

Synthèse automatique de programmes à mémoire finie

Ismaël Jecker
Concours CNRS 06/02



Institute of Science and Technology

Parcours académique

2009-2014 B. Sc. et M. Sc. en Mathématiques, [EPFL](#)

Suisse

Parcours académique

2009-2014 B. Sc. et M. Sc. en Mathématiques, [EPFL](#)

Suisse

2014-2019 Doctorat en Sciences, [ULB](#)

Belgique

Théorie des [transducteurs](#) ([LICS](#), [ICALP](#), [FoSSaCS](#), [MFCS](#), [CSL](#), [DLT](#))

Collaborations : Christof Löding

[Emmanuel Filiot](#), Guillermo Pérez, [Jean-François Raskin](#)

Nicolas Basset, Luc Dartois, Nathan Lhote,
Pierre-Alain Reynier, Marie van den Bogaard }

Laure Daviaud, Arno Pauly

Allemagne

Belgique

France

Royaume-Uni

Parcours académique

2009-2014 B. Sc. et M. Sc. en Mathématiques, [EPFL](#)

Suisse

2014-2019 Doctorat en Sciences, [ULB](#)

Belgique

Théorie des [transducteurs](#) ([LICS](#), [ICALP](#), [FoSSaCS](#), [MFCS](#), [CSL](#), [DLT](#))

Collaborations : Christof Löding
[Emmanuel Filiot](#), Guillermo Pérez, [Jean-François Raskin](#)
Nicolas Basset, Luc Dartois, Nathan Lhote, }
Pierre-Alain Reynier, Marie van den Bogaard }
Laure Daviaud, Arno Pauly

Allemagne

Belgique

France

Royaume-Uni

2019- Postdoctorat, [IST Austria](#)

Autriche

Théorie des [automates](#) ([STACS](#), [MFCS](#)), théorie des [jeux](#) ([SODA](#), [MFCS](#))

Collaborations : Henning Fernau, Markus Holzer
[Krishnendu Chatterjee](#)
Karoliina Lehtinen
Shibashis Guha
Guy Avni, Orna Kupferman
Mateus de Oliveira Oliveira
Rasmus Ibsen-Jensen, Martin Zimmermann

Allemagne

Autriche

France

Inde

Israël

Norvège

Royaume-Uni

Parcours académique

2009-2014 B. Sc. et M. Sc. en Mathématiques, EPFL

Suisse

2014-2019 Doctorat en Sciences, ULB

Belgique

Théorie des **transducteurs** (LICS, ICALP, FoSSaCS, MFCS, CSL, DLT)

Collaborations : Christof Löding

Emmanuel Filiot, Guillermo Pérez, Jean-François Raskin

Nicolas Basset, Luc Dartois, Nathan Lhote,
Pierre-Alain Reynier, Marie van den Bogaard }

Laure Daviaud, Arno Pauly

Allemagne

Belgique

France

Royaume-Uni

2019- Postdoctorat, IST Austria

Autriche

Théorie des **automates** (STACS, MFCS), théorie des **jeux** (SODA, MFCS)

Collaborations : Henning Fernau, Markus Holzer

Krishnendu Chatterjee

Karoliina Lehtinen

Shibashis Guha

Guy Avni, Orna Kupferman

Mateus de Oliveira Oliveira

Rasmus Ibsen-Jensen, Martin Zimmermann

Allemagne

Autriche

France

Inde

Israël

Norvège

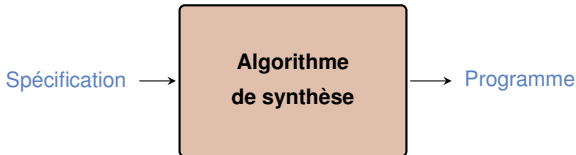
Royaume-Uni

ICALP 2016 Equivalence and Uniformisation Problems for Finite Transducers. Filiot, Jecker, Löding, Winter

Synthèse de programmes

But : Simplifier la programmation par un haut niveau d'abstraction

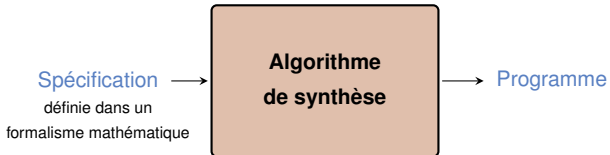
Langage machine → Langage d'assemblage → Langage haut niveau → ...



