

Rediseño de las estrategias de movilidad del vehículo explorador de Marte

Resolución de Situación Problema Correspondiente a la Unidad de Formación MR2025: Diseño de Sistemas de Control

Israel Lezama López
A01734758
A01734758@tec.mx

Instituto Tecnológico y de Estudios
Superiores de Monterrey
Escuela de Ingeniería y Ciencias
Ingeniería Mecatrónica

México, Puebla
ITESM Campus Puebla
Diciembre 04, 2022

Abstracto — Se cuenta con una determinada función de transferencia (de parámetros desconocidos) que se sabe de segundo orden al modelar esta el comportamiento de un motor DC; una vez identificada estocásticamente la función, y al traducirse la salida a la velocidad angular de una llanta perteneciente a un vehículo de exploración espacial, se procederá a implementar un sistema de control a fin de que permita una mayor estabilidad, esperanza de vida útil y beneficio del vehículo de exploración al largo plazo; implementando mejoras en diseño e innovaciones que aporten así al desarrollo científico y al conocimiento humano.

Palabras Clave — *Función de Transferencia de Segundo Orden, Identificación Estocástica, Controlador Proporcional, Controlador Integral, Lugar de las Raíces.*

Abstract — A given transfer function (of unknown parameters) is known to be of second order nature, as it models the behavior of a DC motor; once the function is stochastically identified, and as the output is translated into the angular velocity of a tire belonging to a space exploration vehicle, a control system will be implemented in order to allow greater stability, life expectancy and benefit on the exploration vehicle in the long term; implementing improvements in design and innovations that may contribute to scientific development and human knowledge.

Keywords — *Second Order Transfer Function, Stochastic Identification, Proportional Controller, Integral Controller, Root Loci.*

I. INTRODUCCIÓN

Se ha planteado como situación a resolver el hecho de que se cuenta con el conocimiento de que una función de transferencia de segundo orden y de parámetros desconocidos, modela un motor DC que a su vez controla la velocidad angular (en $\frac{rad}{s}$) de una de las llantas de un vehículo de exploración espacial destinado a incursionar en Marte. Se plantea como objetivo del presente trabajo, la identificación de la planta asignada y la posterior aplicación de un control de tipo libre (exceptuando a los controladores PID) a fin de lograr una salida en respuesta de la planta con sobretiro menor al 5% ($M_p < 0.05$) y error en estado estacionario nulo ($e_{ss} = 0$).

Son diversos los métodos aplicables para la resolución de la situación previamente planteada; en primera instancia, existen múltiples metodologías de identificación de funciones de parámetros desconocidos, clasificándose estas en metodologías dependientes de respuesta al escalón (Método

Oldenbourg-Sartorius para sistemas de primer orden, Método Anderson para sistemas de segundo orden, Método Strejc para sistemas de orden n), metodologías basadas en la respuesta al pulso del sistema y métodos analíticos (Deconvolución, Integral Gradual, Correlación, Integración Múltiple y Respuesta Frecuencial) [1]. Asimismo, son múltiples los sistemas de control aplicables a una función de transferencia dada; incluidos integrales, derivativos, proporcionales, de retroalimentación de estado, entre otros [2].

Se ha tomado por metodología de resolución en este trabajo el método de Identificación Estocástica; refiriendo a una serie de pasos que buscan por objetivo hacer uso de la probabilidad para la modelación de un cierto evento de comportamiento desconocido mediante probabilidades de ocurrencia; describiendo variables aleatorias y vinculándoles a un proceso que controla su comportamiento (premisa implícita por defecto) hasta estabilizarse este en un punto dado que satisfaga ciertas asunciones sobre el sistema [3]. Una vez lograda y comprobada la aproximación precisa de parámetros a emplear en simulación de la planta real, se ha hecho uso de la implementación de un controlador Proporcional-Integral; tal de acuerdo con los requisitos de control planteados, el comportamiento de la función de transferencia y detalles varios que se explicitan más adelante. Cabe mencionar, que fue desempeñado con éxito el objetivo planteado en un inicio del presente segmento; tales resultados serán descritos en futuros apartados.

