

The background of the slide is a dark blue field filled with a complex network of light blue lines and geometric shapes. These shapes, which include triangles and polygons of various sizes, are interconnected to form a dense, web-like structure that resembles a data network or a complex graph. The lines and shapes are more prominent in the center and fade slightly towards the edges, creating a sense of depth and connectivity.

Estrutura de dados

T3A2

# Árvores binárias de busca

Prof. Ismar

## Árvores binárias de busca

Em Ciência da computação, uma árvore binária de busca é uma estrutura de dados de árvore binária baseada em nós, onde todos os nós da sub árvore esquerda possuem um valor numérico inferior ao nó raiz e todos os nós da sub árvore direita possuem um valor superior ao nó raiz

As árvores binárias de busca têm como objetivo facilitar a procura por valores.

## Operações em árvores binárias de busca

São três as operações típicas realizadas em árvores binárias de busca:

- busca,
- Inserção,
- remoção.

# Operações em árvores binárias de busca

## Busca

Na busca, caso o valor seja menor que a raiz, a busca deve ocorrer na subárvore à esquerda, até que seja alcançada a folha da árvore. Caso o valor buscado seja maior que a raiz, o mesmo procedimento deve ocorrer na subárvore da direita.

## Implementação de busca

```
begin
  while tree <> NULO E tree (campo chave) <> x do
    if x < tree (campo chave) then tree <- esquerda de tree
    else if x > tree (campo chave) then
      tree <- direita de tree
    else
      return verdadeiro
    endif
  endwhile
  return falso
end
```

## Operações em árvores binárias de busca

### Inserção

O procedimento de inserção em árvores binárias inicia com uma busca pelo valor na árvore, caso o elemento não exista na árvore é alcançada a folha e, então, o valor é inserido nesta posição. Assim, a raiz é examinada e é introduzido um novo nó na sub-árvore da esquerda, caso o valor novo seja menor do que a raiz, ou a direita, caso o valor novo seja maior.

## Implementação de inserção

Input: Árvore tree, elemento x

```
begin
  no <- NULO
  atual <- raiz de tree
  while atual <> NULO do
    no <- atual
    if x < atual then
      atual <- esquerda de tree
    else
      atual <- direita de tree
    endif
  endw
  Árvore vazia, primeiro elemento é a raiz
  if no = NULO then
    raiz de tree <- x
  else
    if x < no (campo chave) then
      esquerda de no <- x
    else
      direita de no <- x
    endif
  endif
end
```

# Operações em árvores de binárias busca

## Remoção

No caso do algoritmo de exclusão, tem algumas particularidades que o tornam mais complexo. Existem três situações que devem ser consideradas:

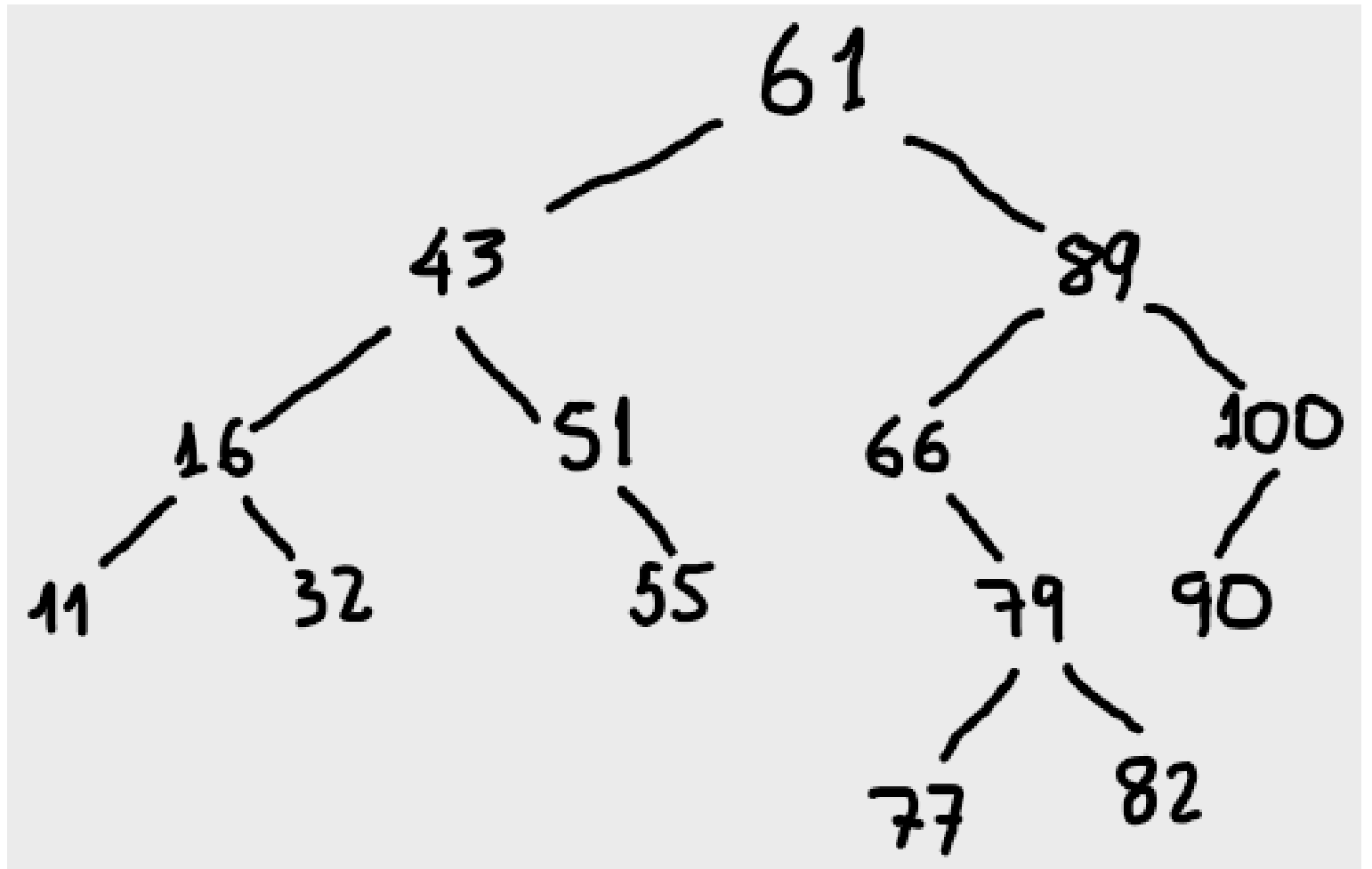
- Exclusão de folha;
- Exclusão de nó com um filho;
- Exclusão de nó com dois filhos.



