



Rapport projet traitement du signal

Issam ALOUANE

Département Sciences du Numérique - Première année
2021-2022

Table des matières

1	Introduction	3
2	Construction du signal MF-TDMA à décoder	3
2.1	Paramètres	3
2.2	Etude théorique	3
2.2.1	Calcul de la densité spectrale de puissance	3
2.2.2	Expression de la puissance du bruit à ajouter	4
2.3	Implantation	5
2.3.1	Modulation bande base	5
2.3.2	Construction du signal MF-TDMA	6
3	Mise en place du récepteur MF-TDMA	8
3.1	Démultiplexage des porteuses	8
3.1.1	Synthèse du filtre passe-bas	8
3.1.2	Synthèse du filtre passe-haut	10
3.1.3	Filtrage	12
3.2	Retour en bande de base	12
3.3	Détection du slot utile	12
3.4	Démodulation bande de base	12
4	Conclusion	12
5	Références	13

Table des figures

1	Construction du signal MF-TDMA à décoder	3
2	Le tracé des deux signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$	5
3	Le tracé des DSP des deux signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$	6
4	Le tracé des deux signaux à envoyer sur les porteuses.	6
5	Le tracé du signal MF-TDMA	7
6	La densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA	8
7	Récepteur MF-TDMA à implanter	8
8	Le tracé de la réponse impulsionnelle et la réponse en fréquence du filtre passe-bas implanté.	9
9	Densité spectrale du MF-TDMA et du filtre passe-bas	10
10	Le tracé de la réponse impulsionnelle et la réponse en fréquence du filtre passe-haut implanté.	11
11	Densité spectrale du MF-TDMA et du filtre passe-bas	11
12	Le tracé deux signaux résultants après le passage du signal par les deux filtres. . .	12

1 Introduction

L'objectif de ce projet était d'accéder à la station d'interconnexion en tant qu'émetteur et en tant que récepteur

2 Construction du signal MF-TDMA à décoder

La figure 1 présente la trame MF-TDMA à étudier, implanter puis décoder.

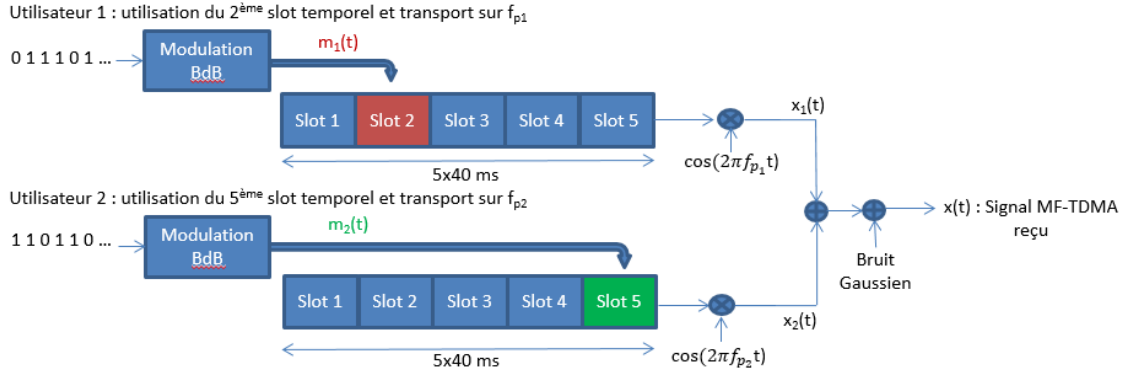


FIGURE 1 – Construction du signal MF-TDMA à décoder

2.1 Paramètres

La trame MF-TDMA est composée de 2 porteuses, $f_{p1} = 0$ kHz et $f_{p2} = 46$ kHz, contenant chacune 5 timeslots de durées $T = 40$ ms. La fréquence d'échantillonnage est fixée à 128 kHz. Les deux utilisateurs vont accéder au système en utilisant la trame de la manière suivante :

- L'utilisateur n° 1 exploite le 2^{ème} timeslot de la porteuse n° 1 (f_{p1}).
- L'utilisateur n° 2 exploite le 5^{ème} timeslot de la porteuse n° 2 (f_{p2}).

Le canal de transmission considéré sera à bruit additif blanc et Gaussien (canal AWGN : Additive White Gaussian Noise). La puissance du bruit à ajouter devra être déduite du rapport signal sur bruit (SNR : Signal to Noise Ratio) souhaité donné en dB.