II. DESARROLLO PROCEDIMENTAL

A. Definición de Estructura de Planta Aproximada

Al tratar el presente trabajo de una planta de segundo orden, serán requeridos para su modelación 4 parámetros a_1 , a_2 , b_1 y b_2 . Con base en este conocimiento y dado el modelo de función de transferencia para identificación estocástica (donde todo polo se encuentra en el semiplano izquierdo y el numerador de la función resulta un polinomio coprimo al denominador de esta), se toman relaciones entre entrada del sistema, salida del sistema, la variable a tratar y sus primera y segunda derivada.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_1^* s + b_2^*}{s^2 + a_1^* s + a_2^*} \quad (1)$$

$$\frac{Y'(s)}{U'(s)} = \frac{b_1^* s + b_2^*}{s^2 + a_1^* s + a_2^*} \frac{X(s)}{X(s)} \quad (2)$$

$$Y(s) = [b_1^* s + b_2^*] X(s) \quad (3)$$

$$U(s) = [s^2 + a_1 \hat{s} + a_2 \hat{s}]X(s) \quad (4)$$

Aplicando la Transformada Inversa de Laplace a ambas ecuaciones 3 y 4, se obtiene ahora el modelo de planta aproximada en el dominio del tiempo.

$$y(t) = b_1 \hat{x}' + b_2 \hat{x} \quad (5)$$

$$u(t) = x'' + a_1 \hat{x}' + a_2 \hat{x} \quad (6)$$

Donde $x = x_1$ & $x' = x'_1 = x_2$; rescribiendo las ecuaciones 5 y 6 en función de la salida y la segunda derivada, se obtiene el sistema.

$$\hat{y} = b_1 \hat{x}_2 + b_2 \hat{x}_1 \quad (7)$$

$$\hat{x}'_2 = u(t) - a_1 \hat{x}_2 - a_2 \hat{x}_1 \quad (8)$$

Se construye entonces el correspondiente modelo de planta aproximada en Simulink a partir de las ecuaciones 7 y 8.

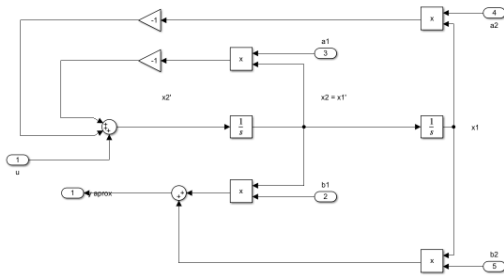


Figura 1. Diagrama de Bloques de Planta Aproximada.

B. Parametrización y Obtención de Algoritmo Gradiente

Una vez identificada y desarrollada la planta estimada, se procede a desarrollar una parametrización de términos de la función de transferencia, a partir de la cual pueda ser obtenido el vector regresor; y así hacer uso de este en el algoritmo de identificación estocástica a implementar.

$$\frac{Y'(s)}{U'(s)} = \frac{b_1 \hat{s} + b_2 \hat{s}}{s^2 + a_1 \hat{s} + a_2 \hat{s}} \frac{X(s)}{X(s)} \quad (2)$$

$$\frac{b_1 \hat{s} + b_2 \hat{s}}{(s^2 + a_1 \hat{s} + a_2 \hat{s}) + (s^2 + \lambda_1 \hat{s} + \lambda_2 \hat{s}) - (s^2 + \lambda_1 \hat{s} + \lambda_2 \hat{s})} = \frac{Y'(s)}{U'(s)} \quad (9)$$

Se convierte tras tratamientos analíticos $Y(s)$ en la multiplicación de la matriz transpuesta de parámetros aproximados (θ^T) por la matriz regresor (φ).

$$Y(s) = \begin{bmatrix} \frac{s}{(s^2 + \lambda_1 \hat{s} + \lambda_2 \hat{s})} Y(s) \\ \frac{1}{(s^2 + \lambda_1 \hat{s} + \lambda_2 \hat{s})} Y(s) \\ \frac{s}{(s^2 + \lambda_1 \hat{s} + \lambda_2 \hat{s})} U(s) \\ \frac{1}{(s^2 + \lambda_1 \hat{s} + \lambda_2 \hat{s})} U(s) \end{bmatrix} \quad (10)$$

