

# Traitement de Signal – TP1 – HABIBI

## ISSAM

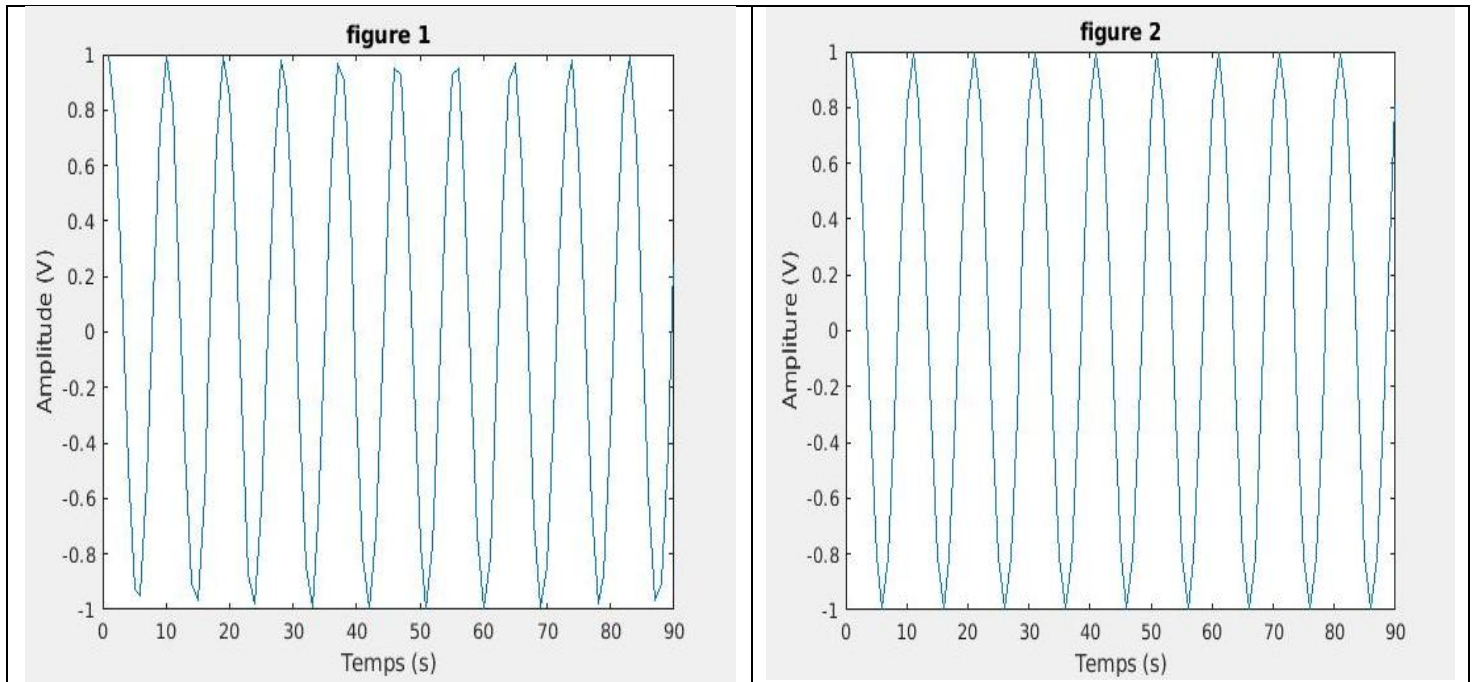
### Introduction

Le TP1 s'intéresse à l'étude de l'effet d'échantillonnage sur un signal numérique qui serait généré et représenté avec l'outil MATLAB.

### Travail effectué

#### Effet de l'échantillonnage : Génération et tracé d'un cosinus numérique

Dans cette partie, on a généré un nombre donné d'échantillons de cosinus d'une fréquence donnée  $f_0 = 1100$  Hz et échantillonné sous une fréquence  $F_e = 10000$  Hz ( puis  $1000$  Hz ). Les deux figures correspondantes à chaque cas sont :