2.2 Etude théorique

Le signal MF-TDMA non bruité peut s'écrire de la manière suivante :

$$x(t) = m_1(t) \cos(2\pi f_1 t + \phi_1) + m_2(t) \cos(2\pi f_2 t + \phi_2)$$

2.2.1 Calcul de la densité spectrale de puissance

On a :

$$x(t) = m_1(t) \cos(2\pi f_1 t + \phi_1) + m_2(t) \cos(2\pi f_2 t + \phi_2)$$

Par les hypothèses données :

$$x(t) = m_1(t) \cos(2\pi f_1 t) + m_2(t) \cos(2\pi f_2 t)$$

Alors par passage au transformée de fourrier :

$$X(f) = M_1(f) * \frac{(\delta(f - f_{p1}) + \delta(f + f_{p1}))}{2} + M_2(f) * \frac{(\delta(f - f_{p2}) + \delta(f + f_{p2}))}{2}$$

Alors :

$$X(f) = \frac{(M_1(f - f_{p_1}) + M_1(f + f_{p_1}) + M_2(f - f_{p_2}) + M_2(f + f_{p_2}))}{2}$$

Et puisque (par définition) : $s_x(f) = |X(f)|^2$ Alors :

$$s_x(f) = \left| \frac{(M_1(f - f_{p_1}) + M_1(f + f_{p_1}) + M_2(f - f_{p_2}) + M_2(f + f_{p_2}))}{2} \right|^2$$

Et, puisque les signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$ occupent la même bande de fréquence $[-b, b]$ autour de 0 et aussi $b \ll f_{p_1}$ et $b \ll f_{p_2}$, alors si on essaie, par exemple, de calculer : $M_1(f - f_{p_1})M_1(f + f_{p_1})$ on aura 0, car $M_1(f + f_{p_1}) \neq 0$ que sur $[f_{p_1} - b, f_{p_1} + b]$ et $M_2(f - f_{p_1}) \neq 0$ que sur $[-f_{p_1} - b, -f_{p_1} + b]$ et puisque $b \ll f_{p_1}$ alors les deux intervalles sont disjoints, et le produit est 0. De même, on montre que les produits deux à deux entre $M_1(f - f_{p_1})$ et $M_1(f + f_{p_1})$ et $M_2(f - f_{p_2})$ et $M_2(f + f_{p_2})$ sont tous nuls.

D'où on peut conclure que :

$$s_x(f) = \frac{|(M_1(f - f_{p_1}))|^2}{4} + \frac{|(M_1(f + f_{p_1}))|^2}{4} + \frac{|(M_2(f - f_{p_2}))|^2}{4} + \frac{|(M_2(f + f_{p_2}))|^2}{4}$$

Finalement,

$$s_x(f) = \frac{S_{m_1}(f - f_{p_1})}{4} + \frac{S_{m_1}(f + f_{p_1})}{4} + \frac{S_{m_2}(f - f_{p_2})}{4} + \frac{S_{m_2}(f + f_{p_2})}{4}$$

2.2.2 Expression de la puissance du bruit à ajouter

On sait que :

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{P_s}{P_b} \right)$$

Alors :

$$P_b = P_s 10^{\frac{-SNR}{10}}$$

2.3 Implantation

2.3.1 Modulation bande base

1. Calcul de N_s

$$N_s = \frac{T/T_e}{length(bits_utilisateurs_1)}$$

Le nombre d'échantillon pour chaque information est la période voulue T divisé par la période d'échantillonnage T_e qui donne le nombre total des échantillon et pour obtenir le nombre d'échantillon par information il faut diviser ce nombre par la longueur du signal

2. Tracés des signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$

Les figures ci-après montrent les tracés des signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$. Ils étaient réalisées par la fonction matlab Kron qui réplique chaque élément du message N_s fois, mais puisqu'on a un message binaire, c'est-à-dire $m_1(t)$ et $m_2(t)$ seront limités entre 0 et 1, il faut multiplier par 2 et soustraire 1 pour être dans l'intervalle $[-1,1]$