Una vez obtenida la matriz de regresores, se procede a retomar el algoritmo de aproximación o identificación; donde el valor de los parámetros aproximados en el tiempo estará dado por el producto de una constante ajustable gamma ($\gamma > 0$), el Error de Estimación ($\varepsilon = y - \hat{y}$) y la matriz de regresores; todo por el negativo del neutro multiplicativo.

$$\hat{\theta}(t) = -\gamma \varphi \varepsilon \quad (11)$$

Es de acuerdo con este último punto y a la matriz de regresores desarrollada, que se procede a la construcción en diagrama de bloques del algoritmo de identificación.

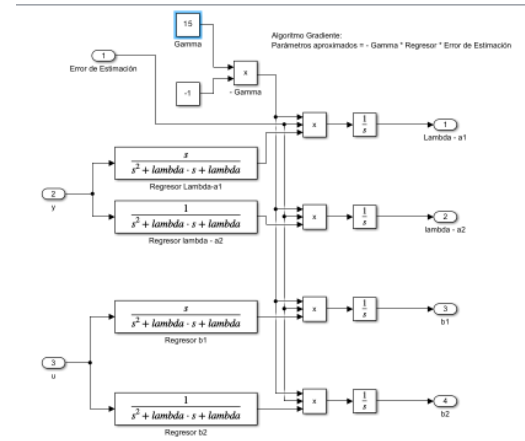


Figura 2. Diagrama de Bloques de Algoritmo Gradiente.

C. Desarrollo de Sistema de Aproximación Estocástica

En el presente apartado se define de forma general al esquema de identificación estocástica de orden lineal [2]:

- ❖ Se aplica una misma entrada de n frecuencias (1 por parámetro) a la planta a estimar y la planta estimada.
 - Se denomina Señal de Excitación Persistente a la entrada.
- ❖ Son comparadas la salida de la planta real con la salida de la planta estimada; denominándosele a esta diferencia "Error de Estimación", buscando que esta tienda a cero.
 - $\varepsilon = y - \hat{y}$
- ❖ Este error funge de entrada a un Algoritmo de Ajuste / Identificación y este genera como salida parámetros aproximados ($\hat{\theta}$).

- Se denomina error paramétrico ($\tilde{\theta}$) a la diferencia entre los parámetros reales del sistema (θ^*) y los aproximados ($\hat{\theta}$).
- ❖ Se repite el proceso hasta que el error paramétrico y de estimación tiendan a cero.
- ❖ Se denomina al error paramétrico como la diferencia en comportamiento de ambas salidas real y aproximada en sus transitorios.

Consecuente al proceso antes descrito, se ha desarrollado en Simulink, el sistema correspondiente de bloques para identificación estocástica de segundo orden. Donde se tiene como entrada la suma de 2 señales senoidales distintas (cada una con 2 frecuencias de acuerdo con Fourier) a fin de excitar los modos de los 4 parámetros requeridos.

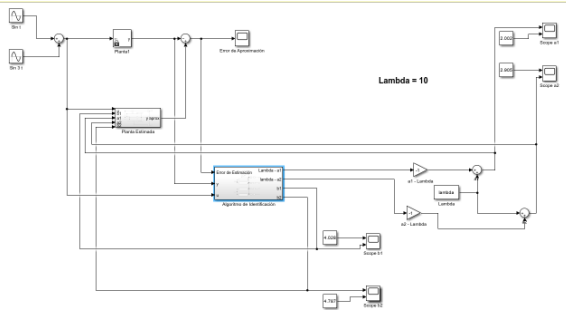


Figura 3. Diagrama de Bloques de Aproximación Estocástica.

D. Estimación de Parámetros

Una vez obtenido el esquema, fueron probados diversos factores gamma y lambda a fin de lograr empíricamente la aproximación con mayor exactitud y precisión posible; los experimentos de sintonización fueron desarrollados aplicando los parámetros correspondientes a cada combinación y midiendo el error relativo entre la respuesta deseada y la aproximada en función de una entrada constante. Se tabulan ahora tales resultados.