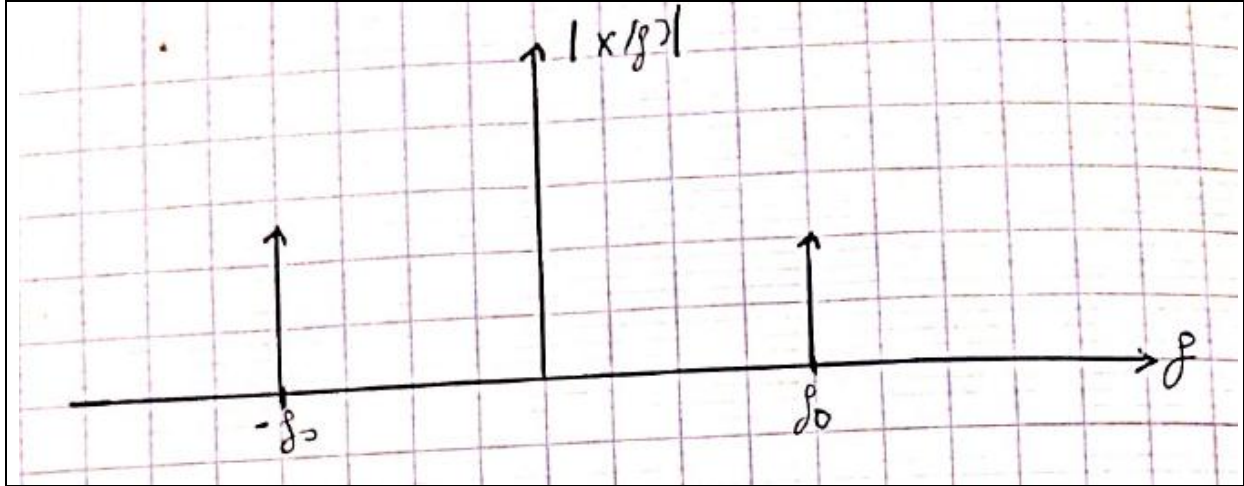


On remarque que la fréquence mesurée dans le deuxième cas ne correspond pas à la fréquence  $f_0$ . Ceci est dû au non respect du condition de Shanon ( $F_e > 2F_{\max}$ ) dans le deuxième cas.

#### Transformée de Fourier discrète (TFD) : Génération et tracé de la TFD d'un cosinus numérique :

##### 1- Etude théorique :

- a- La transformée de Fourier d'un cosinus d'amplitude A et de fréquence  $f_0$  est :  $\frac{A}{2} * [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]$  , Son tracé est le suivant :



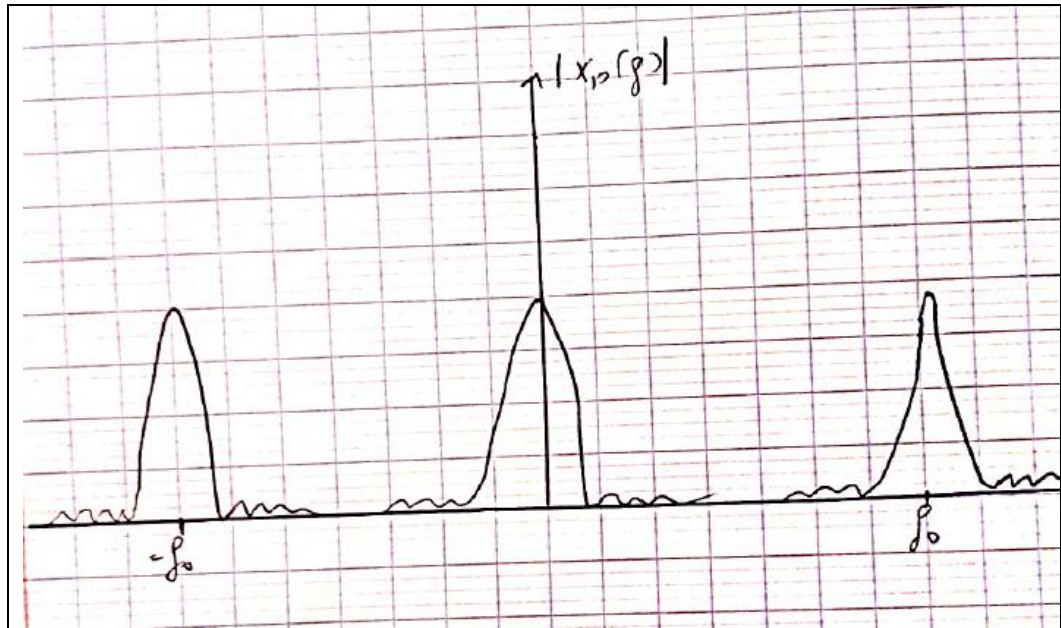
$$\begin{aligned} \text{b- } X_D(f) &= \sum_{k=0}^{N-1} x(kTe) e^{-2\pi j f kTe} \\ &= \frac{A}{2} * \sum_{k=0}^{N-1} e^{-2\pi j (f_0 - f) kTe} + \frac{A}{2} * \sum_{k=0}^{N-1} e^{-2\pi j (f_0 + f) kTe} \end{aligned}$$

