael Crespo

11 de mayo de 2022

## 1. Introducción

En optimización multicriterio, a un mismo conjunto de variables ocupa asignarse valores de tal forma que se optimizan dos o más funciones objetivo, que pueden contradecir una a otra — una mejora en una puede corresponder en una empeora en otra. E. Schaeffer [2] describe a la dominancia de Pareto a ,cuando una solución no empeora ninguno de los objetivos y mejora a por lo menos uno. Estas soluciones dominantes se interpretan como un frente que ofrece las mejores opciones entre todas las soluciones. En este trabajo utilizaremos el concepto de soluciones y frente de Pareto para encontrar las mejores soluciones polinómicas.

## 2. Objetivo

1. Analizar las diferencias observada del porcentaje de soluciones de Pareto como función del número de funciones objetivo para  $k = [2, 3, 4, 5]$ .
2. Generar un frente de Pareto a partir del original en función de la distancia entre soluciones.

## 3. Programación en R

La creación de la población de polinomios y la elección de las mejores opciones se realiza utilizando como base las rutinas elaboradas por E. Schaeffer [2], agregando el vector  $k = 1, 2, 3, 4, 5$  que contiene el número de funciones objetivo a simular para cada experimento.

En el código 1 se presenta como se agregó a la rutina el vector  $k$  para utilizarse dentro de las funciones generadas por E. Schaeffer [2], y como las dimensiones de la matriz *val* estará en función de el valor de  $k$  y del número de soluciones  $n$  que se simularon. Cada rutina se replicó 15 ocasiones para un análisis estadístico.

El código 2 presenta la selección de las soluciones en la frontera de Pareto, esta selección pretende eliminar aglomeraciones de soluciones en un mismo lugar, y somete a valoración soluciones cercanas y selecciona las mejores entre estas en función de su diferencia con las mejores soluciones en cada uno de los dos ejes. Para consulta a detalle de los códigos consulte el repositorio de I. Hernández [1].

Código 1: Integración del vector  $k$  para la creación de los polinomios utilizando las funciones elaboradas previamente.

```

1 kvec <- c(2,3,4,5)#cuantas funciones objetivo
2 replicas=15
3 obj <- list()
4 for(k in kvec){
5   for (rep in 1:replicas){
6     for (i in 1:k) {
7       obj[[i]] <- poli(vc, md, tc)
8     }
9     minim <- (runif(k) < 0.5)
10    sign <- (1 + -2 * minim)
11    n <- 200 #cuantas soluciones aleatorias
12    sol <- matrix(runif(vc * n), nrow=n, ncol=vc)
13    val <- matrix(rep(NA, k * n), nrow=n, ncol=k)
14    for (i in 1:n) { #evaluamos las soluciones
15      for (j in 1:k) { #para todos los objetivos
16        val[i, j] <- eval(obj[[j]], sol[i,], tc)
17      }
18    }

```

Código 2: Selección de la frontera de Pareto.

```

1 for(i in 1:(length(frente)/2)){
2   for(j in 1:(length(frente)/2)){
3     if(frente[i,1]>0&&frente[j,1]>0&&abs(frente[i,1]-frente[j,1])<(valmejor1*0.05)
4     &&frente[i,1]<frente[j,1]&&abs(frente[i,1]-frente[j,1])>0){
5       frente[j,]=FALSE
6     if(frente[i,2]>0&&frente[j,2]>0&&abs(frente[i,2]-frente[j,2])<(valmejor2*0.05)
7     &&frente[i,2]>frente[j,2]&&abs(frente[i,2]-frente[j,2])>0){
8       frente[j,]=FALSE
9     }}}

```

## 4. Resultados

### 4.1. Variación del número de funciones objetivo.

La figura 1 presenta los porcentajes de soluciones de Pareto para cada variación de  $k$ , se observa que cuando el valor de  $k = 2$  el porcentaje de las soluciones de Pareto es menor, y que al aumentar el valor de  $k = 5$  es posible que todas las soluciones cuenten con dominancia de Pareto en algunos casos, esto se entiende a que a mayor funciones objetivo es mayor la posibilidad de que una solución en al menos una función objetivo tenga dominancia, en cuando menos una de estas funciones. La tabla 1 presenta datos estadísticos importantes para el número de funciones objetivo, Entre todos los experimentos se obtuvieron valores  $p < 0,05$  utilizando la función `wilcox.test`.