## Operações em árvores binárias de busca

### Remoção de folha

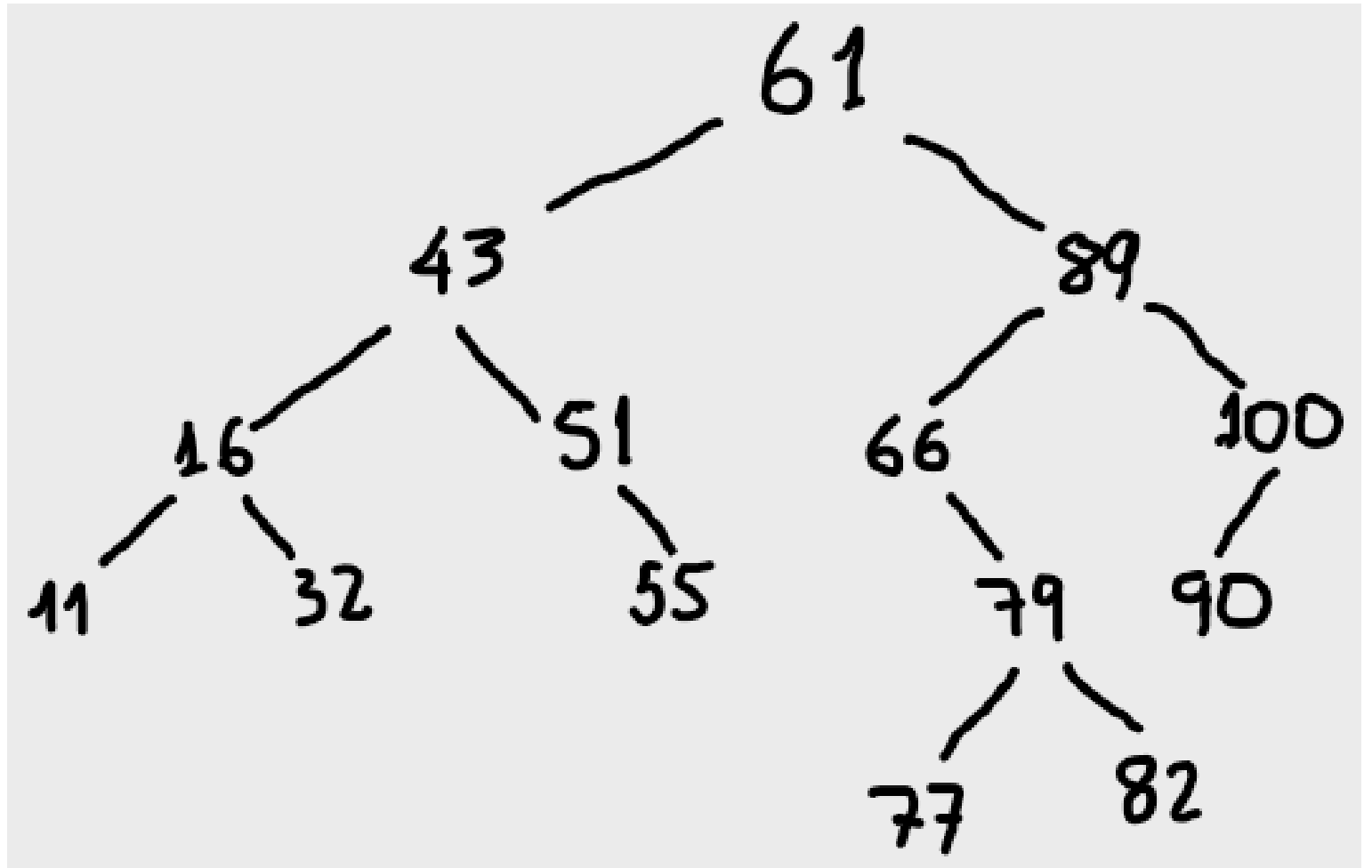
Executar o algoritmo de busca e, ao encontrar a folha, basta removê-la.