Or, la première somme est nulle si  $f = f_0$  et égale à N sinon et la deuxième somme est calculable car c'est une suite géométrique, d'où :

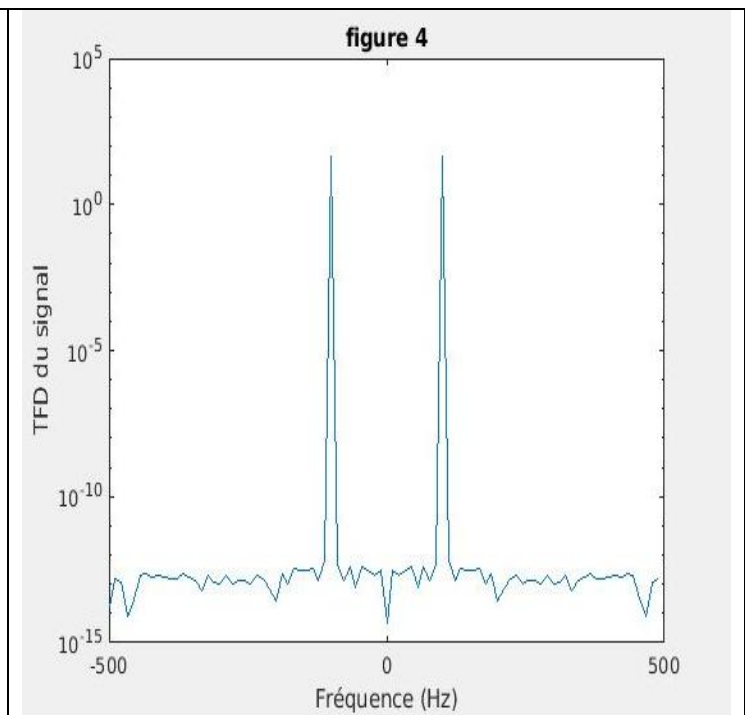
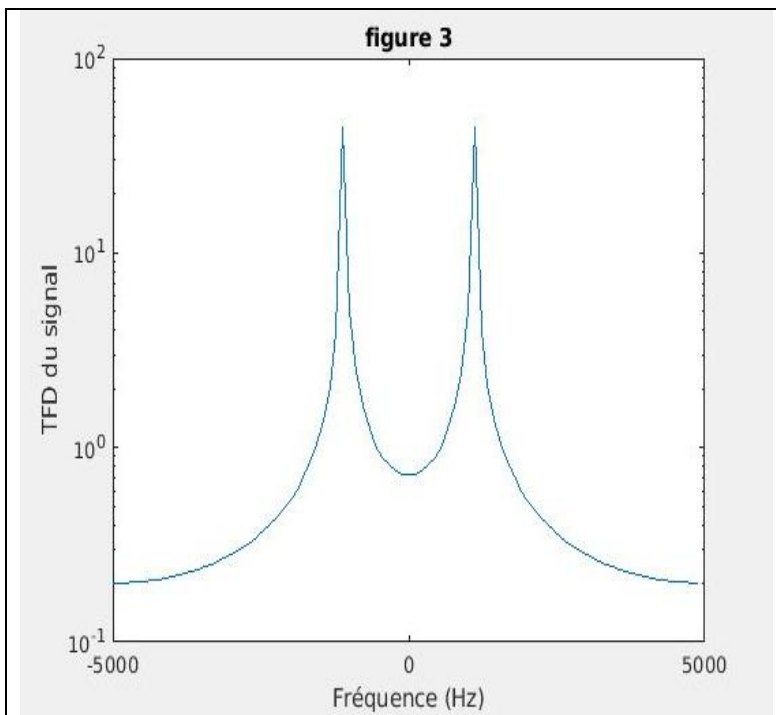
$$X_D(f) = \frac{A}{2} * N + \frac{A}{2} e^{-\pi j (f_0 + f)(N-1)Te} * \frac{\sin(\pi(f_0 + f)NTe)}{\sin(\pi(f_0 + f)Te)} \text{ si } f \neq f_0$$

$$X_D(f) = \frac{A}{2} e^{-\pi j (f_0 + f)(N-1)Te} * \frac{\sin(\pi(f_0 + f)NTe)}{\sin(\pi(f_0 + f)Te)} \text{ si } f = f_0$$

Le tracé (à la main) est le suivant. On obtient le même signal que celui de la question b sauf qu'on a une nouvelle composante en 0.