TABLE I. CÁLCULO EMPÍRICO DE CONSTANTES

Prueba	Cálculo Empírico de Constantes		
	Error en Estado Estacionario	Lambda	Gamma
1	+0.198	17	12
2	+0.193	17	10
3	+0.258	20	10
4	+0.138	15	10
5	-0.041	10	10
6	-0.036	10	11
7	-0.088	9	11
8	-0.031	10	12
9	-0.022	10	14
10	+0.023	11	14
11	+0.026	11	15
<u>12</u>	<u>-0.019</u>	<u>10</u>	<u>15</u>

Eligiendo entonces como constantes para identificación de parámetros $\lambda = 10, \gamma = 15$.

Hecho esto, fueron graficados el error de estimación y cada uno de los parámetros requeridos; determinando su valor exacto a partir de cursores.

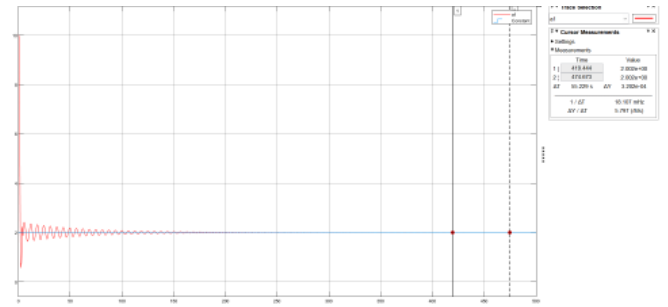


Figura 4. Obtención de Parámetro a_1 .

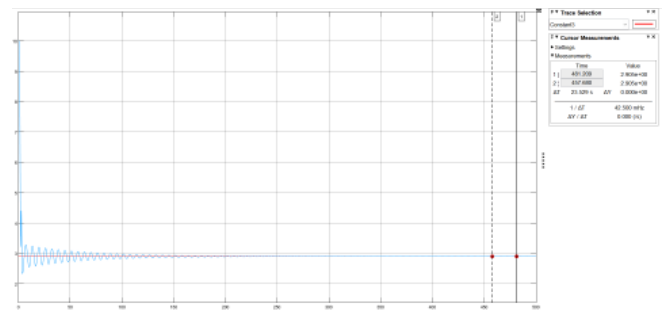


Figura 5. Obtención de Parámetro a_2 .

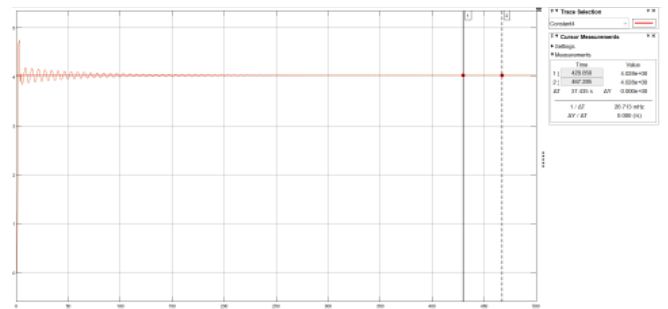


Figura 6. Obtención de Parámetro b_1 .

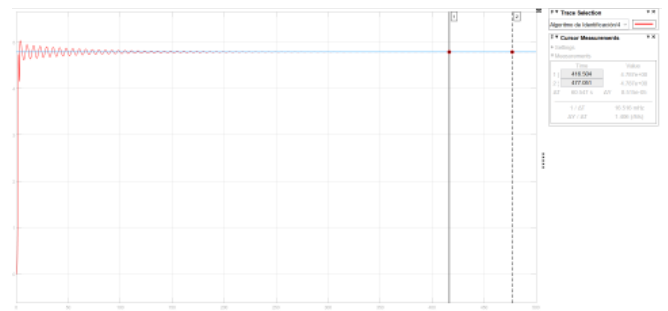


Figura 7. Obtención de Parámetro b_2 .