### 4.2. Modificación de la frontera de Pareto.

Utilizando el código 2 se modifico la frontera de Pareto en un ejemplo en dos dimensiones para descartar soluciones que se encontrar en una misma zona, seleccionando, cuando hubiera dos muy cerca, la mejor de estas en relación con la mejor en cada eje. La figura 2 presenta la comparación de una frontera de Pareto sin la aplicación de una selección (figura 2a) y después de aplicarse (figura 2b).

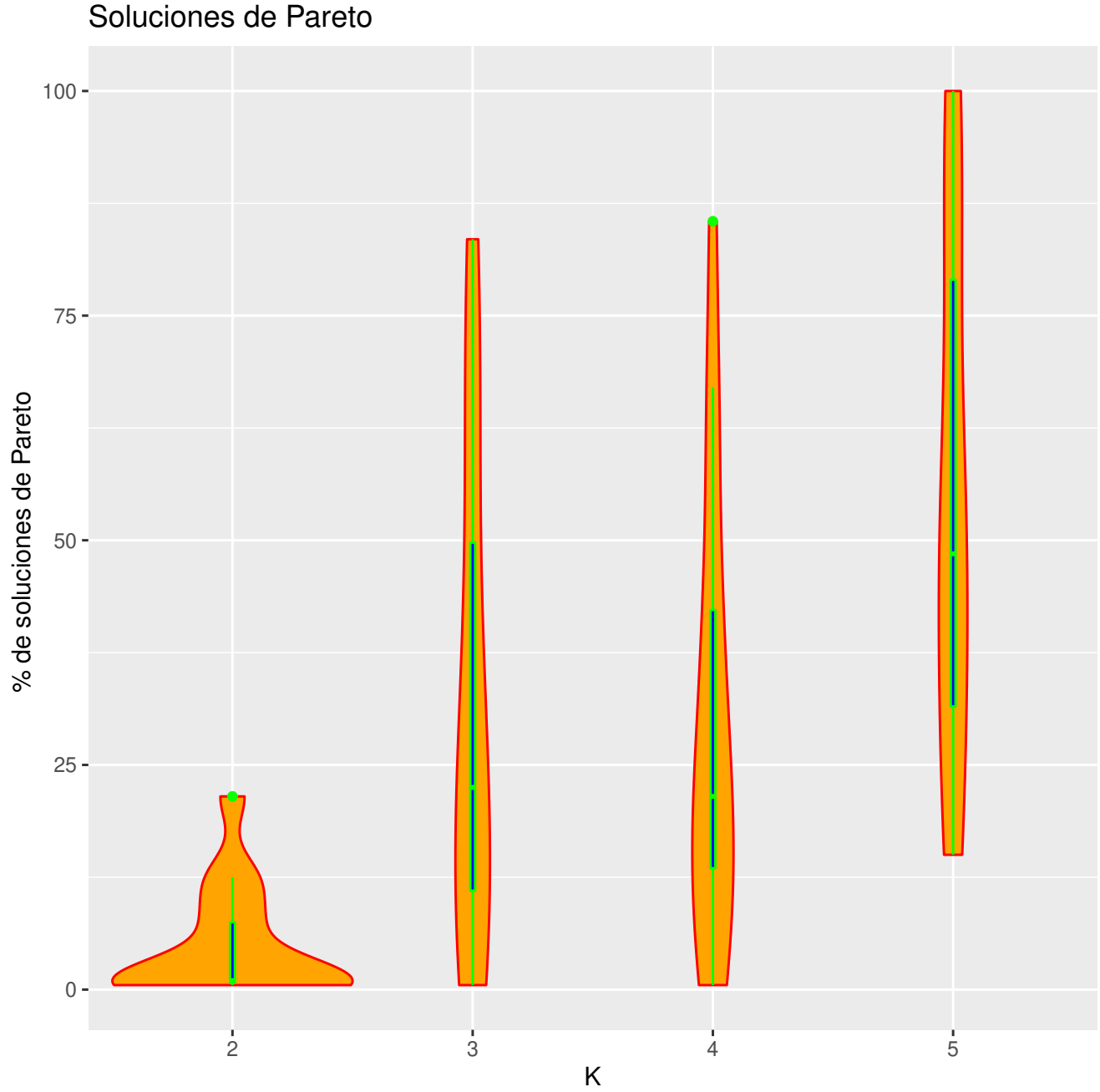
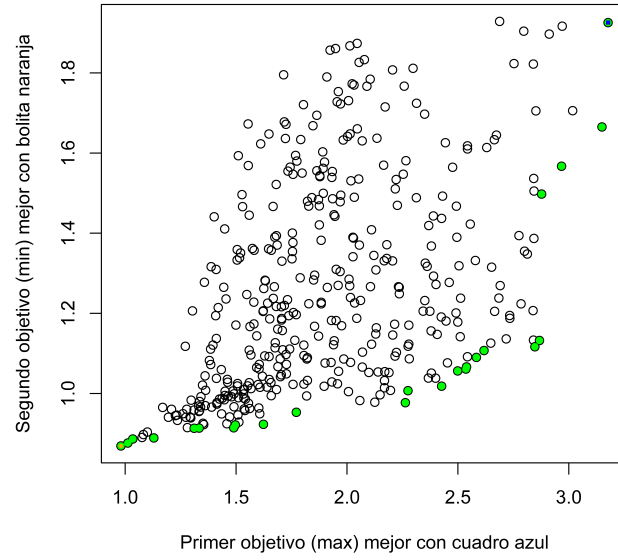