## 2- Implantation :



## Transformée de Fourier discrète :

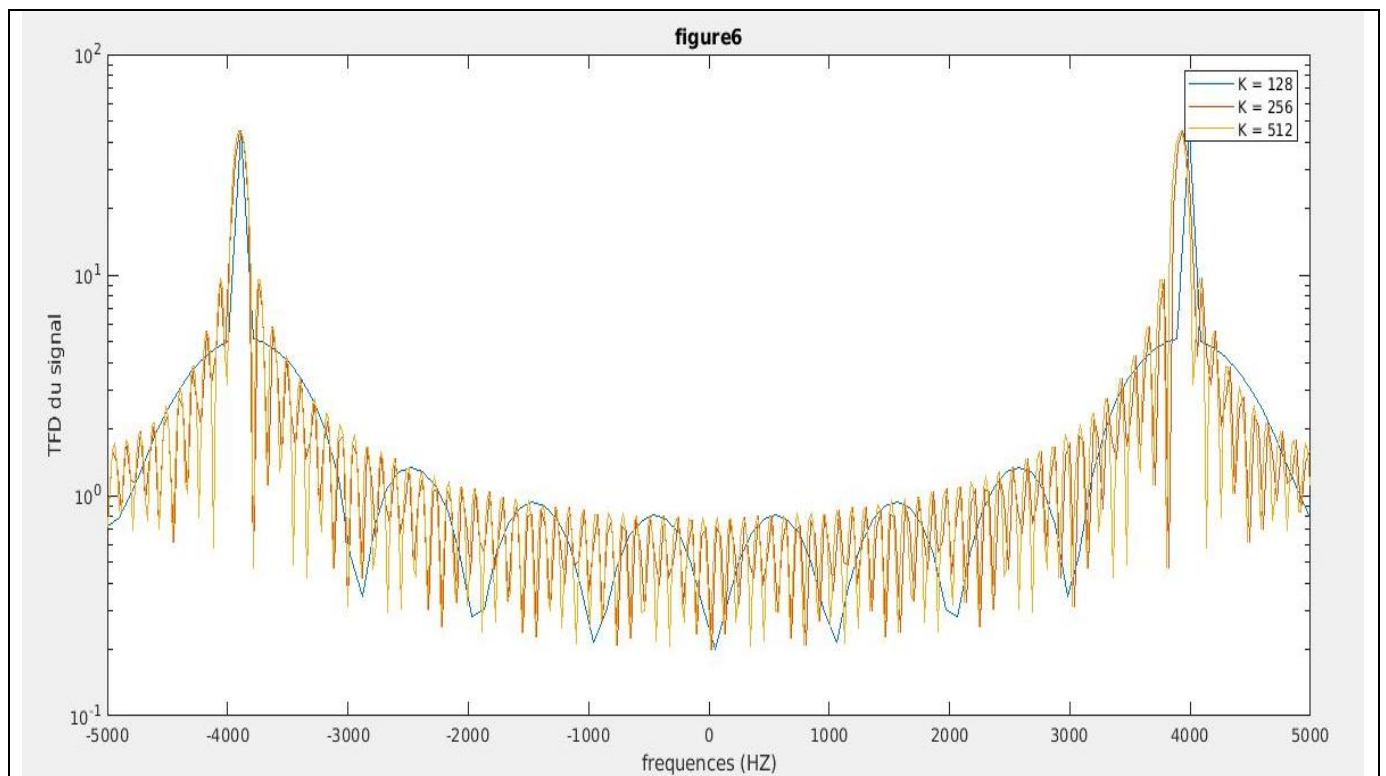
- 1- La transformée de Fourier numérique est périodique de période  $F_e$  d'où il suffit de la calculer sur 0 et  $F_e$ .

$$2- X_D\left(\frac{nFe}{N}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} x(kTe) e^{-\frac{2\pi j n Fe}{N} kTe} = \sum_{k=0}^{N-1} x(kTe) e^{-\frac{2\pi j nk}{N}}.$$

$$\begin{aligned} 3- Y_D\left(\frac{nFe}{N}\right) &= \sum_{k=0}^{MN-1} y(kTe) e^{-\frac{2\pi j n Fe}{MN} kTe} \\ &= \sum_{k=0}^{MN-1} y(kTe) e^{-\frac{2\pi j nk}{MN}} \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} x(kTe) e^{-\frac{2\pi j nk}{MN}} \end{aligned}$$