## Operações em árvores binárias de busca

### Remoção de nó com 1 filho

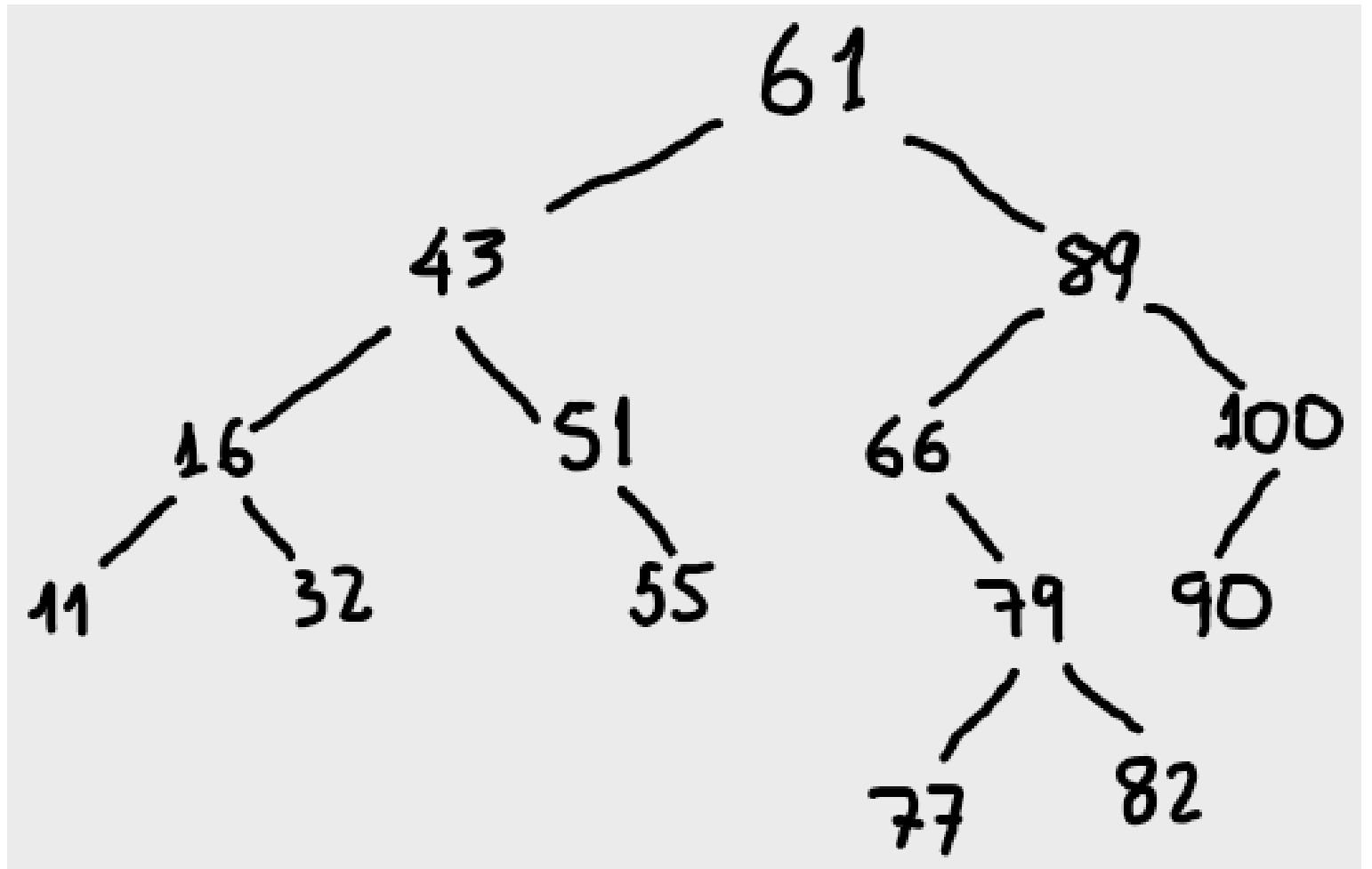
Se o nó a ser excluído possuir apenas 1 filho, o filho assume a posição do pai.



