Ex 1

1) • $\hat{M} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$ ou $(X_1, \dots, X_n)$ un n-échantillon de loi normale

• $\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = \frac{983 + 1002 + \dots + 986}{10} = \frac{9940}{10} = 994$

2) • $E[\hat{M}] = E\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i\right] = \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^{n} x_i\right]$

$= \frac{1}{n} \times n \, E[X_1]$

$= M$

donc $\hat{M}$ est un estimateur sans biais de M

• $Var(\hat{M}) = Var\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i\right)$

$= \frac{1}{n^2} Var\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)$

$= \frac{1}{n^2} \times n \, Var(X_1)$

$= \frac{Var(X_1)}{n} = \frac{\sigma^2}{n} \xrightarrow{n \to +\infty} 0$

alors $\hat{M}$ est un estimateur convergent

3) $n = 10 < 30$ avec σ connue, alors l'intervalle de confiance prend la forme

$IC(M) = \left[\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$

avec $\alpha = 0{,}05$
$\sigma = 8{,}05$ et $P(Z > z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{\alpha}{2} \Leftrightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96$
$n = 10$
$\bar{X} = 994$

ainsi $IC(M) = \left[994 - 1{,}96 \times \frac{8{,}05}{\sqrt{10}} ; 994 + 1{,}96 \times \frac{8{,}05}{\sqrt{10}}\right]$

$= [989{,}010 ; 998{,}989]$

Scanned by CamScanner

4)

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4$$

$\alpha = 0{,}02$

$\sigma = 8{,}05$

$$P(Z > z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{\alpha}{2} \Leftrightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}33$$

$$\sqrt{n} = \frac{2{,}33 \times 8{,}05}{4}$$

$n = 22$

Scanned by CamScanner

Ex 2

1. Il s'agit d'un test unilatéral, car la compagne ne sera considérée comme un succès que si plus de 10% des clients recevant des bons de réduction

$H_0 = \{ p = 0,1 \}$

$H_1 = \{ p > 0,1 \}$

2. $\hat{p} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

3. $Z = \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{10}}{\sqrt{\frac{\frac{1}{10} \times \frac{9}{10}}{100}}} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{100}} = \frac{10}{3} = \boxed{3,33}$

$\alpha = 0,05 \Rightarrow z_{0,05} = 1,645$

Comme

$3,33 > 1,645 \Rightarrow$ alors on rejet H_0

ainsi on accepte H_1 ; alors TEKNO il étendre la campagne promotionnelle au niveau national