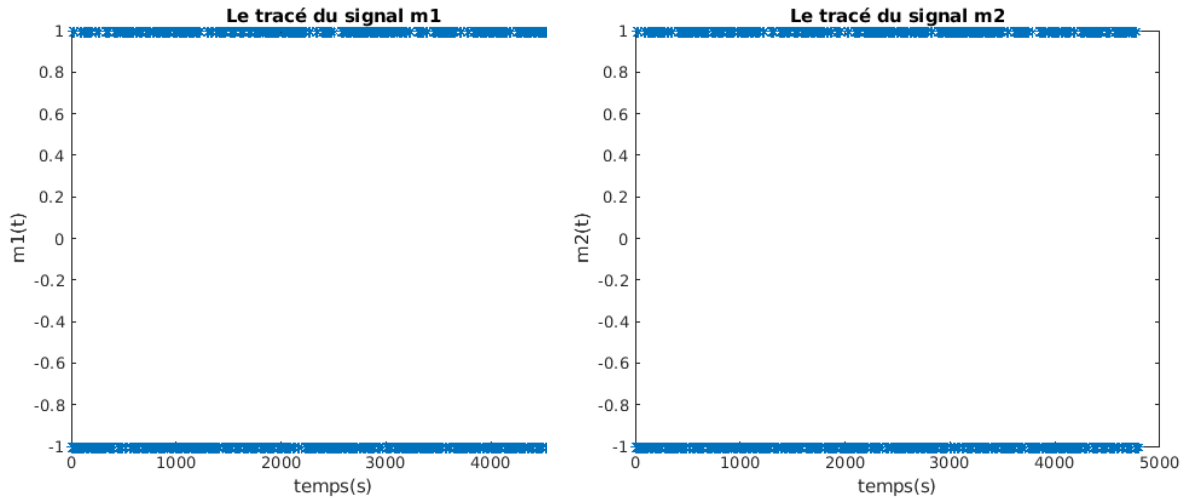


FIGURE 2 – Le tracé des deux signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$.

3. Estimation et tracé des densités spectrales de puissance des signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$. Concernant l'estimation on donnera notamment l'estimateur utilisé.

Les estimations utilisées sont les suivantes : $s_{m_1}(f) = |TF(m_1)(f)|^2$ et $s_{m_2}(f) = |TF(m_2)(f)|^2$ afin d'obtenir la figure suivante :

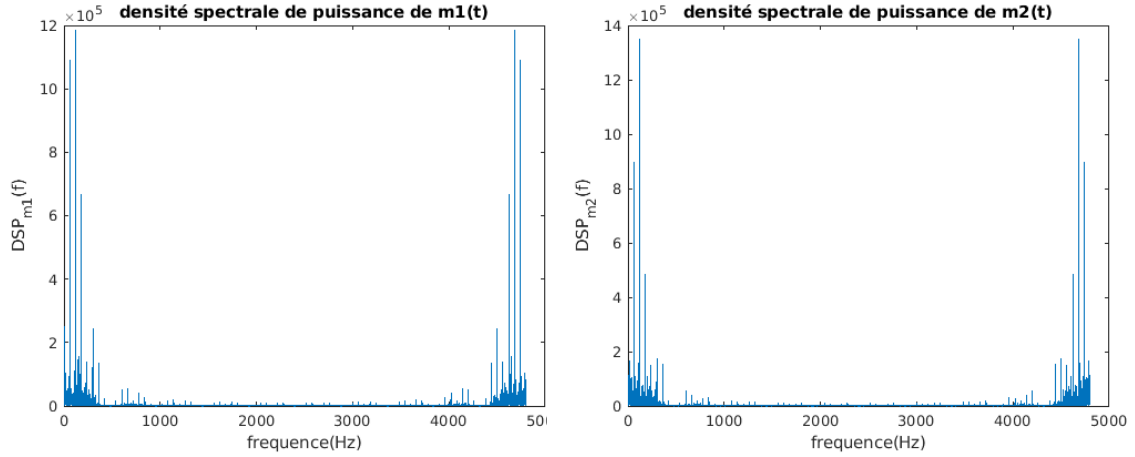


FIGURE 3 – Le tracé des DSP des deux signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$.

2.3.2 Construction du signal MF-TDMA

1. Tracé des signaux à envoyer sur porteuse pour chaque utilisateur.

Après génération de deux signaux comportant 5 slots chacun de durée $T = 40$ ms, on a mis les deux signaux dans les slots autorisés comme montre la figure suivante :