Synthèse de programmes

But : Simplifier la programmation par un haut niveau d'abstraction

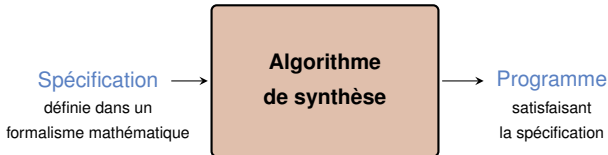
Langage machine → Langage d'assemblage → Langage haut niveau → ...



Synthèse de programmes

But : Simplifier la programmation par un haut niveau d'abstraction

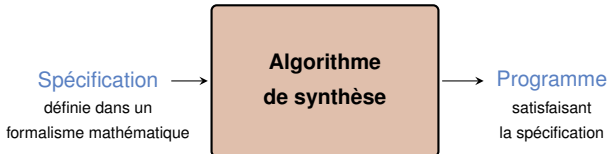
Langage machine → Langage d'assemblage → Langage haut niveau → ...



Synthèse de programmes

But : Simplifier la programmation par un haut niveau d'abstraction

Langage machine → Langage d'assemblage → Langage haut niveau → ...

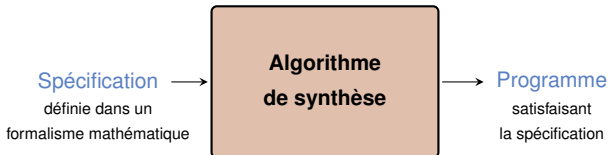


Question : Dans quels cadres de tels algorithmes existent-ils ?

Synthèse de programmes

But : Simplifier la programmation par un haut niveau d'abstraction

Langage machine → Langage d'assemblage → Langage haut niveau → ...



Question : Dans quels cadres de tels algorithmes existent-ils ?

ICALP 2016 Un algorithme de synthèse pour les transducteurs finiment valués
Filiot, Jecker, Löding, Winter

Systèmes réactifs

Réalisabilité [Church, 1957]

ENTRÉE : Une *spécification* S

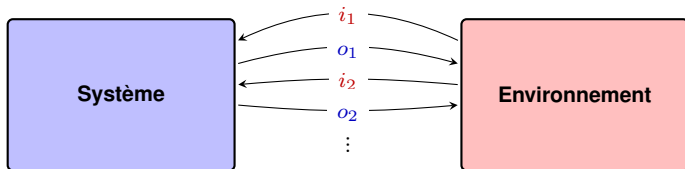
QUESTION : Existe-t-il un *programme* satisfaisant S ?

Systèmes réactifs

Réalisabilité [Church, 1957]

ENTRÉE : Une spécification S

QUESTION : Existe-t-il un programme satisfaisant S ?



Le système doit satisfaire une spécification $S \subseteq (I \times O)^*$

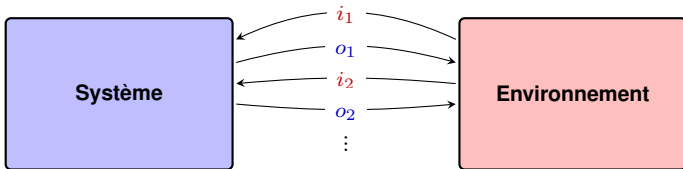
$\boxed{i_1 o_1} \boxed{i_2 o_2} \boxed{i_3 o_3} \boxed{i_4 o_4} \boxed{i_5 o_5} \dots \in S$

Systèmes réactifs

Réalisabilité [Church, 1957]

ENTRÉE : Une spécification $S \subseteq (I \times O)^*$ donnée par un automate fini

QUESTION : Existe-t-il un programme satisfaisant S ?



