



# Réalisation d'un modem de fréquence selon la recommandation V21 de l'Union Internationale des Télécommunications

El hadfi Younes, El kadiri Issam

Département Sciences du Numérique - Première année  
2020-2021

# Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Modem de fréquence - Démodulation par filtrage</b>	<b>3</b>
2.1	Construction du signal modulé en fréquence . . . . .	3
2.1.1	Génération du signal NRZ . . . . .	3
2.1.2	Génération du signal modulé en fréquence . . . . .	4
2.2	Canal de transmission à bruit additif, blanc et Gaussien . . . . .	5
2.3	Démodulation par filtrage . . . . .	6
2.3.1	Synthèse du filtre passe-bas . . . . .	6
2.3.2	Synthèse du filtre passe-haut . . . . .	7
2.3.3	Filtrage, tracés, commentaires sur les résultats obtenus . . . . .	7
2.3.4	Détection d'énergie . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Modem de fréquence V21 - Démodulateur FSK</b>	<b>9</b>
3.1	Démodulateur FSK - Contexte de synchronisation idéale . . . . .	9
3.2	Démodulateur FSK avec gestion d'une erreur de synchronisation de phase porteuse . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>10</b>

## List of Figures

1	Signal modulé en fréquence. . . . .	3
2	Signal NRZ et sa densité de puissance. . . . .	4
3	Signal modulé en fréquence $x(t)$ . . . . .	5
4	Signal modulé en fréquence et bruit avec $SNR_{dB} = 10$ . . . . .	5
5	Signal bruité (Après ajout du bruit) . . . . .	6
6	Démodulation par filtrage. . . . .	6
7	Réponse fréquentielle et impulsionnelle du filtre passe-bas d'ordre égale à 601. . . . .	7
8	Réponse fréquentielle et impulsionnelle du filtre passe-haut d'ordre égale à 601. . . . .	7
9	Densité spectrale du signal modulé et la réponse en fréquence du filtre passe- bas. . . . .	8
10	Signal filtré et sa densité spectrale de puissance. . . . .	8
11	Démodulation FSK. Synchronisation supposée idéale. . . . .	9
12	Démodulation FSK - Gestion d'une erreur de phase porteuse. . . . .	10

# 1 Introduction

Dans le cadre des enseignements du module traitement du signal, et plus spécifiquement du traitement numérique du signal, il nous a été demandé de réaliser sur matlab un modem de fréquence selon la recommandation V21. Les informations concernant cette recommandation nous ont été transmises au début du projet. Ce modem devra reconstituer un signal initial, formé par une succession de bits 0 ou 1, abimé par un bruit blanc Gaussien, et ce de deux manières différentes : une démodulation par filtrage qui n'applique pas la norme V21, et une deuxième qui l'applique.

## 2 Modem de fréquence - Démodulation par filtrage

### 2.1 Construction du signal modulé en fréquence

La première étape du projet consiste à réaliser la modulation de fréquence, i.e. transformer l'information binaire à transmettre en un signal modulé en fréquence (exemple sur la figure 1). Le signal modulé en fréquence  $x(t)$  est généré de la manière suivante :

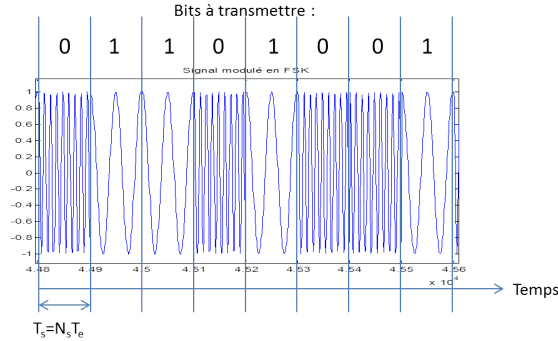


Figure 1: Signal modulé en fréquence.

$$x(t) = (1 - NRZ(t)) \times \cos(2\pi F_0 t + \phi_0) + NRZ(t) \times \cos(2\pi F_1 t + \phi_1) \quad (1)$$

où  $NRZ(t)$  est un signal de type NRZ polaire formé à partir de la suite de bits à transmettre en codant les 0 et les 1 par des niveaux 0 et 1 de durée  $T_s$  secondes.  $\phi_0$  et  $\phi_1$  sont des variables aléatoires indépendantes uniformément réparties sur  $[0, 2\pi]$  qui peuvent être obtenues sous matlab en utilisant  $rand*2*pi$ .