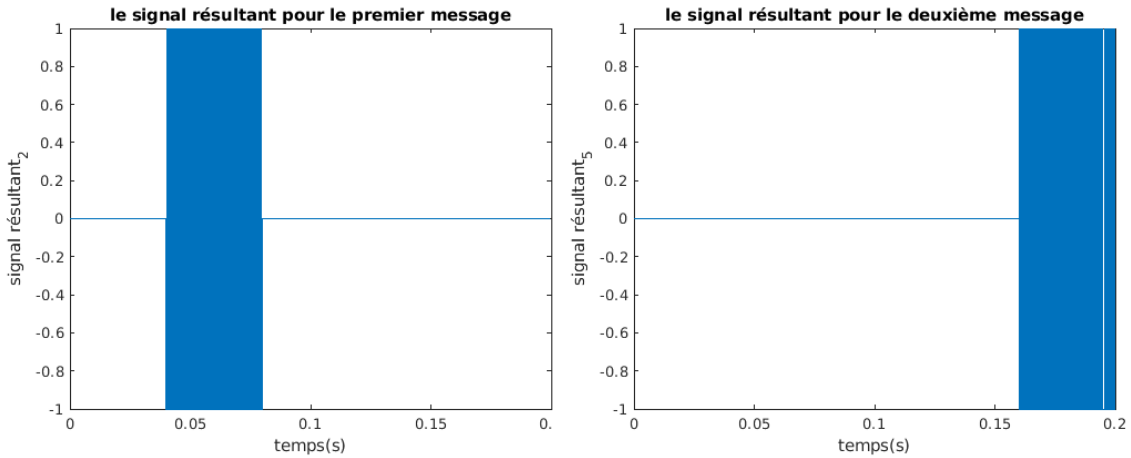


FIGURE 4 – Le tracé des deux signaux à envoyer sur les porteuses.

2. Tracé du signal MF-TDMA. Le tracé observé est-il conforme à ce qui est attendu ? Explications.

Le tracé ci-après montre le signal MF-TDMA résultant. Il est conforme à ce qui est attendu car on a une juxtaposition des deux figures précédentes dans une même figure et l'ajout d'un bruit gaussien qui va causer un décalage dans les limites, ce qu'on voit bien dans la figure 5 où le signal MF-TDMA n'est plus limité entre -1 et 1, il les dépasse un peu

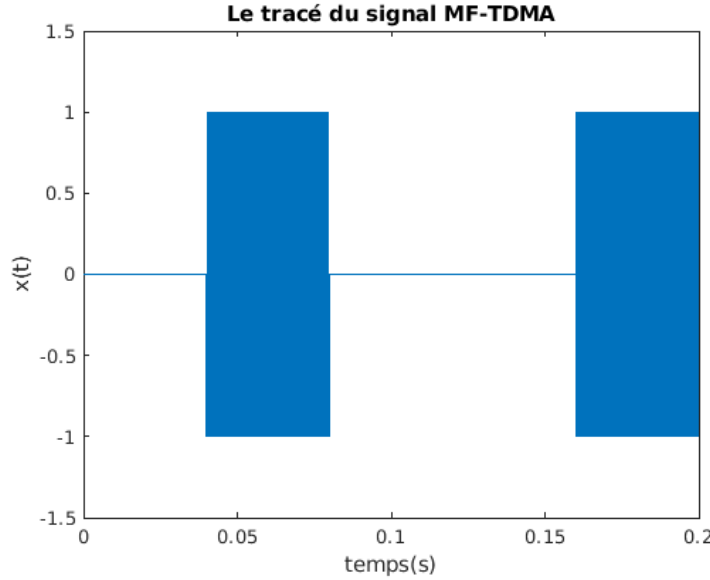


FIGURE 5 – Le tracé du signal MF-TDMA

3. Estimation puis tracé de la densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA. Le tracé observé est-il conforme à l'expression théorique obtenue précédemment ? Explications. Pour faire un appel à section : on retrouve bien le résultat obtenu dans la partie théorique (paragraphe 2.2.1). En effet ...

La figure 6 représente le tracé de la densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA. Ce tracé-là n'est pas totalement conforme à l'expression trouvée dans la partie théorique (paragraphe 2.2.1) (car pour $f_{p1} = 0$ on obtient

$$s_x(f) = \frac{S_{m_1}(f)}{2} + \frac{S_{m_2}(f - f_{p2})}{4} + \frac{S_{m_2}(f + f_{p2})}{4}$$

On a la DSP du signal 2 divisé par 4 mais la DSP du signal 1 n'est pas divisé par 2), et ceci est parce que, dans nos calculs, on a supposé que $f_{p1} \gg b$ avec $b > 0$ mais alors on a pris $f_{p1} = 0$ et les calculs ne seront plus valides. Mais, on peut resumer les calculs fait dans (paragraphe 2.2.1) avec $f_{p1} = 0$ on obtient :

$$x(t) = m_1(t) + m_2(t) \cos(2\pi f_2 t)$$

Après, puisque $f_{p2} \gg b$ et $b > 0$ c'est-à-dire que $f_{p2} \gg 0$, et encore pour les mêmes raisons citées auparavant, on aboutit au résultat suivant :

$$s_x(f) = S_{m_1}(f) + \frac{S_{m_2}(f - f_{p2})}{4} + \frac{S_{m_2}(f + f_{p2})}{4}$$

ce qui est conforme au tracé de la figure 6.