Le système doit satisfaire une spécification $S \subseteq (I \times O)^*$

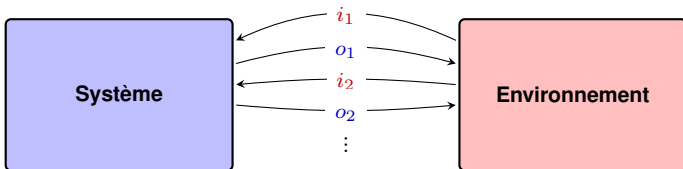
$\boxed{i_1} \boxed{o_1} \boxed{i_2} \boxed{o_2} \boxed{i_3} \boxed{o_3} \boxed{i_4} \boxed{o_4} \boxed{i_5} \boxed{o_5} \dots \in S$

Systèmes réactifs

Réalisabilité [Church, 1957] ————— **Décidable** [Büchi, Landweber, 1969]

ENTRÉE : Une spécification $S \subseteq (I \times O)^*$ donnée par un **automate fini**

QUESTION : Existe-t-il un programme **à mémoire finie** satisfaisant S ?



Le système doit satisfaire une spécification $S \subseteq (I \times O)^*$

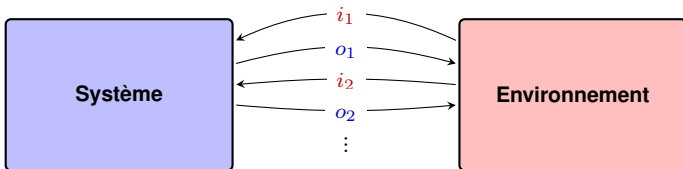
$\boxed{i_1 o_1} \boxed{i_2 o_2} \boxed{i_3 o_3} \boxed{i_4 o_4} \boxed{i_5 o_5} \dots \in S$

Systèmes réactifs

Réalisabilité [Church, 1957] ————— **Décidable** [Büchi, Landweber, 1969]

ENTRÉE : Une spécification $S \subseteq (I \times O)^*$ donnée par un automate fini

QUESTION : Existe-t-il un programme à mémoire finie satisfaisant S ?



Le système doit satisfaire une spécification $S \subseteq (I \times O)^*$

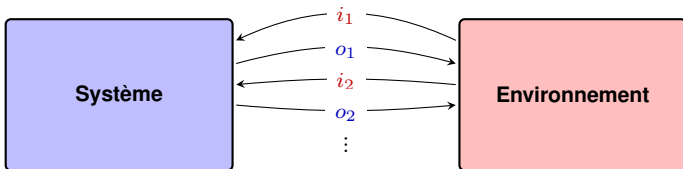
Exemples : Équipement médical, véhicule autonome, ...

Systèmes réactifs

Réalisabilité [Church, 1957] ————— **Décidable** [Büchi, Landweber, 1969]

ENTRÉE : Une spécification $S \subseteq (I \times O)^*$ donnée par un automate fini

QUESTION : Existe-t-il un programme à mémoire finie satisfaisant S ?



Le système doit satisfaire une spécification $S \subseteq (I \times O)^*$

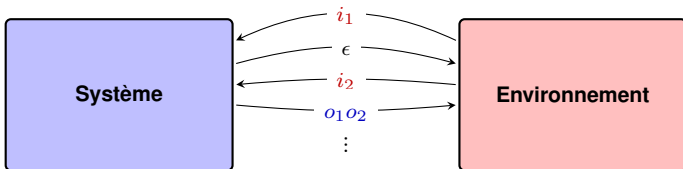
Asynchronicité :

Systèmes réactifs

Réalisabilité [Church, 1957] ————— **Décidable** [Büchi, Landweber, 1969]

ENTRÉE : Une spécification $S \subseteq (I \times O)^*$ donnée par un automate fini

QUESTION : Existe-t-il un programme à mémoire finie satisfaisant S ?



