Ejercicio 1.

Segundo problema de optimización

$$\text{Max} \quad Var(\grave{\xi}_2) = b^2 \Sigma_{x,x} \; b_2^{tr}$$

$$\text{sa.} \quad b_2 \cdot b_2^{tr} = 1$$

$$b1 \cdot b_2^{tr} = 0$$

$$b_2' = (b_{21}, b_{22}, \ldots, b_{2n})$$

X tiene 2 componentes princip.

$$X = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} Var(\lambda_1) & Cov(\lambda_1, \lambda_2) \\ Cov(\lambda_2, \lambda_1) & Var(\lambda_2) \end{bmatrix}$$

Dado que $b_1 \cdot b_2^{tr} = 0 \rightarrow$ covarianza $= 0$

$$S = \begin{bmatrix} Var(\lambda_1) & 0 \\ 0 & Var(\lambda_2) \end{bmatrix}$$

Función Lagrangiana

$$L(b_2, \lambda_2) = b_2^{tr} \Sigma_{x,x} \, b_2 - \lambda_2 (b_2^{tr} \cdot b_2 - 1)$$

$$\frac{\partial L(L_2, \lambda_2)}{\partial b_2} = 2 \Sigma_{x,x} b_2 - 2 \lambda_2 b_2 = 0$$

$$\Sigma_{x,x} b_2 = \lambda_2 b_2$$

$\therefore$ b_2 es eigen vector de S y λ_2 es eigenvalor.

7.

(1) Es sencillo ver a través de los ángulos que las coordenadas están dadas por

$$L1 = \begin{cases} \cos(\pi/3) = 1/2 \\ \text{sen}(\pi/3) = \sqrt{3}/2 \end{cases}$$

$$L2 = \begin{cases} \cos(8\pi/6) = -1/2 \\ \text{sen}(8\pi/6) = -\sqrt{3}/2 \end{cases}$$

$$L3 = \begin{cases} \cos(3\pi/2) = 0 \\ \text{sen}(3\pi/2) = -1 \end{cases}$$

Así

$L1 = (1/2, \sqrt{3}/2)$ $\quad R_1 = (\sqrt{3}/2, 1/2)$

$L2 = (-1/2\,\rho, -\sqrt{3}/2\,\rho)$ $\quad R2 = (-\rho, 0)$

$L3 = (0, -\rho)$ $\quad R3 = (-\sqrt{3}/2\,\rho, -1/2\,\rho)$

$L4 = (-\rho, 0)$ $\quad R4 = (0, -\rho)$

Como la correlación del primer componente debe ser mayor con el primer elemento, la imagen de la derecha es la correcta.