## Operações em árvores binárias de busca

### Remoção de nó com 2 filhos

Se o nó a ser excluído possuir 2 filhos, o nó deve ser substituído pelo valor do seu sucessor (o menor dentre os maiores).



## Exercícios

Os seguintes nós são inseridos nesta ordem em uma árvore binária de busca:

50 30 70 20 40 60 80 15 25 35 45 36

Desenhe a árvore que resulta.

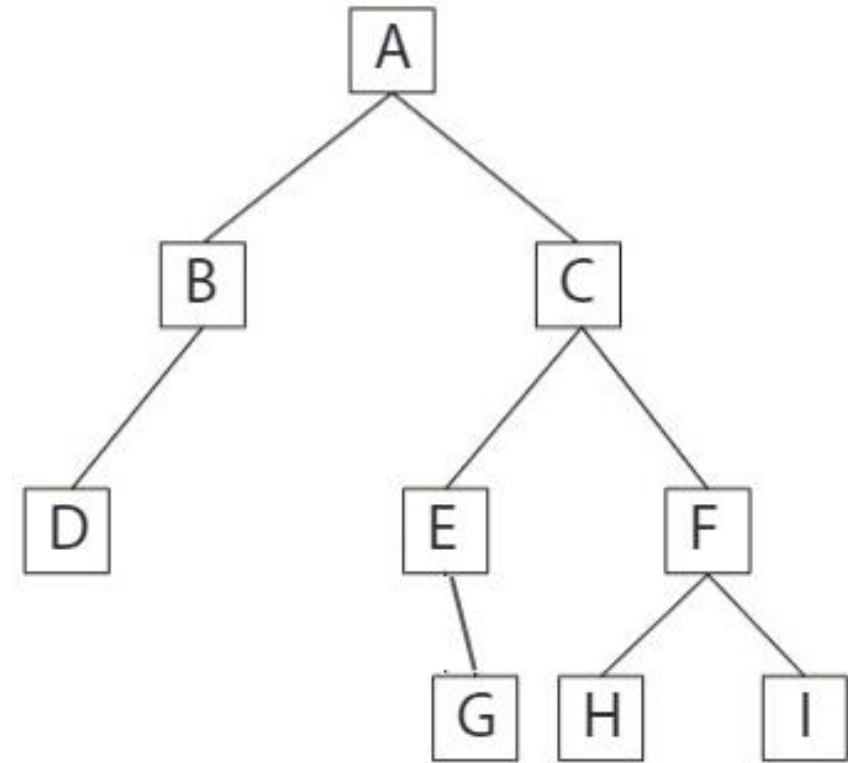
# Percorrendo árvores binárias de busca

Percorrer uma árvore binária também é um procedimento comum e consiste em visitar todos os nós existentes na árvore a partir de algum critério. Essa operação também pode ser chamada de travessia da árvore. Existem três possibilidades de travessia:

- pré-ordem;
- pós-ordem;
- in-ordem.

## Pré-ordem

Percorrer uma árvore usando o critério pré-ordem, também conhecido como profundidade, significa que o percurso segue os nós até chegar às folhas do lado esquerdo e depois repete o mesmo critério para o lado direito.