#### 2.1.1 Génération du signal NRZ

Après avoir défini les fréquences que nous allons utiliser, ainsi que d'autres variables telles que le nombre de bits par seconde, on génère le signal NRZ à partir de la suite

de bits  $x$ , en répétant chaque élément de  $x$  un nombre  $N_s$  de fois (où  $N_s = 160$ ). On tracera après le signal et sa densité spectrale de puissance notée :

$$S_{NRZ}(f) = \frac{1}{4}T_s \text{sinc}^2(\pi f T_s) + \frac{1}{4}\delta(f) \quad (2)$$

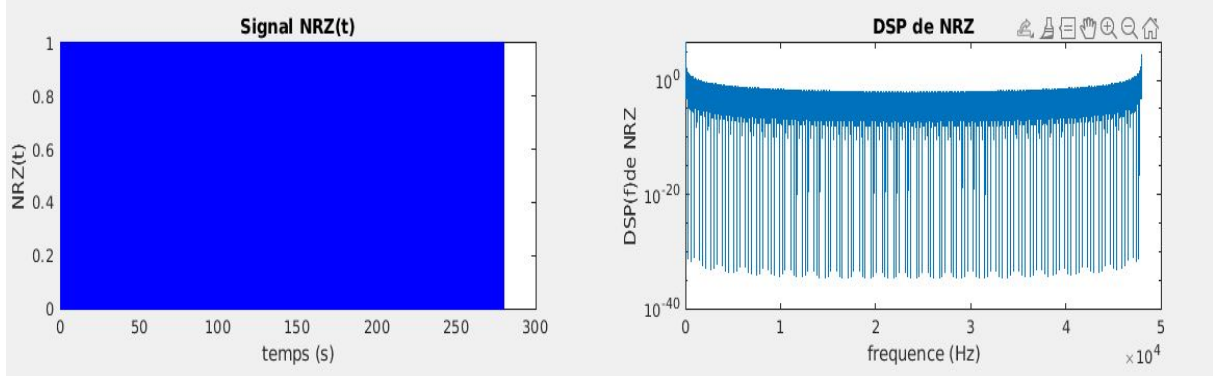


Figure 2: Signal NRZ et sa densité de puissance.

### 2.1.2 Génération du signal modulé en fréquence

Le signal aléatoire, donné par l'équation :

$$x(t) = (1 - NRZ(t)) \cos(2\pi f_0 t + \phi_0) + NRZ(t) \cos(2\pi F_1 t + \phi_1) \quad (3)$$

où 0 et 1 sont des variables aléatoires indépendantes uniformément réparties sur  $[0, 2\pi]$ . Nous traçons le signal  $x(t)$  avec une échelle temporelle en secondes. Le débit obtenu correspondant bien au 300 bits par seconde souhaités. La densité spectrale de puissance du signal modulé en fréquence  $x(t)$  en fonction de celle du signal NRZ :

$$S_{x(t)}(f) = \frac{1}{4}(S_{NRZ}(f - f_0) + S_{NRZ}(f - f_0) + S_{NRZ}(f - f_1) + S_{NRZ}(f + f_1)) \quad (4)$$

et  $S_{NRZ}(f) = \frac{1}{4}T_s \text{sinc}^2(\pi f T_s) + \frac{1}{4}\delta(f)$ .

