Métodos Numéricos - Trabalho T4

Integração Numérica e Resolução de Sistemas Lineares
Prof. Tiago Martinuzzi Buriol

1. Use um programa em Python para integrar numericamente a função

$$\int_0^3 x^2 e^x dx$$

usando a regra dos trapézios, a regra de 1/3 de Simpson e a regra de 3/8 de Simpson com 12 subintervalos. Compare dos resultados obtidos com a solução analítica.

2. Suponha que uma força para cima de resistência do ar em um objeto em queda livre seja proporcional ao quadrado da velocidade. Nesse caso, a velocidade pode ser calculada por

$$v(t) = \sqrt{\frac{gm}{c_d}} tanh\left(\sqrt{\frac{gc_d}{m}}t\right)$$

em que c_d é o coeficiente de arrasto de segunda ordem. Se $g = 9,81m/s^2$, $m = 68,1kg$, e $c_d = 0,25kg/m$, calcule, usando um programa em Python e integração numérica, quanto o objeto cai em $10s$. Use um número de intervalos suficientemente grande para que se tenha pelo menos três casas decimais de precisão.

3. A massa total de uma haste de densidade variável é dada por

$$m = \int_0^L \rho(x) A_c(x) dx$$

em que m é a massa, $\rho(x)$ é a densidade, $A_c(x)$ é a área da seção transversal, x é distância ao longo da haste e L é o comprimento total da haste. Os seguintes dados foram medidos para uma haste de $12m$. Determine a massa em quilogramas usando integração numéria com as regras de 1/3.

x, m	0	2	4	6	8	10	12
$\rho, g/cm^3$	4,00	3,95	3,80	3,60	3,41	3,30	3.20
A_c, cm^3	100	103	110	120	133	150	171

4. Desenvolva um programa para resolver o sistema abaixo, utilizando algum método interativo e algum método de decomposição.

$$\begin{cases} 6.1x_1 + 0.32x_2 + 1.3x_3 + 2.1x_4 + 0.11x_5 = 19.52 \\ 0.82x_1 + 8.81x_2 + 1.01x_3 + 3x_4 + 3.12x_5 = 15.83 \\ 0.5x_1 + 1.78x_2 + 15.2x_3 + 4.2x_4 + 8.1x_5 = -22.14 \\ 4.2x_1 + 5.3x_2 + 1.8x_3 + 20.9x_4 + 7.51x_5 = 27.28 \\ 0.2x_1 + 9.1x_2 + 4.68x_3 + 4.3x_4 + 20.1x_5 = -21.78 \end{cases}$$

5. O *método das diferenças finitas* transforma a equação diferencial ordinária

$$\begin{cases} y'' + x^2 y' - 4xy = 0, & x \in [0,1] \\ y(0) = 0, \;\; y(1) = 5 \end{cases}$$

em um sistema de equações lineares da forma

$$(2 - k^2h^3)y_{k-1} - 4(1 + 2kh^3)y_k + (2 + k^2h^3)y_{k+1} = 0$$

com $k = 1, 2, ..., (n-1)$, $h = 1/n$, $y_0 = 0$ e $y_n = 5$.

Sabendo disso, faça $n = 5$ e monte o sistema linear associado. Então, resolva numericamente o sistema e compare a solução numérica com a solução analítica exata $y(x) = x^4 + 4x$.