Le système doit satisfaire une spécification $S \subseteq (I \times O)^*$

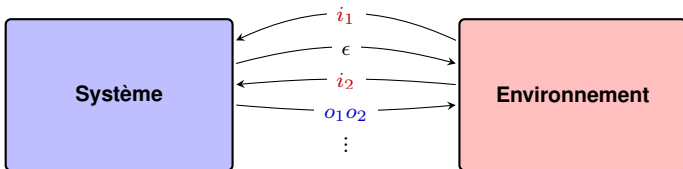
Asynchronicité : • Programmes plus puissants

Systèmes réactifs

Réalisabilité [Church, 1957] ————— **Décidable** [Büchi, Landweber, 1969]

ENTRÉE : Une spécification $S \subseteq (I \times O)^*$ donnée par un automate fini

QUESTION : Existe-t-il un programme à mémoire finie satisfaisant S ?



Le système doit satisfaire une spécification $S \subseteq (I \times O)^* \rightarrow S \subseteq I^* \times O^*$

Asynchronicité :

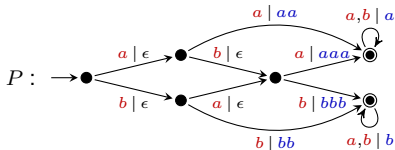
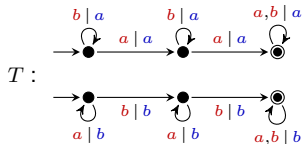
- Programmes plus puissants
- Spécifications plus expressives et plus succinctes

Synthèse de transducteurs

Réalisabilité

ENTRÉE : Une spécification donnée par un **transducteur fini** T

QUESTION : Existe-t-il un **transducteur déterministe** P tel que $F(P) \subseteq R(T)$?

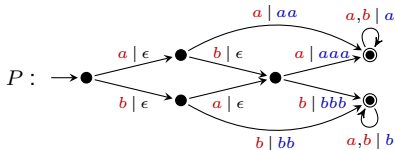
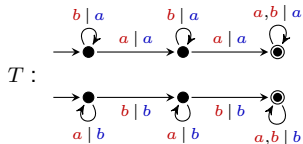


Synthèse de transducteurs

Réalisabilité

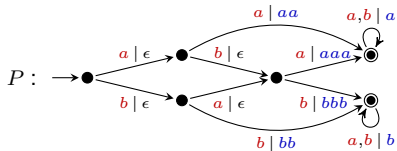
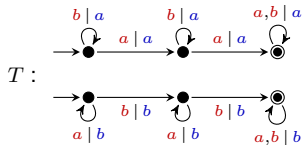
ENTRÉE : Une spécification donnée par un **transducteur fini** T

QUESTION : Existe-t-il un **transducteur déterministe** P tel que $F(P) \subseteq R(T)$?



$$R(T) = \left\{ \begin{array}{l} \{(u, a^{|u|}) \mid u \text{ contient au moins deux 'a'}\} \\ \{(u, b^{|u|}) \mid u \text{ contient au moins deux 'b'}\} \end{array} \right\}$$

Synthèse de transducteurs



$$R(T) = \left\{ \begin{array}{l} \{(u, a^{|u|}) \mid u \text{ contient au moins deux 'a'}\} \\ \{(u, b^{|u|}) \mid u \text{ contient au moins deux 'b'}\} \end{array} \right.$$

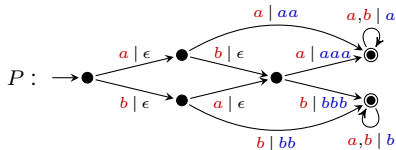
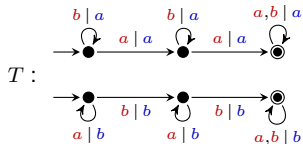
$$aabb \mapsto \begin{cases} aaaa \\ bbbb \end{cases}$$

Synthèse de transducteurs

Réalisabilité ————— **Indécidable** [Carayol, Löding, 2015]

ENTRÉE : Une spécification donnée par un **transducteur fini** T

QUESTION : Existe-t-il un **transducteur déterministe** P tel que $F(P) \subseteq R(T)$?



$$R(T) = \left\{ \begin{array}{l} \{(u, a^{|u|}) \mid u \text{ contient au moins deux 'a'}\} \\ \{(u, b^{|u|}) \mid u \text{ contient au moins deux 'b'}\} \end{array} \right.$$

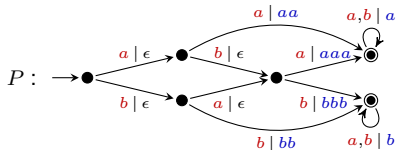
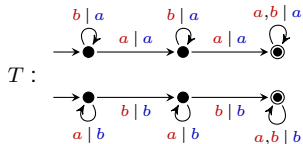
$$aabb \mapsto \left\{ \begin{array}{l} aaaa \\ bbbb \end{array} \right.$$

Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe ——— EXPTime-complet

ENTRÉE : Une spécification donnée par un **transducteur fini** T

QUESTION : Existe-t-il un **transducteur déterministe** P tel que $L(P) \subseteq L(T)$?