L'existence de  $\delta(f)$  dans la formule de  $S_{NRZ}(f)$  justifie les deux pics dans la densité spectrale du signal modulé. L'estimation est donc correcte.

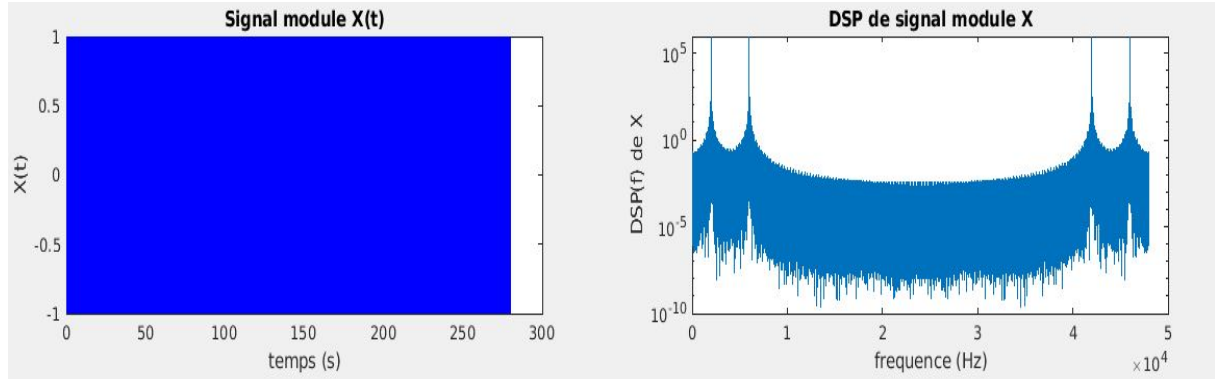


Figure 3: Signal modulé en fréquence  $x(t)$ .

## 2.2 Canal de transmission à bruit additif, blanc et Gaussien

Nous allons considérer que le canal de propagation ajoute au signal émis un bruit que l'on suppose blanc et Gaussien et qui modélise les perturbations introduites.

La puissance du bruit Gaussien à ajouter devra être déduite du rapport signal sur bruit (SNR : Signal to Noise Ratio) souhaité pour la transmission donné en dB :

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_x}{P_b}$$

où  $P_x$  représente la puissance du signal modulé en fréquence et  $P_b$  la puissance du bruit ajouté.

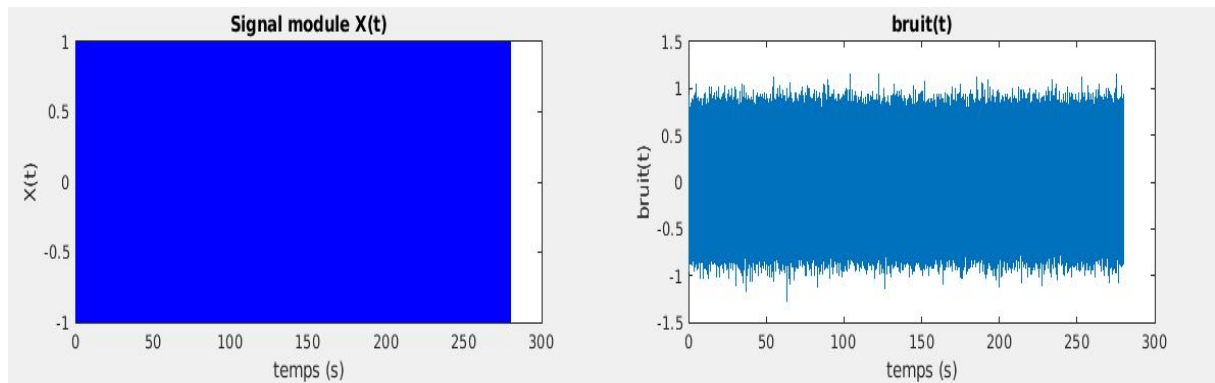


Figure 4: Signal modulé en fréquence et bruit avec  $SNR_{dB} = 10$ .