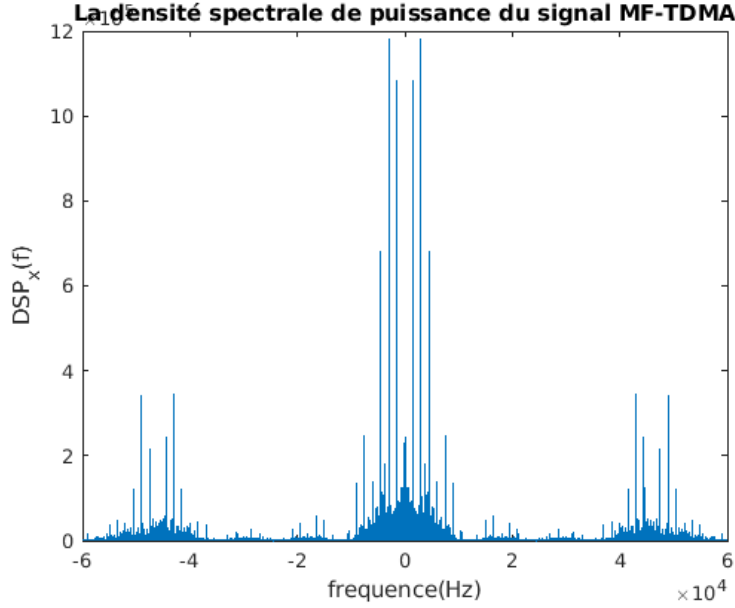


FIGURE 6 – La densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA

3 Mise en place du récepteur MF-TDMA

La figure 7 présente le récepteur à implanter pour retrouver, à partir du signal MF-TDMA bruité, les messages binaires envoyés par les deux utilisateurs.

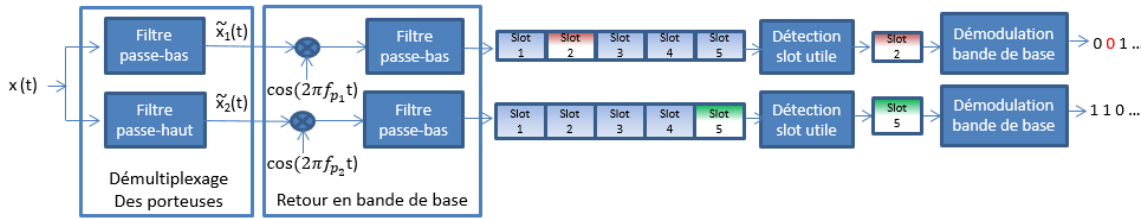


FIGURE 7 – Récepteur MF-TDMA à implanter

3.1 Démultiplexage des porteuses

Le démultiplexage des porteuses se fait par filtrage : à partir du signal MF-TDMA reçu, un filtre passe-bas permet de récupérer le signal porté par le cosinus à la fréquence f_{p_1} (provenant de l'utilisateur 1), tandis qu'un filtre passe-haut permet de récupérer le signal porté par le cosinus à la fréquence f_{p_2} (provenant de l'utilisateur 2).

3.1.1 Synthèse du filtre passe-bas

1. Rappel de la réponse impulsionnelle idéale du filtre passe-bas à implanter (calcul effectué dans le TP2).

La réponse impulsionnelle d'un filtre passe-bas est la suivante :

$$h(t) = F \text{sinc}(\pi F t)$$

2. Explications implémentation.

Pour implémenter la réponse impulsionnelle d'un filtre passe-bas, on a une fonction sinus cardinal sur matlab qui est définie par $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$, donc il suffit d'écrire

$$h = 2 \frac{f_c}{f_e} \text{sinc}(2 \frac{f_c}{f_e} k)$$

avec :

- (a) f_c : La fréquence de coupure
- (b) f_e : la fréquence d'échantillonnage
- (c) k : une matrice allant de l'ordre du filtre moins 1 sur 2 jusqu'à l'ordre plus 1 sur 2 avec un pas de 1

3. Tracé de la réponse impulsionnelle et de la réponse en fréquence du filtre implanté.

La figure 8 ci-après montre la réponse impulsionnelle et la réponse en fréquence du filtre passe-bas implanté :