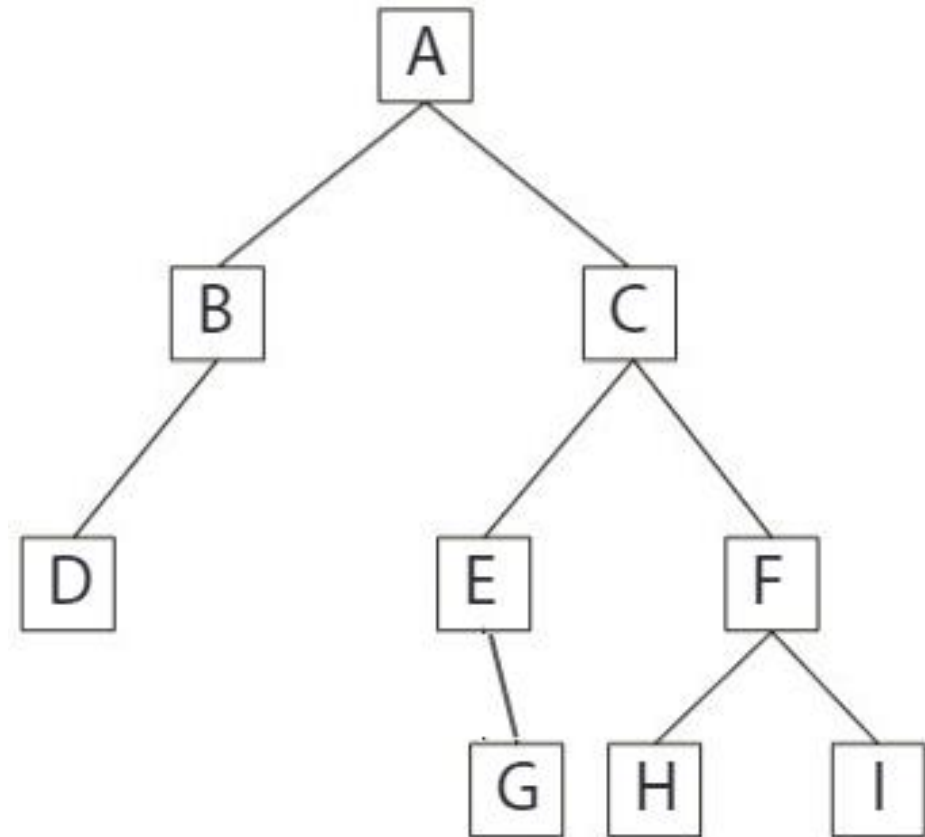


Percurso em pré-ordem: A B D C E G F H I

**Figura 7.** Árvore com percurso pré-ordem.

## Pós-ordem

No critério pós-ordem, os filhos são processados antes do nó.

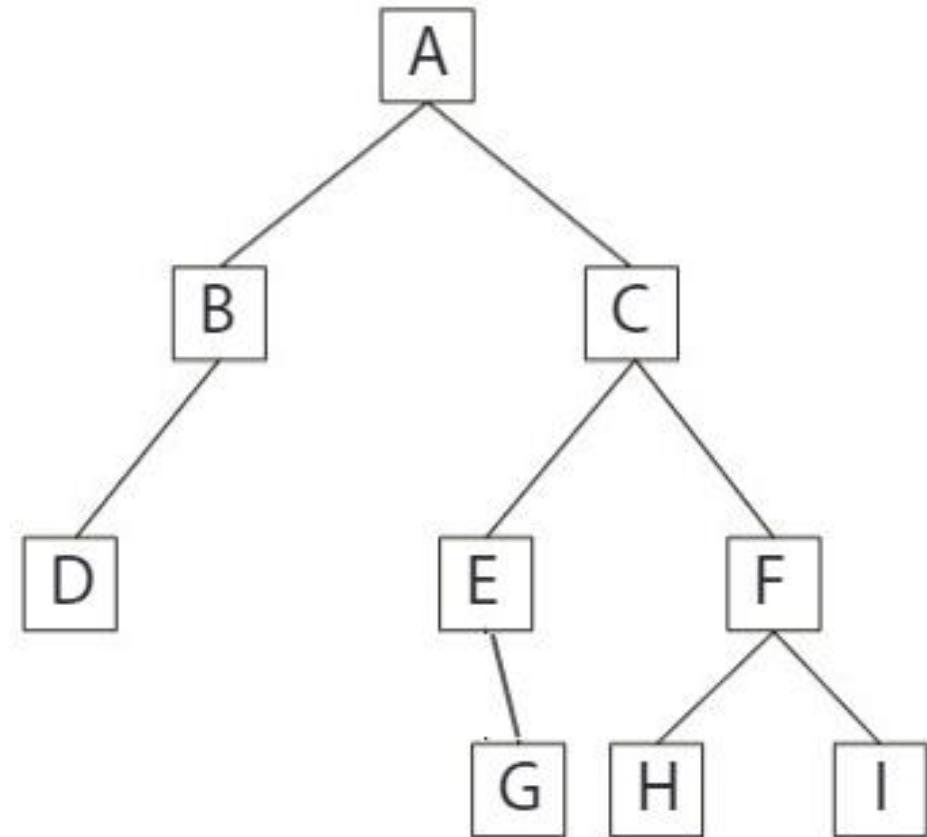


Percurso em pós-ordem: D B G E H I F C A

**Figura 8.** Árvore com percurso pós-ordem.

## In-ordem

No critério in-ordem, também conhecido como travessia simétrica, tem a seguinte ordem de processamento: primeiro o filho à esquerda, depois o nó e depois o filho à direita.



Percurso em in-ordem: D B A E G C H F I

**Figura 9.** Árvore com percurso in-ordem.



1  
brigado pela atenção

# Estrutura de dados (TEMPORADA III)

Episódio: Construções de árvores binárias

Uma árvore binária é um conjunto de nós, tal que:

- Existe um nó  $r$ , denominado raiz, com zero ou mais subárvores;
- Os nós raízes dessas subárvores são filhos de  $r$ ;
- Os nós internos da árvore são nós com filhos;
- As folhas ou os nós externos da árvore são os nós sem filhos.