\*

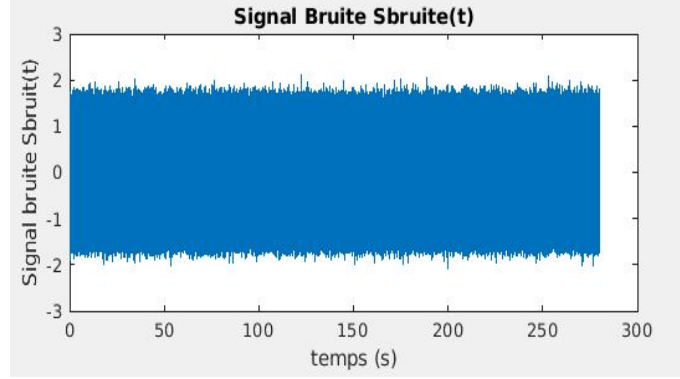


Figure 5: Signal bruité (Après ajout du bruit)

## 2.3 Démodulation par filtrage

La figure 6 présente le récepteur implanté pour retrouver, à partir du signal modulé en fréquence bruité, le message binaire envoyé.

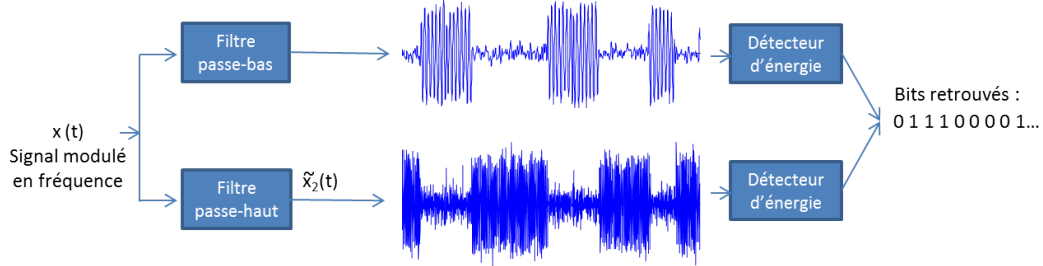


Figure 6: Démodulation par filtrage.

Un filtre passe-bas permet de filtrer les morceaux de cosinus à la fréquence  $F_0 = 6000\text{Hz}$ , tandis qu'un filtre passe-haut permet de filtrer les morceaux de cosinus à la fréquence  $F_1 = 2000\text{Hz}$ . Une détection d'énergie réalisée tous les  $T_s$  secondes permet de récupérer, à partir des signaux filtrés, les bits 0 et 1 transmis.

### 2.3.1 Synthèse du filtre passe-bas

On définit la fréquence de coupure  $f_{cN}$  normalisée comme étant le quotient de la fréquence de coupure et la fréquence d'échantillonnage. On définit la réponse fréquentielle comme étant le vecteur  $h_1$ , dont les éléments sont :

$$h_{1,k} = 2f_{cN} \text{sinc}(2kf_{cN}) \quad (5)$$

avec  $k \in \left[ \left\lfloor \frac{-(\text{ordre}-1)}{2} \right\rfloor; \left\lfloor \frac{\text{ordre}-1}{2} \right\rfloor \right]$  où ordre est l'ordre du filtre.

### 2.3.2 Synthèse du filtre passe-haut

La fréquence de coupure reste inchangée, on définit alors la réponse fréquentielle du filtre passe-haut comme étant le vecteur  $h_2$ , dont les éléments sont :

$$h_{2,k} = -2fc_N \text{sinc}(2kfc_N) \quad (6)$$

avec  $k \in \left[ \left\lfloor \frac{-(\text{ordre}-1)}{2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{\text{ordre}-1}{2} \right\rfloor \right] \setminus \{0\}$  et

$$h_{2,0} = 1 - 2fc_N \quad (7)$$

où ordre est l'ordre du filtre.