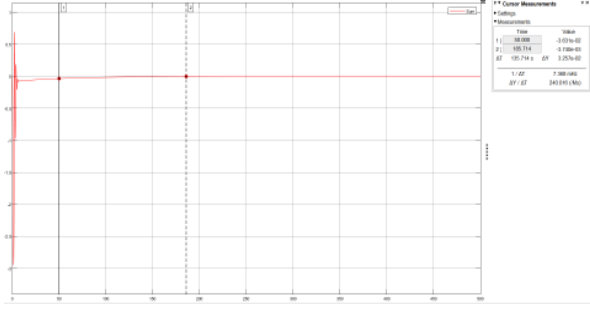


Figura 8. Obtención de Error de Estimación

Destáquese:

- ❖ $\varepsilon \rightarrow 0$
- ❖ $a_1 \approx 2.002$
- ❖ $a_2 \approx 2.905$
- ❖ $b_1 \approx 4.028$
- ❖ $b_2 \approx 4.787$

Obteniendo así la Función de Transferencia requerida:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{4.028s + 4.787}{s^2 + 2.002s + 2.905} \quad (12)$$

E. Definición de Estrategia de Control

Es requerido un sistema de control a la planta previamente hallada; que logre una salida en respuesta de la planta con sobretiro menor al 5% ($M_p < 0.05$) y error en estado estacionario nulo ($e_{ss} = 0$).

A fin de lograr un error en estado estacionario de valor cero, deberá ser aplicado por sus propiedades un controlador integral ($\frac{1}{s}$); en lo que a sobretiro refiere, se sabe que en comportamientos críticamente amortiguados (raíces reales coincidentes) o sobreamortiguados (raíces reales) se tendrá sobretiro nulo. Con base en lo anterior, se revisa en el software Program CC el lugar de las raíces de la planta a fin de determinar si puede lograrse el comportamiento deseado (críticamente amortiguado) a partir de un controlador proporcional.

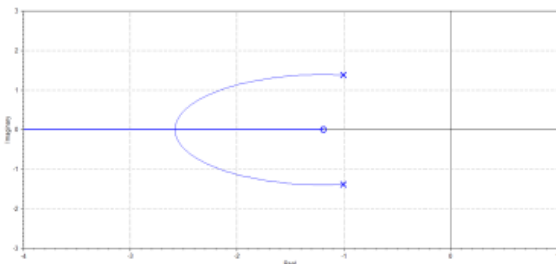


Figura 9. Lugar de las Raíces de Planta Aproximada.

Se propone entonces con bases sólidas la implementación de un controlador proporcional-integral.

F. Desarrollo de Controlador

Bajo la premisa de buscar el desarrollo de un controlador proporcional-integral ($\frac{k}{s}$), se parte de la ecuación de lazo cerrado de la planta actual para comparar coeficientes con la planta deseada.

Planta Actual

$$G(s) = 1 + \frac{K(4.028s + 4.787)}{s(s^2 + 2.002s + 2.905)} \quad (13)$$

$$s^3 + 2.002s^2 + 2.905s + K4.028s + 4.787k \quad (14)$$

$$s^3 + 2.002s^2 + (2.905 + K4.028)s + 4.787k \quad (15)$$

Planta Deseada ($\xi = 1$)

$$(s + \alpha)(s^2 + 2\xi\omega_n s) + \omega_n^2 \quad (16)$$

$$(s + \alpha)(s^2 + 2\omega_n s) + \omega_n^2 \quad (17)$$

Comparando coeficientes, es calculado el valor de la constante proporcional K.

- ❖ $2\omega_n + \alpha = 2.002$
- ❖ $\omega_n^2 + 2\omega_n\alpha = 2.905 + 4.028K$
- ❖ $\omega_n^2\alpha = 4.787K$

Obteniendo así el valor de $K = 0.075$; y por tal el controlador deseado:

$$G_c(s) = \frac{0.075}{s} \quad (18)$$

III. EXPERIMENTACIÓN Y RESULTADOS

Una vez obtenida la planta aproximada a la función de transferencia desconocida, y planteado un sistema de control viable para el logro de los requerimientos solicitados, se procede a la comprobación de resultados sometiendo a los mismos a diversas pruebas experimentales.

