

ИЗПИТ

по Анализ I част, специалност "Софтуерно инженерство"

31 август 2010г.

Име:..... Фак.номер:.....

1. 1. Дайте дефиниция на "множество, ограничено отдолу". Дайте дефиниция на $a_n \rightarrow -\infty$, където $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ е редица от реални числа. Докажете, че всяка редица, която не е ограничена отдолу, притежава подредица, дивергираща към $-\infty$.
2. Докажете, че редицата произведение на две сходящи редици е сходяща.
3. Нека $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, където D е множество от реални числа. Дайте дефиниция на " f е непрекъсната в D ". Дайте дефиниция на " f е равномерно непрекъсната в D ". А какво означава f да не е равномерно непрекъсната в D ? Формулирайте и докажете Теоремата на Кантор за равномерната непрекъснатост.
4. Разгледайте функцията

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{ako } x \neq 0 \\ 1, & \text{ako } x = 0 \end{cases}$$

Непрекъсната ли е f ? Диференцируема ли е f ? Ако да, колко е производната ѝ в нулата?

5. Формулирайте Теоремата на Рол. Формулирайте и докажете Теоремата на Лагранж за крайните нараствания. Използвайте я, за да докажете неравенството

$$|\arctg x - \arctg y| \leq |x - y| .$$

6. Напишете дефиницията на изпъкнала функция. Формулирайте и докажете неравенството на Йенсен. Докажете, че

$$\frac{\ln x + \ln y}{2} \leq \ln \frac{x + y}{2}$$

за произволни положителни числа x и y .

7. Пресметнете интеграла

$$\int \frac{4x + 7}{(x^2 + 2x + 3)^2} dx .$$