Uma árvore binária é:

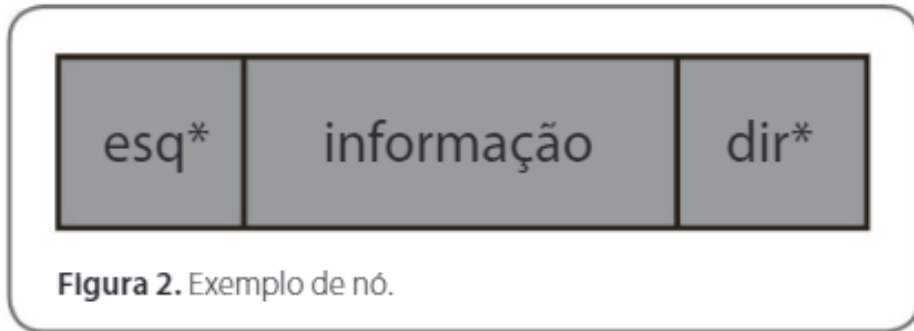
- Uma árvore vazia;
- Ou um nó raiz com duas subárvores: a da direita e a da esquerda.



**Figura 1.** Representação de uma árvore binária.

## Estrutura básica

O nó é a estrutura básica para a implementação da árvore.

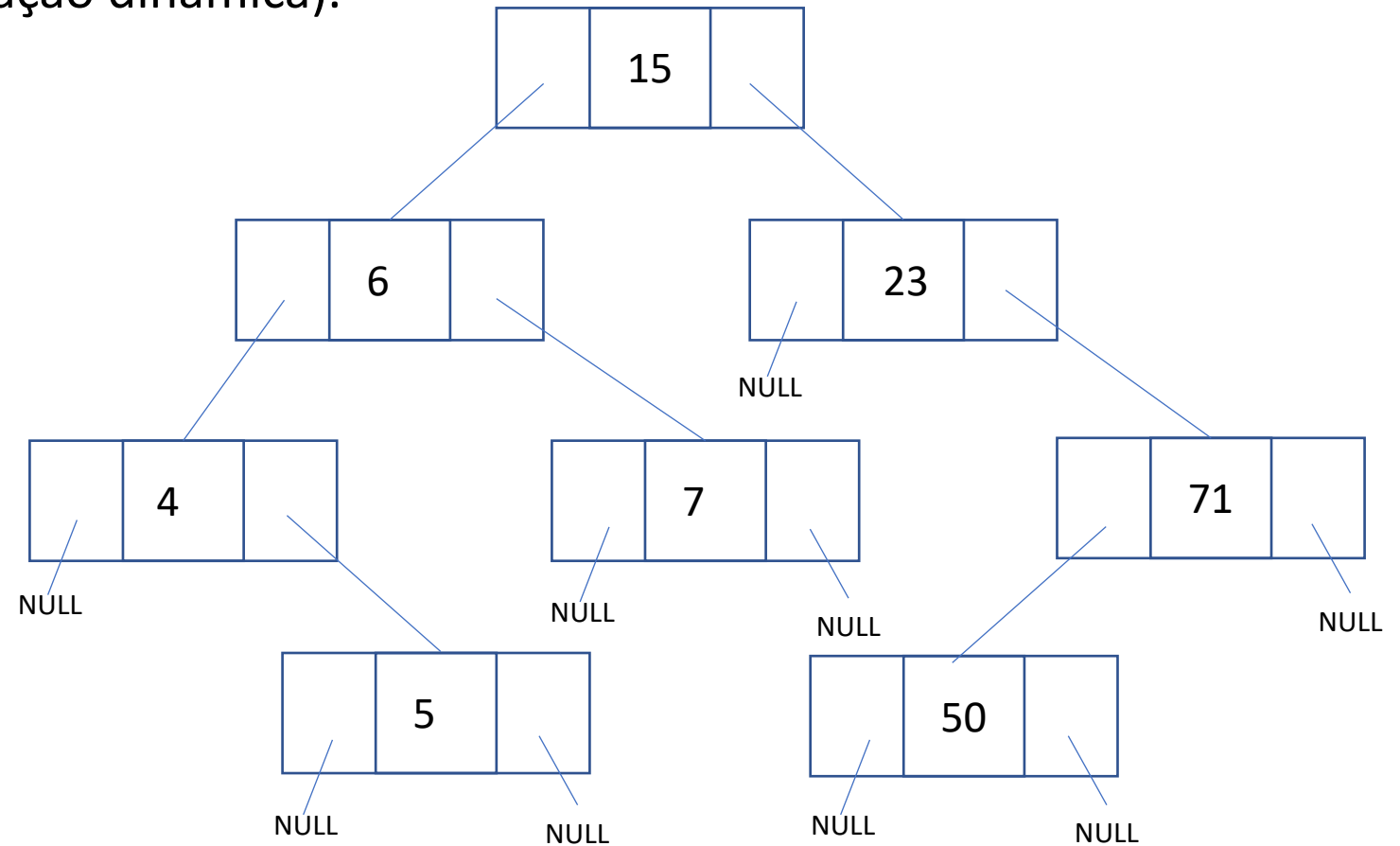
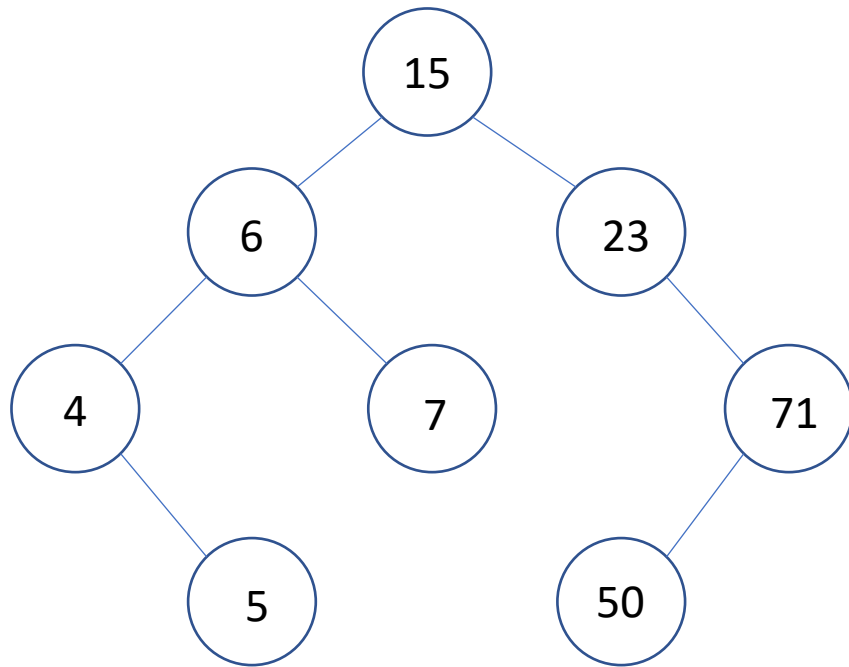


