UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA

CENTRO DE TECNOLOGIA

ENGENHARIA ELÉTRICA

TRABALHO DE MÉTODOS NUMÉRICOS E COMPUTACIONAIS

FELIPE STIVAL

GUSTAVO FENNER

ISRAEL PANAZOLLO

Santa Maria RS

Agosto 2017

QUESTÕES

1)Pesquise e responda: O que é o Épsilon da Máquina? Apresente um programa em Python para obter o épsilon do computador que você usa. Qual o valor obtido com seu programa?

O épsilon de máquina (ε) é um valor que mostra a distância entre 1 e próximo número maior que um 1 representável no sistema de ponto flutuante. Sendo assim, não existem números no intervalo de (1, 1+ε).

O raciocínio usado foi dividir o número x= 1 sucessivamente e compará-lo, somando com 1, ao número 1, desse modo quando a comparação x +1 deixasse de ser maior que 1, encontraríamos o menor valor representável maior que 1, ou seja, o épsilon da máquina.

O número obtido é 1.11022302463e-16 que é obtido na 53ª repetição do algoritmo.

2)Considere as expressões:

$$\frac{e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{1}{x}}} \quad \text{e} \quad \frac{1}{e^{\frac{-1}{x}}+1}$$

Verifique que, para x > 0, são funções idênticas, então, use um programa em Python para testar o valor de cada uma para alguns valores de x entre 0:1 e 0:001. Qual dessas expressões é mais adequada quando x é um número pequeno? Explique.

Analiticamente é possível verificar que ambas as funções são iguais para x positivo. Posteriormente, tratamos de testar as duas funções no python. Por vezes ocorrem diferenças em casas decimais ínfimas e em outras vezes os valores são iguais. Porém, para x = 0.001, a primeira função causa um erro de overflow no python, indicando que esta é menos eficiente para valores pequenos. Realizamos alguns testes para valores ainda menores, e a segunda função foi a única a funcionar.

O raciocínio foi bastante simples: escrevemos duas funções que receberiam o x como parâmetro e retornariam os resultados, e as chamamos em um loop onde são testados vários valores entre 0.001 e 0.1

3)O número “e” pode ser definido pela série $e=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}$. Apresente um programa em Python para obter uma aproximação para e com erro relativo menor que 0.0001 .

Para obter essa informação bastou fazer um loop até que o erro relativo fosse inferior a 0,0001, sendo que este erro é dado pela seguinte equação: erro relativo = (valor real – valor de x)/ valor real

No fim foi obtido o valor 2,71805555556 para o número de Euler.

4) A fórmula de Leibniz para o número π é dada pela série infinita
$\frac{\pi}{4} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$
Apresente um programa em Python para obter uma aproximações para π usando 50 termos da série.

Programando um loop que fizesse a soma dos termos, segundo o termo geral dado acima ,até 50 termos o valor de π encontrado é 3.12159465259.

Também constatamos que quanto mais termos vão sendo somados, mais próximo do valor real de π chegamos, por exemplo, ao usar 1000 termos o valor já está muito aproximado do real.

5) Apresente um programa em Python para obter aproximações para o valor da função f(x) = ln(1 + x) usando expansões em séries de Taylor em torno do ponto x = 0. Descubra quantos termos da série precisam ser retidos para calcular ln(0.8) com erro absoluto inferior a 0.0001.

Criamos um loop que calcula a soma dos k primeiros valores da série de Taylor da função ln(1 + x), e que para assim que o erro absoluto é inferior a 0.0001. Isso se ocorre na quarta tentativa. O erro é determinado comparando à função log do módulo math.

O valor encontrado para f(x) em x=0 é -0.223066666667 com erro absoluto valendo 7.6884647543e-05

CONCLUSÃO

Primeiramente, o primeiro exercício comprova que o número de valores que podem ser representados nos cálculos computacionais são limitados, sobretudo pela capacidade de armazenagem da máquina.

Outra consideração importante é que através do cálculo numérico associado ao processamento do computador, números irracionais como o Pi e o número de Euler, podem ser estimados com uma alta precisão e que quanto maior o número de termos somados nas séries mais próximo do valor real chegamos.

Por fim, ressaltamos a importância da computação na resolução dos cálculos uma vez que reduz o trabalho e aumenta a velocidade de resolução em comparação ao ser humano, muito embora temos que ter em mente as limitações das máquinas bem como estar ciente dos erros que advém disso.