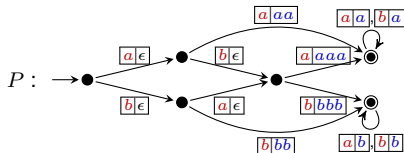
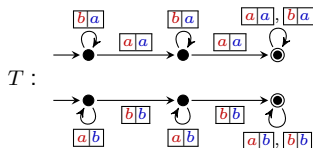


Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe ——— EXP TIME-complet

ENTRÉE : Une spécification donnée par un **transducteur fini** T

QUESTION : Existe-t-il un **transducteur déterministe** P tel que $L(P) \subseteq L(T)$?

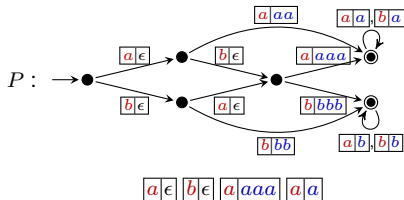
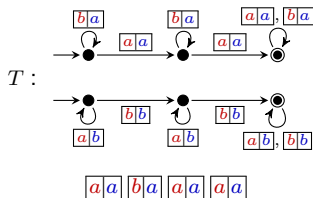


Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe ——— EXPTIME-complet

ENTRÉE : Une spécification donnée par un transducteur fini T

QUESTION : Existe-t-il un transducteur déterministe P tel que $L(P) \subseteq L(T)$?

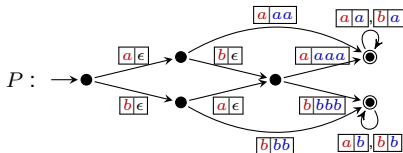
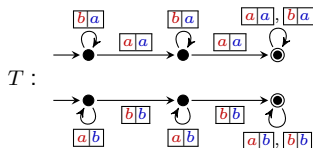


Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe ——— EXPTIME-complet

ENTRÉE : Une spécification donnée par un transducteur fini T

QUESTION : Existe-t-il un transducteur déterministe P tel que $L(P) \subseteq L(T)$?



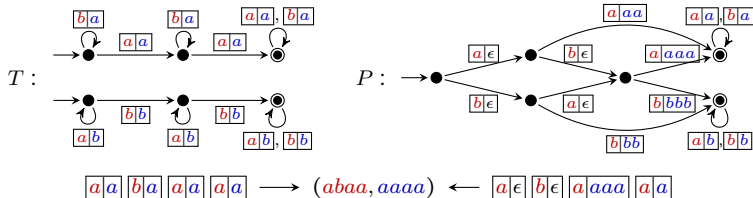
$a a \ b a \ a a \ a a \longrightarrow (aba a, aaaa) \longleftarrow a \epsilon \ b \epsilon \ a a a a \ a a$

Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe ——— EXP_{TIME}-complet

ENTRÉE : Une spécification donnée par un **transducteur fini** T

QUESTION : Existe-t-il un **transducteur déterministe** P tel que $L(P) \subseteq L(T)$?



