

TD 4: Probabilités:

Exercice ②:

1° V prend deux valeurs.

$$V(\Omega) = \{0, 1\}$$

$$P(X=0) = 0,3 \text{ car } U \text{ est unif.}$$

$$P(X=1) = 0,7 \dots \dots \dots$$

Donc V suit une loi de Bernoulli de paramètre $p = 0,7$ (prob. de succès).

2° Loi de T:

$$T(\Omega) = \{3, 4, 7\}$$

$$P(T=3) = P(U < 0,3) = 0,3$$

$$P(T=4) = P(0,3 \leq U < 0,5) = 0,2$$

$$P(T=7) = P(0,5 \leq U) = 0,5$$

Loi de T_1 :

$$\Omega = \{4, 3, 7\}$$

$$P(T_1=4) = P(U < 0,2) = 0,2$$

$$P(T_1=3) = 0,3$$

$$P(T_1=7) = 0,5$$

Pareil pour T_2 .

Donc, T, T_1 et T_2 ont la m. loi.

3° L'algorithme permet de simuler une succession de l'exp. aléatoire.

de la V.A. T.

Il s'arrête quand l'événement $T = \frac{4}{5}$ se répète 5 fois.

Exercice ③:

1° Soit $X = \max(U, V)$.

$$\Omega_X = [0, 1]$$

Soit $x \in [0, 1]$.

$$\begin{aligned} P(X < x) &= P(U < x \text{ et } V < x) \\ &= P(U < x) \cdot P(V < x) \\ &\text{car } U \text{ et } V \text{ sont indep.} \\ &= x^2. \end{aligned}$$

2° Soit $X_1 = \min(U, V)$.

$$\Omega_{X_1} = [0, 1]$$

Soit $x \in [0, 1]$.

$$\begin{aligned} P(X_1 < x) &= P(U > x) \cdot P(V > x) \\ &= (1-x)^2 \end{aligned}$$

3° Soit $Y \sim e(1)$.

$$U \sim U_{[0,1]}$$

Y et U indépendantes.

$$X_2 = \min(Y, U)$$

$$\begin{aligned} \textcircled{a} P(X_2 < 1) &= P(Y < 1) \cdot P(U < 1) \\ &= 0 \text{ car } P(U < 1) = P(U = 1) \\ &= 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{b} P(X_2 \leq 1) &= P(Y_2 < 1) \\ &= e^{-1}. \end{aligned}$$

$$\text{On a: } P(X_2 < 1) \neq P(X_2 \leq 1)$$

Donc X_2 n'est pas une V.A.C.

X_2 est-elle discrète?

Non, car son support est non dénombrable.

$\Rightarrow X_2$ est une V.A. mixte.