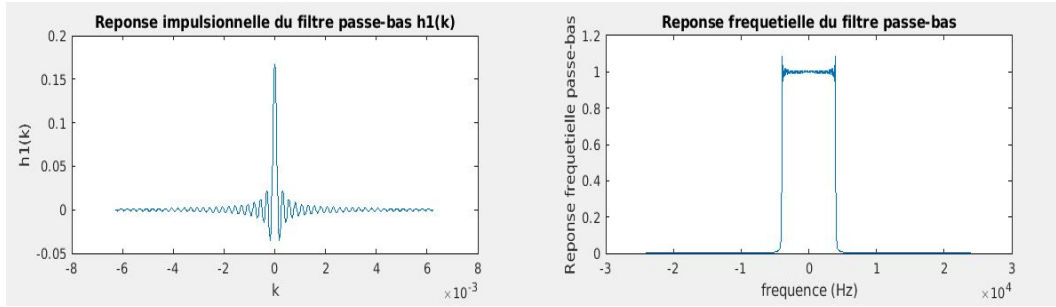


Figure 7: Réponse fréquentielle et impulsionnelle du filtre passe-bas d'ordre égale à 601.

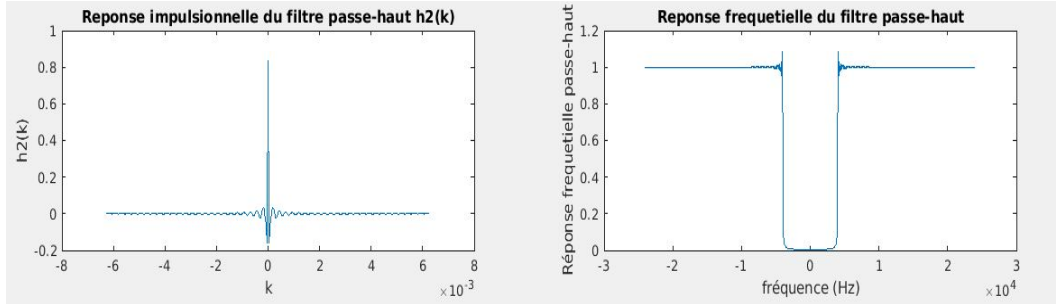


Figure 8: Réponse fréquentielle et impulsionnelle du filtre passe-haut d'ordre égale à 601.

### 2.3.3 Filtrage, tracés, commentaires sur les résultats obtenus

Le filtrage sera fait à l'aide d'un filtre passe-bas (Réponse impulsionnelle et fréquentielle en Figure 7).

Densité spectrale de puissance du signal modulé en fréquence reçu,  $x(t)$ , et la réponse en fréquences du filtre implanté :

On remarque alors, d'après le tracé de la réponse fréquentielle du filtre passe bas implanté, que la seule fréquence qui sera retenu est  $f_0 = 2000Hz$ . Le filtre est de fréquence de coupure  $f_c = 4000Hz$ .

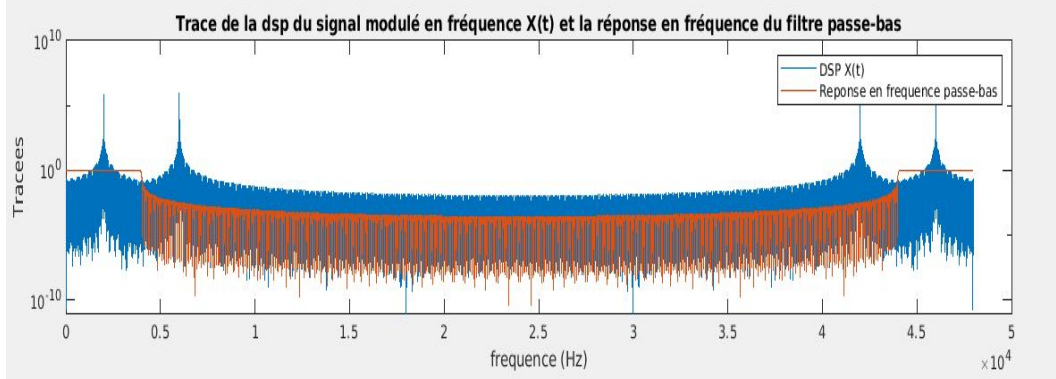


Figure 9: Densité spectrale du signal modulé et la réponse en fréquence du filtre passe-bas.