Um ponteiro apontando para o filho da esquerda

Um ponteiro apontando para o filho da direita

# Implementação usando lista encadeada

Pode-se implementar uma árvore binária usando uma lista encadeada (alocação dinâmica).



# Construção de árvores binárias

Implementação usando lista encadeada

```
1  #include <stdio.h>
2  #include <stdlib.h>
3
4  //defini a estrutura
5  struct no{
6      int info;
7      struct no *esq,*dir;
8  };
9
10 typedef struct no* arvBin;
11
12 arvBin* criaArvBin();
13
14 int main(){
15     arvBin* raiz;
16     raiz=criaArvBin();
17     return(0);
18 }
19
20
21 arvBin* criaArvBin(){
22     arvBin* raiz = (arvBin*) malloc(sizeof(arvBin));
23     if(raiz != NULL)
24         *raiz = NULL;
25     return raiz;
26 }
```



```
59 int insereArvBin(arvBin *raiz, int valor){
60     // se ocorreu algum erro na criacao da arvore retorna 0, indicando erro
61     if(raiz == NULL)
62         return 0;
63     //cria um novo no
64     struct no* novo;
65     //aloca memoria de forma dinamica
66     novo = (struct no*) malloc(sizeof(struct no));
67     //se ocorreu algum erro na alocao de memoria do novo no, retorna 0 indicando erro
68     if(novo == NULL)
69         return 0;
70     //guarda a informacao no novo no e faz seus ponteiros apontarem para null
71     novo->info = valor;
72     novo->dir = NULL;
73     novo->esq = NULL;
74 }
```

```

75 //agora vamos encontrar onde vamos inserir o no
76 //se o nosso no especial estiver apontando para NULL, significa q temos uma arvore vazia
77 //o nosso unico no eh o no q acabou de ser criado
78 if(*raiz == NULL)
79     *raiz = novo;
80 //caso contrario vamos avaliar onde vamos colocar o novo no
81 else{
82     //para isso vamos usar um no auxiliar atual
83     struct no* atual = *raiz;
84     //e outro ant de anterior ao atual
85     struct no* ant = NULL;
86     //enquanto o atual não for NULL, ou seja não for um nó-folha
87     while(atual != NULL){
88         //anterior vai guardar o end d atual
89         ant = atual;
90         //se o valor q queremos inserir for igual a um existente na arvore, nao inserimos
91         if(valor == atual->info){
92             free(novo);
93             return 0; //elemento já existe
94         }
95         //se for maior, vamos percorrer a arvore da direita
96
97         if(valor > atual->info)
98             atual = atual->dir;
99         //menor a arvore da esquerda
100        else
101            atual = atual->esq;
102    }
103    //isso tudo eh feito ate acharmos a um no folha
104    //o anterior vai nos guiar se vamos adicionar o novo no a direita ou a esquerda

```

```
105         if(valor > ant->info)
106             ant->dir = novo;
107         else
108             ant->esq = novo;
109     }
110     return 1;
111 }
112
```