Le signal y était défini pour améliorer la résolution de l'analyse spectrale, car on a augmenté le nombre de points sur lequel on calcule la transformée de Fourier numérique de N à MN

5 – Le tracé du module de la transformée de Fourier avec la méthode du Zero-Padding avec différentes valeurs de N ( 128 , 256 et 512 ) est le suivant :

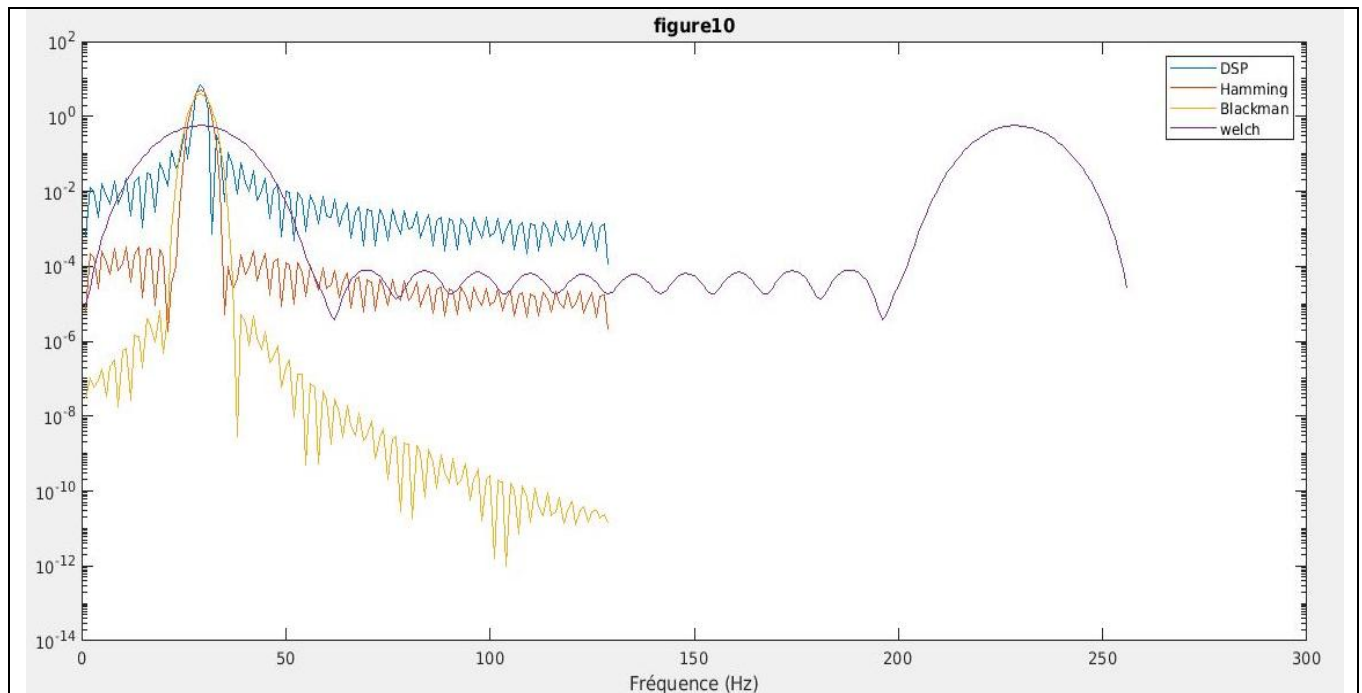


On en déduit que la méthode du Zero-Padding sert à augmenter la résolution spectrale et s'approche du modèle théorique en augmentant le nombre de points .

**Densité spectrale de puissance (DSP) numérique : Estimation et tracé de la DSP d'un cosinus en numérique :**

Le but de cette partie était de Générer et tracer la DSP du signal x en implantant un périodogramme dans un premier temps , puis un périodogramme qui utilise une fenêtre de Hamming puis un autre qui utilise une fenêtre de Blackman et finalement avec la méthode de pwelch . Les différentes figures obtenu pour le DSP sont regroupés dans cette figure :

On en déduit que la méthode utilisant la fonction pwelch est une bonne méthode car elle permet aux



fenêtres de se recouvrir sur la moitié de leur longueur alors que les autres méthodes comme celle du périodogramme ont des inconvénients comme l'estimation non biaisée de la fonction d'autocorrelation et la diminution du pouvoir séparateur dans le fenêtrage .

