

ИЗПИТ

по Анализ I част, специалност "Софтуерно инженерство"

7 октомври 2008г.

Име:..... Фак.номер:.....

1. Нека $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ е редица, състояща се от отрицателни реални числа. Докажете, че $a_n \longrightarrow -\infty$ точно тогава, когато $\frac{1}{a_n} \longrightarrow 0$.

2. Нека $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ е монотонно растяща редица. Докажете, че ако $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ е ограничена отгоре, то тя е сходяща. Докажете, че ако $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ не е ограничена отгоре, то тя дивергира към $+\infty$. Дайте определение на неперовото число e .

3. Формулирайте и докажете теоремата на Болцано-Вайерщрас за междинните стойности.

4. Намерете (с обосновка) супремума и инфимума на стойностите на функцията

$$f(x) = x^3(\sqrt[4]{x^4 + 1} - x)$$

в интервала $(0, +\infty)$, като приемете, че функцията е растяща.

5. Докажете, че ако всички нули на един полином са реални числа, то производният му полином също има само реални нули и те се намират между най-малката и най-голямата нула на първоначалния полином.

6. Пресметнете границата

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(\sqrt[3]{1 + \frac{9}{x}} - \sqrt{1 + \frac{6}{x}} \right)$$

като използвате бинома на Нютон (развитието в полином на Тейлър на $(1+x)^\alpha$).

7. Формулирайте и докажете достатъчно условие (използващо производни от по-висок ред) дадена стационарна точка да е точка на локален минимум (максимум).