Gratidão pela atenção

# Estrutura de dados (TEMPORADA III)

Episódio: Balanceamento de Árvore

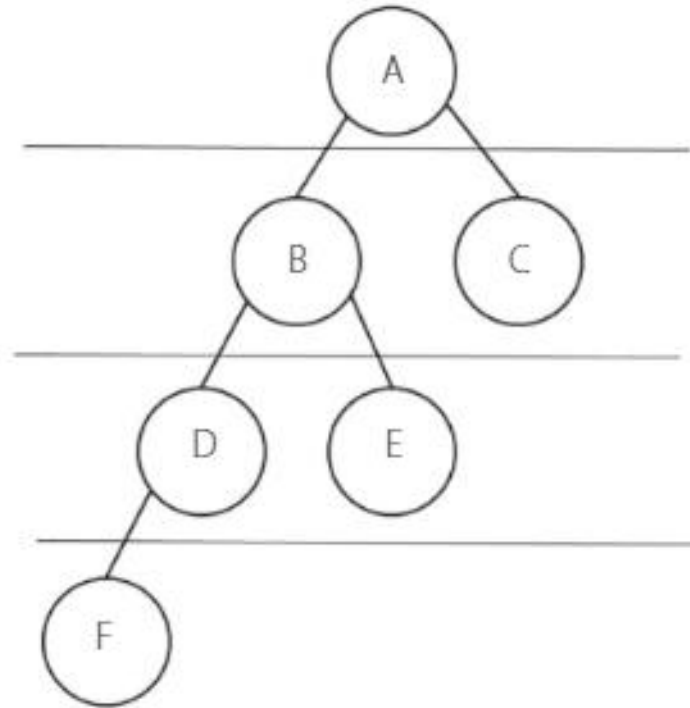
## Introdução

Numa árvore, à medida em que se acrescenta nós, aumenta o tempo computacional. A solução para esse problema é a árvore AVL, a árvore balanceada. O nome AVL se deve ao fato de ter sido criada pelos soviéticos Adelson, Velsky e Landis em 1962.

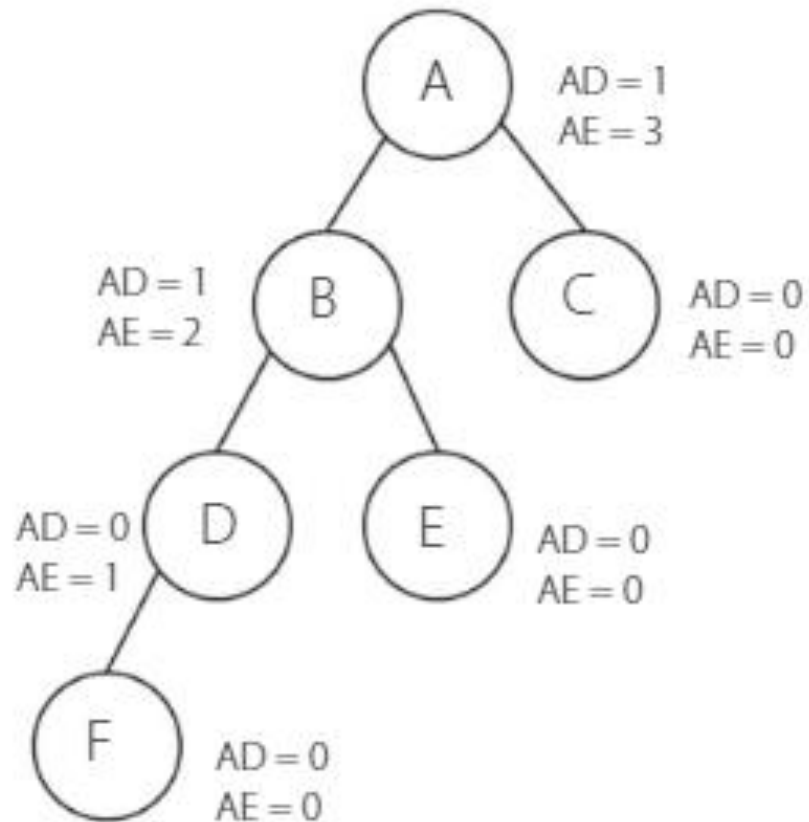
O que indica se uma árvore está ou não balanceada é a altura de suas subárvores à esquerda e à direita.

## Balanceamento (árvore AVL)

A propriedade de balanceamento consiste em manter as subárvores esquerda e direita **de cada nó**, na mesma altura, podendo diferir no máximo em 1 nível.



## Cálculo do Fator de Balanceamento



FB = Altura Esquerda – Altura Direita

$$FB = AE - AD$$

Uma subárvore balanceada tem FB entre -1 e 1



## Balanceamento

Uma das vantagens da árvore AVL é o fato de ser possível que se faça o balanceamento local, isto é, envolvendo somente os nós com FB fora do intervalo permitido.

# Balanceamento de árvores binárias

(Árvores AVL)

Requisitos:

- Árvore Binária de Busca
- $FB = (-1, 0, 1)$

Prof. Ismar