Signal en sortie du filtre et sa densité spectrale de puissance :

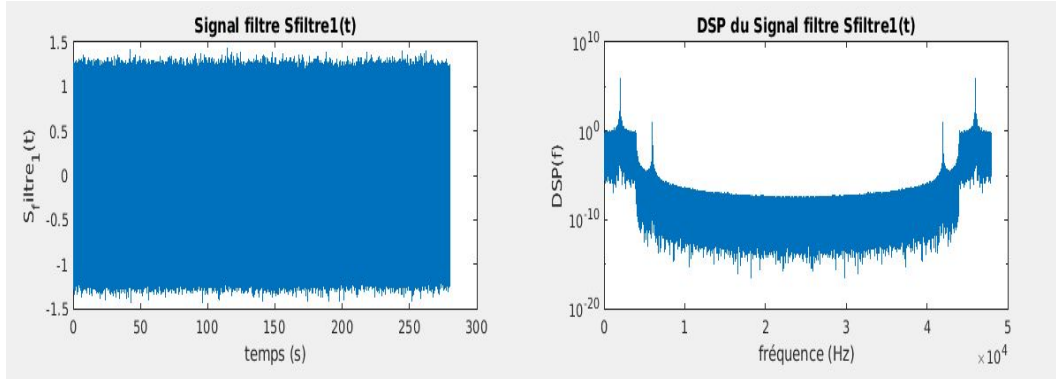


Figure 10: Signal filtré et sa densité spectrale de puissance.

On remarque alors que le filtre a bien retenu la fréquence  $f_0$  seule car d'après la densité spectrale du signal filtré le premier pic qui reste.

### 2.3.4 Détection d'énergie

Le seuil a été choisi comme étant la moyenne du vecteur des énergies, dont chaque élément est de la forme :  $\sum_{n=1}^{N_s} x_n^2$ , les  $x_n$  proviennent du signal filtré.

Le taux d'erreur binaire obtenu est 0 pour  $SNR_{dB} = 10$  et  $f_0 = 2000Hz$ ,  $f_1 = 6000Hz$ . Ce taux d'erreur peut évoluer si le bruit devient de plus en plus gros (Par exemple, pour  $SNR_{dB} = -10$  le taux d'erreur est égale à 0.18).

Le personnage finalement obtenu est Charles Camichel.



### 3 Modem de fréquence V21 - Démodulateur FSK

#### 3.1 Démodulateur FSK - Contexte de synchronisation idéale

La figure 11 présente le récepteur modifié implanté afin de retrouver, à partir du signal modulé en fréquence suivant la recommandation V21, le message binaire envoyé.

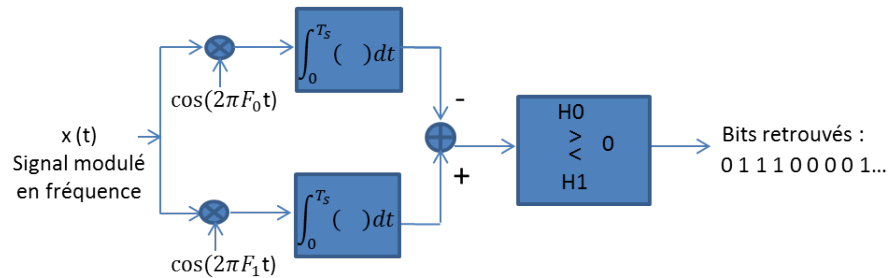


Figure 11: Démodulation FSK. Synchronisation supposée idéale.