- Il existe T_1, T_2 tels que
- $R(T_1) = R(T_2)$
 - T_1 est réalisable à origine fixe
 - T_2 n'est pas réalisable à origine fixe

Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe

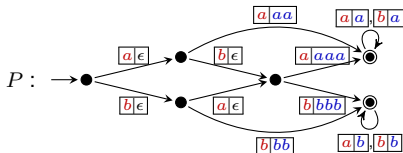
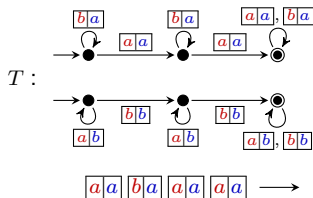
$$L(P) \subseteq L(T)$$

EXPTIME-complet

Réalisabilité

$$F(P) \subseteq R(T)$$

Indécidable



- Il existe T_1, T_2 tels que
- $R(T_1) = R(T_2)$
 - T_1 est réalisable à origine fixe
 - T_2 n'est pas réalisable à origine fixe

Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe

$$L(P) \subseteq L(T)$$

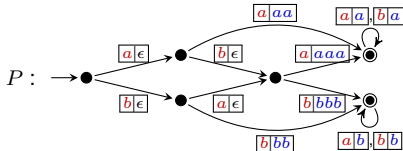
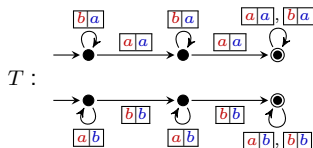
EXPTIME-complet

?

Réalisabilité

$$F(P) \subseteq R(T)$$

Indécidable



$$a a \quad b a \quad a a \quad a a \longrightarrow (a b a a, a a a a) \longleftarrow a \epsilon \quad b \epsilon \quad a a a a \quad a a$$

- Il existe T_1, T_2 tels que
- $R(T_1) = R(T_2)$
 - T_1 est réalisable à origine fixe
 - T_2 n'est pas réalisable à origine fixe

Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe

$$L(P) \subseteq L(T)$$

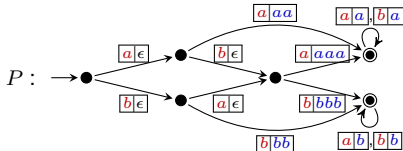
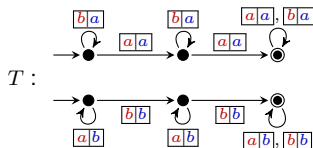
EXPTIME-complet

$L(P)$ 'proche' de $L(T)$

Réalisabilité

$$F(P) \subseteq R(T)$$

Indécidable



$$a a \ b a \ a a \ a a \longrightarrow (a b a a, a a a a) \longleftarrow a \in \ b \in \ a a a a \ a a$$

- Il existe T_1, T_2 tels que
- $R(T_1) = R(T_2)$
 - T_1 est réalisable à origine fixe
 - T_2 n'est pas réalisable à origine fixe

Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe

$L(P) \subseteq L(T)$

EXPTIME-complet

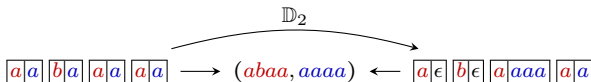
$L(P)$ 'proche' de $L(T)$

Réalisabilité

$F(P) \subseteq R(T)$

Indécidable

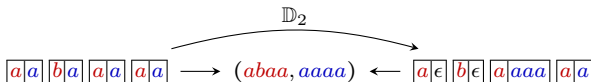
Le **resynchroniseur** \mathbb{D}_k étend $L(T)$ en décalant la production de sortie



Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe	Réalisabilité à délai k	Réalisabilité
$L(P) \subseteq L(T)$	$L(P) \subseteq \mathbb{D}_k(L(T))$	$F(P) \subseteq R(T)$
EXPTIME-complet	EXPTIME-complet	Indécidable

Le **resynchroniseur** \mathbb{D}_k étend $L(T)$ en délayant la production de sortie



Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe	Réalisabilité à délai k	Réalisabilité
$L(P) \subseteq L(T)$	$L(P) \subseteq \mathbb{D}_k(L(T))$	$F(P) \subseteq R(T)$
EXPTIME-complet	EXPTIME-complet	Indécidable

Transducteur **finiment valué** : au plus m sorties associées à une même entrée

Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe	Réalisabilité à délai k	Réalisabilité
$L(P) \subseteq L(T)$	$L(P) \subseteq \mathbb{D}_k(L(T))$	$F(P) \subseteq R(T)$
EXPTIME-complet	EXPTIME-complet	Indécidable