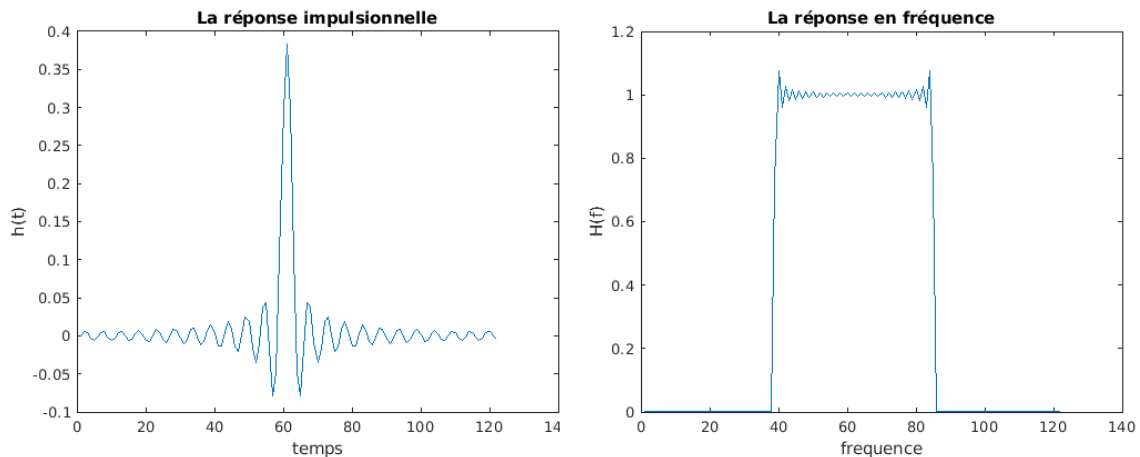


FIGURE 8 – Le tracé de la réponse impulsionnelle et la réponse en fréquence du filtre passe-bas implanté.

4. Tracé de la densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA reçu et du module de la réponse en fréquences du filtre implanté. Le filtre implanté vous paraît-il réaliser la fonction souhaitée ? Explications.

Le filtre implanté paraît réaliser la fonction souhaitée puisqu'il a conservé les fréquences inférieures à 2600 Hz et supérieures à -2600 Hz et supprime les autres.

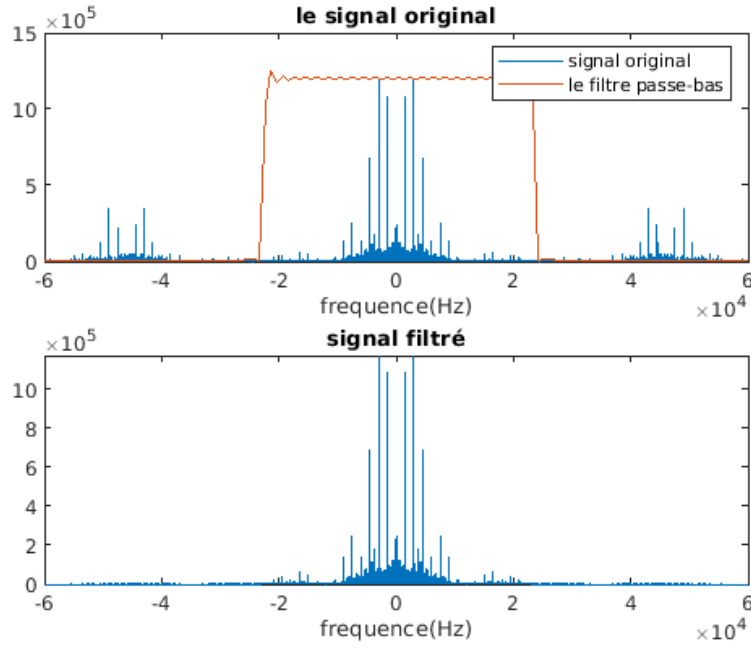


FIGURE 9 – Densité spectrale du MF-TDMA et du filtre passe-bas

3.1.2 Synthèse du filtre passe-haut

1. Calcul de la réponse impulsionnelle idéale du filtre passe-haut à implanter.

La réponse en fréquence d'un filtre passe-haut idéal peut être donnée par :

$$H_{p_h}(f) = 1 - H_{p_b}(f)$$

alors on peut déduire :

$$h_{p_h}(t) = \delta(t) - h_{p_b}(t)$$

2. Explications implémentation.

Puisque $\delta(t) = \begin{cases} 1, & \text{si } t = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ alors pour tout t non nul on a $h_{p_b}(t) = -h_{p_h}(t)$ et