Figura 1: Diagramas caja-bigote y violín del porcentaje de soluciones de Pareto para cada valor de  $k$ .

Cuadro 1: Datos estadísticos del porcentaje de las soluciones de Pareto según las funciones objetivos.

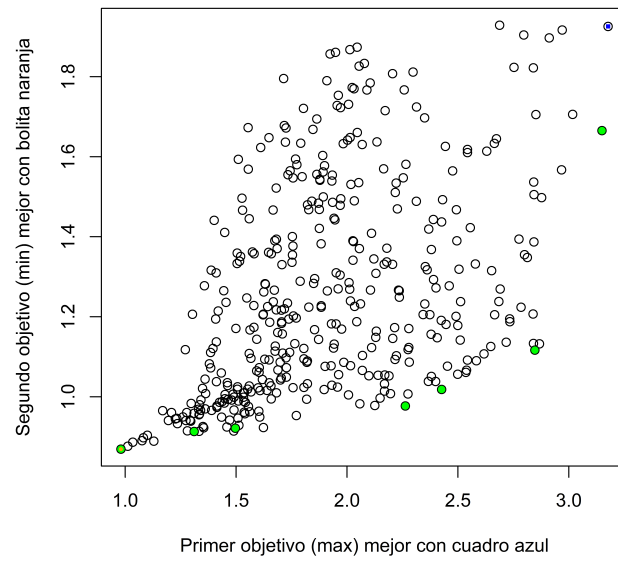
k	N	Mean	St. Dev.	Min	Pctl(25)	Pctl(75)	Max
2	15	6.833	6.795	0	2	10.5	22
3	15	21.800	22.896	1.000	2.000	37.000	67.500
4	15	46.433	31.699	2	24	68.5	100
5	15	57.433	26.758	14.000	38.750	80.000	100.000

### Ejemplo bidimensional



(a) Frontera de Pareto original.

### Ejemplo bidimensional



(b) Frontera de Pareto modificada

Figura 2: Repulsión y atracción de partículas gobernado solamente por la carga de cada una.

## 5. Conclusiones

El concepto de dominancia y fronteras de Pareto, son muy útiles para la selección de mejores opciones entre materiales, equipos de trabajo, metodologías, por nombrar algunos ejemplos prácticos. Cuando las funciones objetivo son menos estas resultan mas útiles en la selección de una opción, sin embargo al aumentar la longitud del polinomio las soluciones dominantes son muchas más ya que la probabilidad de ser dominantes en alguno de los objetivos aumenta.

## Referencias

- [1] I. Crespo. P11: frentes de pareto. 2022. URL <https://github.com/IsmaelHC/Simulacion-NANO-2022/tree/main/P11>.
- [2] E. Schaeffer. Simulación. 2022. URL <https://satuelisa.github.io/simulation>.