A. Comprobación de F. T. Aproximada

A fin de definir exitoso el procedimiento realizado con base en fundamentos sólidos, serán sometidas ambas plantas real y aproximada a 4 entradas de diferente carácter para demostrar considerable similitud de comportamientos; graficando conjuntamente ambas salidas de respuesta, serán empleados como entrada un valor constante, una función senoidal, una señal aleatoria y una señal de ruido blanco.

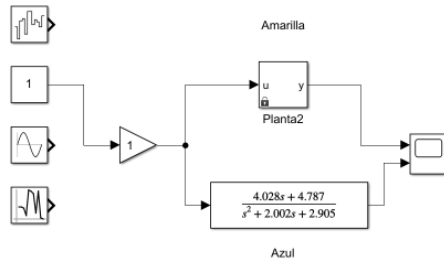


Figura 10. Esquema para Análisis Comparativo de Plantas.

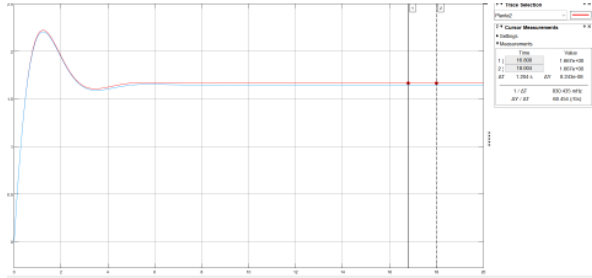


Figura 11. Comparación de Respuesta ante Señal Constante.

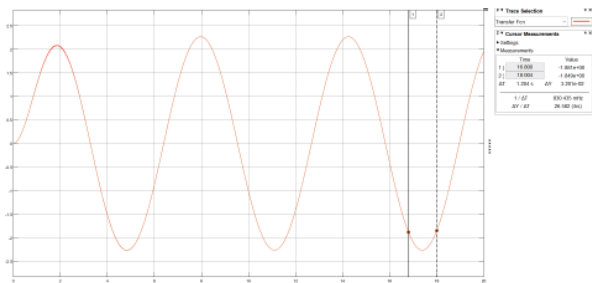


Figura 12. Comparación de Respuesta ante Señal Senoidal.

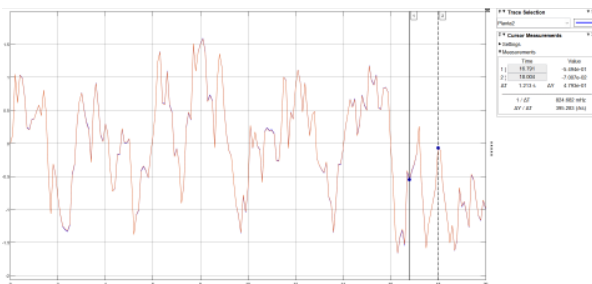


Figura 13. Comparación de Respuesta ante Ruido Blanco.

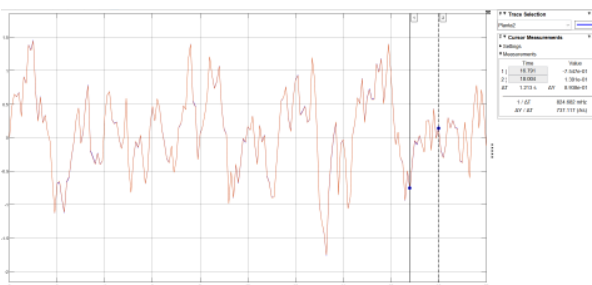


Figura 14. Comparación de Respuesta ante Señal Aleatoria.

Se corrobora por diversos medios, un comportamiento extremadamente similar entre la planta real con parámetros desconocidos y la planta aproximada mediante métodos estocásticos; destacándose correcto el proceso desarrollado hasta este punto.

B. Comprobación de Control Propuesto

Una vez comprobada correcta la función de transferencia aproximada planteada, se procede a confirmar la eficiencia del control PI propuesto en apartados previos.