$h_{p_b}(0) = 1 - h_{p_h}(0)$, et puisqu'on a déjà implanté h_{p_b} alors on peut écrire : $h_{p_b} = -h_{p_h}$ et pour exprimer $t = 0$ il suffit d'affecter au milieu de h_{p_h} le milieu de h_{p_b} en le multipliant par -1 et en l'ajoutant à 1

3. Tracé de la réponse impulsionnelle et de la réponse en fréquence du filtre implanté.

La figure 10 ci-après montre la réponse impulsionnelle et la réponse en fréquence du filtre passe-haut implanté :

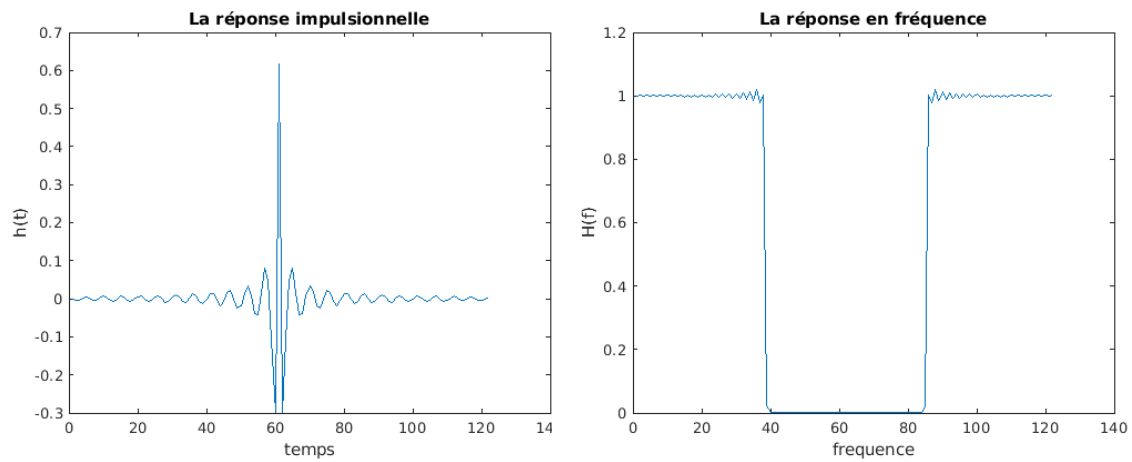


FIGURE 10 – Le tracé de la réponse impulsionnelle et la réponse en fréquence du filtre passe-haut implanté.

4. Tracé de la densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA reçu et du module de la réponse en fréquences du filtre implanté. Le filtre implanté vous paraît-il réaliser la fonction souhaitée ? Explications.

Le filtre implanté paraît réaliser la fonction souhaitée puisqu'il a supprimé les fréquences inférieures à 2600 Hz et supérieures à -2600 Hz et a conservé les autres.

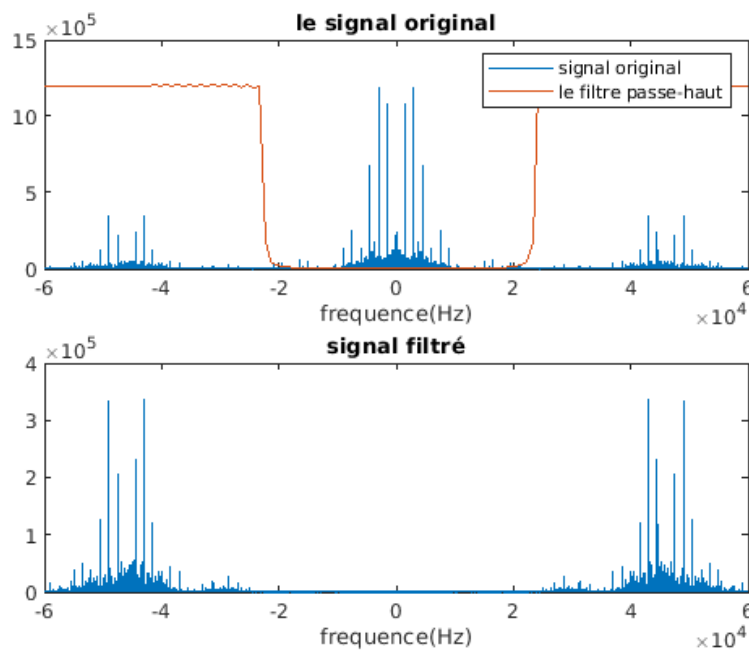


FIGURE 11 – Densité spectrale du MF-TDMA et du filtre passe-bas

3.1.3 Filtrage

Avant d'effectuer le filtrage, on avait d'abord fait le zero padding pour respecter la condition de causalité. Ainsi, on avait obtenu la figure ci-après qui représente les tracés des signaux après filtrage. Ces tracés paraissent logique puisqu'après le filtre passe-bas une grande partie du signal haute fréquence a été supprimé (puisque le filtre n'est pas parfait) et aussi pour le filtre passe-haut.

