TD GRAPHES :

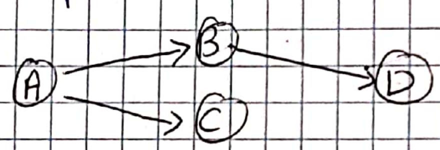
ISSAM EL KADIRI.

TRI TOPOLOGIQUE :

Définition :

Un tri topologique d'un graphe orienté produit la liste des sommets du graphe dans un ordre tel que un sommet est affiché avant tous ceux qui peuvent être atteints à partir de lui.

Exemple :



A , B , C , D } Tris topologiques
A , C , B , D }

Théorème :

Un graphe G admet un tri topologique si et seulement si le graphe orienté G est acyclique.

Preuve :

$\Rightarrow$) Supposons que G admet un cycle C.

Soit v_i le sommet de C qui apparait en premier dans le tri topologique de G, et v_j le sommet de C qui précède v_i. Donc $i < j$. Or v_j précède v_i, donc (v_j, v_i) est un arêtes de G, donc $j < i$ car G admet un tri topologique.

Contradiction ■

$\Leftarrow$) Lemme : Si G est un graphe orienté acyclique, alors il existe un sommet de G qui n'a aucune arête entrante.

Supposons que G est un graphe orienté acyclique, on montre par récurrence que G admet un tri topologique :

- Pour $n = 1$, G admet un ordre topologique.
- Soit $n \in \mathbb{N}^*$, supposons que G admette un tri topologique jusqu'à n,
- Montrons que G' qui a $n+1$ sommets admet un T.T.

G' est acyclique, donc il admet un sommet sans lien entrant v. (Lemme)

$G' - \{v\}$ est un graphe orienté car supprimer v ne peut pas créer de cycle. D'après l'hypothèse de récurrence, $G' - \{v\}$ admet un T.T.

On crée le un tri topologique de G' en mettant v d'abord, ensuite le tri topologique de $G' - \{v\}$.

Le tri est valide car v n'a pas de lien entrant ■