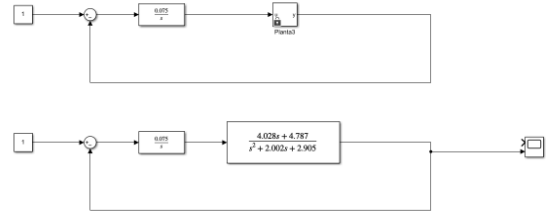


Figura 15. Esquema de Plantas con Control PI Implementado.

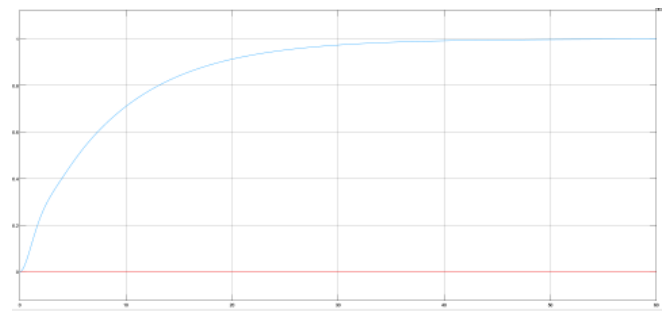


Figura 16. Respuesta Controlada de Planta Aproximada.

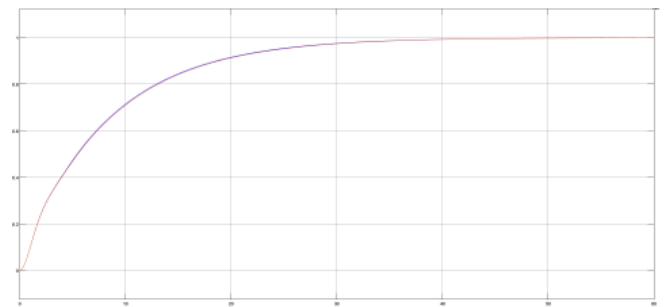


Figura 17. Respuesta Controlada de Planta Aproximada y Real.

Se confirma con el presente resultado que se logra con el controlador propuesto un sobretiro nulo y error en estado estacionario de cero; concluyendo exitosamente el reto planteado en la presente situación problema.

IV. CONCLUSIONES, REFLEXIONES Y COMENTARIOS FINALES

un sistema funcional de control o la identificación de funciones mediante métodos probabilísticos.

El costo prácticamente nulo del diseño de sistemas de control (sin considerar a la mente humana o la compra de software), resulta en ahorros millonarios al momento de desarrollar producciones en masa o diseñar proyectos de alto impacto a través de la tecnología. La implementación del sistema propuesto en escenarios reales resulta en un excelente siguiente paso para avanzar desde el diseño de sistemas de control hacia su utilización directa y el análisis de su impacto.

Si bien el método estocástico resulta empírico en cuanto selección de constantes y en una aproximación inexacta; el uso de software de modelación ha permitido lograr resultados prácticamente impecables; por supuesto, al igual que los métodos analíticos exactos empleados en la proposición de un controlador.

Han sido puestos en práctica con este proyecto conocimientos aplicados de control como base para la toma de decisiones fundamentada en cuanto a optimización y descripción de sistemas refiere; conceptualizándose el control no sólo como una teoría ampliamente profunda, rimbombante e interesante; convirtiéndose en una base para la mejora

continua de procesos que incrementen la calidad de vida humana y lleven a la humanidad a horizontes hoy impensables... comenzando por una segura expedición a Marte.

REFERENCES

- [1] Mendoza, E. E. A. (2014, 12 noviembre). Métodos de Identificación dinámica.
https://www.academia.edu/9275246/M%C3%A9todos_de_Identificaci%C3%B3n_din%C3%A1mica
- [2] Gonzalez-Hernandez, Hugo G. Sistemas de control en tiempo continuo y discreto. Editorial Digital Tec. 2012.
- [3] Procesos estocásticos — documentación de Curso de imágenes médicas - 1.0. (s. f.).
<https://www.famaf.unc.edu.ar/%7Epperez1/manuales/cim/cap5.html>