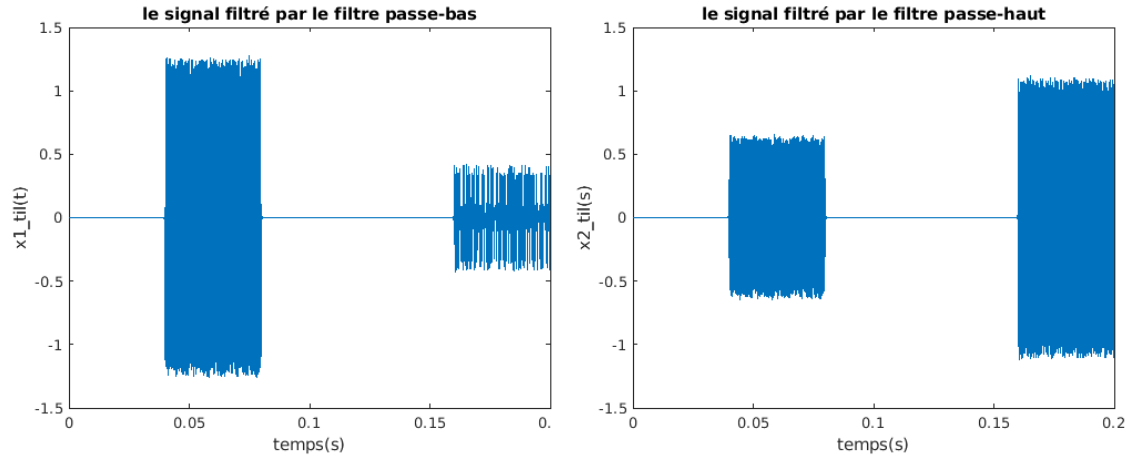


FIGURE 12 – Le tracé deux signaux résultants après le passage du signal par les deux filtres.

3.2 Retour en bande de base

Puisqu'on a supposé que notre système est parfaitement synchronisé, c'est-à-dire que l'émetteur et le récepteur connaissent les fréquences porteuses, alors on peut effectuer notre retour en bande de base en multipliant le premier signal par $\cos(2\pi f_{p1}t)$ et le deuxième par $\cos(2\pi f_{p2}t)$ avec t la matrice temps précédemment défini dans le code

3.3 Détection du slot utile

Pour chaque utilisateur, afin de procéder à la détection du slot utile, on divise la trame après retour en bande de base en tranches de durée $T = 40$ ms. Afin de détecter le slot utile, on calcule l'énergie de chaque tranche et on stocke les résultats dans une matrice "energie", ensuite on cherche l'indice du maximum dans cette matrice qui sera l'indice du slot utile

3.4 Démodulation bande de base

Pour chaque utilisateur, à partir du message retrouvé dans le slot utile, on réalise une démodulation bande de base qui permet de retrouver les messages binaires envoyés. On utilise ensuite la fonction *bin2str.m* fournie afin de retrouver les messages textes.

4 Conclusion

Après avoir exécuté tout le programme, on obtient les deux indices qui vont nous guider au prof mystère :

1. Ma probabilité d'apparition au semestre 5 est assez élevée.

2. Mes initiales, placées à l'envers, évoquent un vert support.

Dans le premier indice on a : 'Ma *probabilité*' donc on peut déduire qu'il s'agit d'un prof de probabilité, et le premier prof de probabilité qui tombe en esprit est Mr. Jean Yves Tourneret, puisqu'il a laissé chez nous une bonne impression avec ses cours bien organisés (Et aussi parce qu'il a une bonne relation avec les deux matières, la probabilité et le traitement du signal). Et si on essaie de voir les initiales de son nom placées à l'envers, on trouve "tyj", qui se prononce de la même manière que "tige", c'est l'interprétation de "vert support" à laquelle je me suis arrivé. Et enfin, le prof mystère est Mr. Jean Yves Tourneret

5 Références

1. Le cours et les tds du traitement du signal sur moodle
2. Les ressources matlab