Transducteur **finiment valué** : au plus m sorties associées à une même entrée

T finiment valué est réalisable ssi T est réalisable à délai k

Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe	Réalisabilité à délai k	Réalisabilité
$L(P) \subseteq L(T)$	$L(P) \subseteq \mathbb{D}_k(L(T))$	$F(P) \subseteq R(T)$
EXPTIME-complet	EXPTIME-complet	Indécidable

Transducteur **finiment valué** : au plus m sorties associées à une même entrée

Théorème La réalisabilité des transducteurs finiment valués est décidable

Preuve : T finiment valué est réalisable ssi T est réalisable à délai k

Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe	Réalisabilité à délai k	Réalisabilité
$L(P) \subseteq L(T)$	$L(P) \subseteq \mathbb{D}_k(L(T))$	$F(P) \subseteq R(T)$
EXPTIME-complet	EXPTIME-complet	Indécidable

Transducteur **finiment valué** : au plus m sorties associées à une même entrée

Théorème La réalisabilité des transducteurs finiment valués est décidable

Preuve : T finiment valué est réalisable ssi T est réalisable à délai k

Notion clé : Resynchroniseurs

- Transducteurs finis
- Automates Max-Plus
- Transducteurs bidirectionnels
- Indécidabilité

Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe	Réalisabilité à délai k	Réalisabilité
$L(P) \subseteq L(T)$	$L(P) \subseteq \mathbb{D}_k(L(T))$	$F(P) \subseteq R(T)$
EXPTIME-complet	EXPTIME-complet	Indécidable

Transducteur **finiment valué** : au plus m sorties associées à une même entrée

Théorème La réalisabilité des transducteurs finiment valués est décidable

Preuve : T finiment valué est réalisable ssi T est réalisable à délai k

Notion clé : Resynchroniseurs → Transducteurs finis
→ Automates Max-Plus
→ Transducteurs bidirectionnels
→ Indécidabilité

ICALP 2016 Equivalence and Uniformisation Problems for Finite Transducers. Filiot, Jecker, Löding, Winter

Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe	Réalisabilité à délai k	Réalisabilité
$L(P) \subseteq L(T)$	$L(P) \subseteq \mathbb{D}_k(L(T))$	$F(P) \subseteq R(T)$
EXPTIME-complet	EXPTIME-complet	Indécidable

Transducteur **finiment valué** : au plus m sorties associées à une même entrée

Théorème La réalisabilité des transducteurs finiment valués est décidable

Preuve : T finiment valué est réalisable ssi T est réalisable à délai k

Notion clé : Resynchroniseurs

- Transducteurs finis
- Automates Max-Plus
- Transducteurs bidirectionnels
- Indécidabilité

LICS 2017 On Delay and Regret Determinization of Max-Plus Automata. *Filiot, Jecker, Lhote, Pérez, Raskin*

Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe	Réalisabilité à délai k	Réalisabilité
$L(P) \subseteq L(T)$	$L(P) \subseteq \mathbb{D}_k(L(T))$	$F(P) \subseteq R(T)$
EXPTIME-complet	EXPTIME-complet	Indécidable

Transducteur **finiment valué** : au plus m sorties associées à une même entrée

Théorème La réalisabilité des transducteurs finiment valués est décidable

Preuve : T finiment valué est réalisable ssi T est réalisable à délai k

Notion clé : Resynchroniseurs

- Transducteurs finis
- Automates Max-Plus
- Transducteurs bidirectionnels
- Indécidabilité

MFCS 2019 On Synthesis of Resynchronizers for Transducers. *Bose, Krishna, Muscholl, Penelle, Puppis*

FoSSaCS 2021 One-way Resynchronizability of Word Transducers. *Bose, Krishna, Muscholl, Puppis*

Synthèse de transducteurs

Réalisabilité à origine fixe	Réalisabilité à délai k	Réalisabilité
$L(P) \subseteq L(T)$	$L(P) \subseteq \mathbb{D}_k(L(T))$	$F(P) \subseteq R(T)$
EXPTIME-complet	EXPTIME-complet	Indécidable

