Grenzwerte 1

1) $\lim\limits_{x \to 2} (3x - 5) = 3 \cdot 2 - 5$
$$= 6 - 5$$
$$= 1$$

2) $\lim\limits_{x \to -1} (x^2 + 3x + 2) = \lim\limits_{x \to -1} (x+1)(x+2)$
$$= (-1+1)(-1+2)$$
$$= 0 \cdot 1$$
$$= 0$$

3) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{(x-1)(x+1)}{x-1}$
$$= \lim\limits_{x \to 1} x + 1$$
$$= 1 + 1$$
$$= 2$$

4) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$

5) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\tan x}{x} \Bigg\} \Rightarrow$
$\tan x \sim x$

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\tan x}{x} = 1$

6) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x^2 + 3x}{x^2 - 5} = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^2\left(2 + \frac{3}{x}\right)}{x^2\left(1 - \frac{5}{x^2}\right)}$
$$= \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2 + \frac{3}{x}}{1 - \frac{5}{x^2}}$$
$$= \dfrac{2}{1}$$
$$= 2$$

7) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{5x - 1}{x} = \lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{5x}{x} - \dfrac{1}{x}\right)$
$$= \lim\limits_{x \to \infty} \left(5 - \dfrac{1}{x}\right)$$
$$= 5 - 0$$
$$= 5$$

8) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2 + x} - x\right) = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+x} + x}$
$$= \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x}{x\left(\sqrt{1 + \frac{1}{x}} + 1\right)}$$
$$= \dfrac{1}{2}$$

9) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\ln x}{x} \Bigg\} \Rightarrow \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$
$\ln x \ll x$

10) $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x^2 + 6x + 9}{x + 3} = \lim\limits_{x \to -3} \dfrac{(x+3)^2}{x + 3}$
$$= \lim\limits_{x \to -3} x + 3$$
$$= -3 + 3$$
$$= 0$$