En utilisant les fréquences de la recommandation V21, et pour une synchronisation idéale du démodulateur FSK : Le signal d'entrée  $x(t)$  passe par une première branche où il est multiplié par  $\cos(2\pi f_0 t)$  et une deuxième où il est multiplié par  $\cos(2\pi f_1 t)$ . La première branche sert alors à détecter les bits 0 et la deuxième les bits 1. Les intégrales agissent comme des filtres passe-bas de façon à donner du poids aux bits initialement égaux à 0 pour la branche 1 et aux bits initialement égaux à 1 pour la branche 2. Donc le but de soustraire les données des deux branches est de chercher l'emplacement des bits 0 pour des valeurs négatives (Poids des bits 0 plus grands) et des bits 1 pour des valeurs positives (Poids des bits 1 plus grand).

#### 3.2 Démodulateur FSK avec gestion d'une erreur de synchronisation de phase porteuse

Si une erreur de phase entre le signal reçu et transmis existe dans le modem implanté précédemment, il ne décode plus le signal reçu.

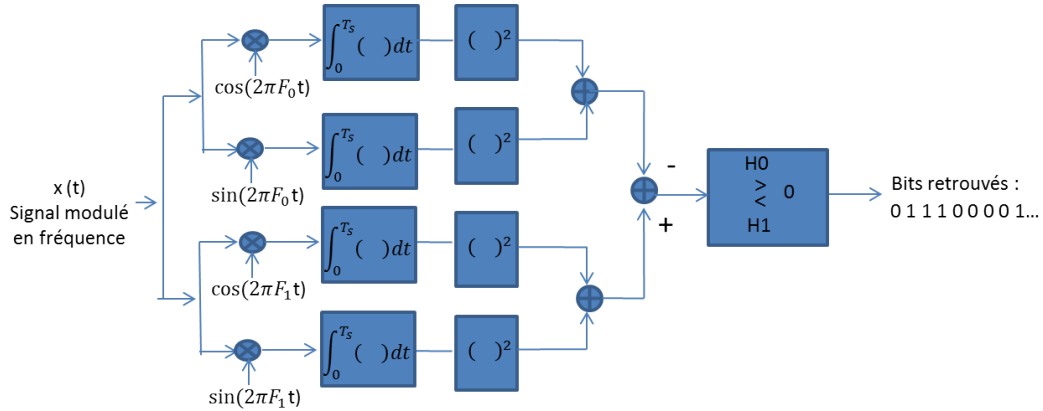


Figure 12: Démodulation FSK - Gestion d'une erreur de phase porteuse.

Intéressons nous à la première branche, quand le signal  $x(t)$  est multiplié par  $\cos(2\pi f_0 t)$  et  $\sin(2\pi f_0 t)$ , le calcul d'intégrale peut être approché à  $\cos(\phi_0)$  et  $\sin(\phi_0)$  ceci pour les bits initialement égaux à 0, or pour les bits initialement égaux à 1 l'intégrale est nulle (Par périodicité de l'intégrale). Donc à la fin de cette branche, le résultat est indépendant de  $\phi_0$  (Car  $\cos(\phi_0)^2 + \sin(\phi_0)^2 = 1$ ). De même pour la deuxième branche.

## 4 Conclusion

Ce projet a été notre premier projet de traitement de signal, il nous a permis de bien prendre en main Matlab, un outil majeur dans nos études.

Nous sommes donc parvenu à démoduler un signal avec deux méthodes différentes, cependant, le démodulateur FSK avec gestion d'erreur de synchronisation de phase qui suit la recommandation V21 de l'UIT est bien meilleure, du point de vue taux d'erreur, et aussi vu que les différences de phases qui peuvent être entre les signaux transmis et les signaux reçus, n'auront plus d'effet.