Transducteur **finiment valué** : au plus m sorties associées à une même entrée

Théorème La réalisabilité des transducteurs finiment valués est décidable

Preuve : T finiment valué est réalisable ssi T est réalisable à délai k

Notion clé : Resynchroniseurs

- Transducteurs finis
- Automates Max-Plus
- Transducteurs bidirectionnels
- **Indécidabilité**

MFCS 2020 Regular Resynchronizability of Origin Transducers Is Undecidable. Kuperberg, Martens

Projet de recherche

Synthèse automatique de programmes à mémoire finie

1. Synthèse quantitative
2. Efficacité des algorithmes de synthèse
3. Théorie des jeux

Projet de recherche

1. Synthèse quantitative

Ajouter une dimension quantitative permet des réponses nuancées

Projet de recherche

1. Synthèse quantitative

Ajouter une dimension quantitative permet des réponses *nuancées*

- Spécification réalisable → *Meilleur programme*

Transducteurs finis : nombre d'états minimal

Streaming string transducers : nombre de registres minimal

Collaboration : Emmanuel Filiot (ULB)

Projet de recherche

1. Synthèse quantitative

Ajouter une dimension quantitative permet des réponses *nuancées*

- Spécification réalisable → *Meilleur programme*

Transducteurs finis : nombre d'états minimal

Streaming string transducers : nombre de registres minimal

Collaboration : Emmanuel Filiot (ULB)

- Spécification non réalisable → *Meilleure approximation*

$F(P) \subseteq R(T) \rightarrow F(P)$ la plus 'proche' de $R(T)$

Collaboration : Krishnendu Chatterjee (IST Austria) et Ege Saraç

Projet de recherche

2. Efficacité des algorithmes de synthèse

Contourner la haute complexité théorique des algorithmes de synthèse

Projet de recherche

2. Efficacité des algorithmes de synthèse

Contourner la haute complexité théorique des algorithmes de synthèse

Projet de recherche

2. Efficacité des algorithmes de synthèse

Contourner la haute complexité théorique des algorithmes de synthèse

- Complexité paramétrée → [Algorithme FPT](#)
Paramètres définis par les relations de Green
[STACS'21](#) A Ramsey Theorem for Finite Monoids. [Jecker](#)

Projet de recherche

2. Efficacité des algorithmes de synthèse

Contourner la haute complexité théorique des algorithmes de synthèse

- Complexité paramétrée → [Algorithme FPT](#)
Paramètres définis par les relations de Green
[STACS'21](#) A Ramsey Theorem for Finite Monoids. [Jecker](#)
- Simplifier les spécifications → [Compositionnalité](#)
Décomposer les instances complexes en instances basiques
[DLT'15](#), [FoSSaCS'17](#), [MFCS'18](#), [MFCS'20](#), [Collaboration](#) : Nicolas Mazzocchi et Petra Wolf

Projet de recherche

3. Théorie des jeux

- À mi-chemin entre déterministe et non-déterministe → *Good-for-games*
Collaboration : Shibashis Guha (TIFR Mumbai), Karoliina Lehtinen (AMU)
Martin Zimmermann (University of Liverpool)
- Allocation de ressources limitées → *Jeux de mise*
SODA'21, *Collaboration* : Guy Avni (University of Haifa) et Đorđe Žikelić
- Théorie évolutive des jeux → *Jeux spatiaux*
MFCS'20, *Collaboration* : Krishnendu Chatterjee (IST Austria) et Jakub Svoboda

Vœux d'affection

Équipe **MOVE, pôle calcul du LIS**

Aix Marseille Université

Thématiques :

Langages et transformations, Techniques symboliques pour la vérification

Collaborations naturelles :

Karoliina Lehtinen, Nathan Lhote, Benjamin Monmege, Pierre-Alain Reynier

Équipe **PLUME, LIP**

ENS Lyon

Thématiques :

Programmes corrects par construction

Collaborations naturelles :

Amina Doumane, Denis Kuperberg, Damien Pous

Équipe **MoA, LIGM**

Université Gustave Eiffel

Thématiques :

Théorie algorithmique des modèles finis et infinis, Théorie des jeux

Collaborations naturelles :

Arnaud Carayol, Marie van den Bogaard, Vincent Jugé