多目的最短経路問題のための拡張ベルマンフォード法の提案

宋研究室　中野　壱帥　(15715051)

1　研究背景

現代には道路ネットワークや通信ネットワークなど様々なネットワークが存在する．これらのネットワークに対する**最適化**を行う場合，**複数の目的関数**を考慮する場合がある．一般に複数の目的関数値を最大化（最小化）する問題は**多目的最適化問題**と呼ばれている．多目的最適化問題のインスタンスは最適化目的の数が n である場合，n 個の実数値関数または整数値関数 $f : A \to \mathbb{R}$ で定義される．すなわち，$\vec{f} = (f_1, \ldots, f_n)$ と表される．最小化問題の場合，$minf(\vec{x})$ となる x を求める．多目的最適化問題の場合，それぞれの目的関数が**トレードオフ**の関係となる場合がある．トレードオフとは一方を追求すれば他方を犠牲にせざるを得ない関係であり，同時に最適にできない．そこで，**パレート最適解**の集合を求める．

パレート最適解とは取りうる値の範囲を全て考慮した上で支配されない解である．最適化目的の数を k，目的関数を f とし，解 x, y が $\forall i \in \{1, \ldots, k\}, f_i(x) \leq f_i(y) \wedge \exists i \in \{1, \ldots, k\}, f_i(x) < f_i(y)$ を満たすとき，x は y を支配する．全ての目的関数を同時に最適化できる解が存在する場合，その解はパレート最適解となる．また，その解と等価な解のみパレート最適解となる．多目的最短経路問題ではそれぞれの目的関数は辺の重みとして与えられ，経路の評価はその経路上の辺の重みの合計である．一般にパレート最適解は指数的に存在するため，列挙する数に対して効率的な解法を求めたい．また，調査した限り従来の多目的最短経路問題には**負の重みを許す**研究がなされていない．

2　研究目的

従来研究 [1][2] では非負の重みに対する解法が提案されている．本研究では負の重みを許す解法を提案するため，ダイクストラ法ではなくベルマンフォード法を基にした解法を考える．多目的の場合，格納されるデータは経路である．ベルマンフォード法では全ての経路を更新対象とし，探索順序の指定がされていない．同じ経路を何度も更新しても新しい経路は発見されないため無駄が生じる．探索順序の指定がされていないと無駄な経路の更新を行なってしない無駄が生じることが多い．そのため，データ構造の設計によりそれぞれの問題を解決した解法を提案する．目的関数によって負のサイクルを持つことが考えられ，その検出法を含む解法を提案する．

3　研究成果

多目的最短経路問題に対して，負の重みを許しているので，ダイクストラ法からベルマンフォード法に移行し，多目的への拡張を行った．格納されているデータは経路のため，更新対象や各目的関数における比較は経路に対して行われる．そこで，必要な経路を発見しやすいデータ構造を提案した．提案したデータ構造により，頂点数 n，最適化目的の数 k のとき，次の成果が得られた．パレート解であるかの判定に要する計算量を $O(k * n^n)$ から $O(k * n^{n-1})$ に削減した．全体の探索における経路の更新回数に対する合計計算量を $O(n^{n+1})$ から $O(n^n)$ に削減した．探索順序の変更により無駄な更新が行われる回数を削減し，計算時間を最大 42%削減した．以上の改良より，同じインスタンスに対して計算時間を最大 93%削減した．目的関数の相関が 0.9 以上の場合は解の数が少なり，無駄な更新回数も少なくなるため，探索順序の指定を行わない方が良い．また，負のサイクルを持つ目的関数の効率的な検出法を含む解法を提案した．

参考文献

[1] Jos Luis E. Dos Santos and Jos Paixo. Labeling Methods for the General Case of the Multi-objective Shortest Path Problem　A Computational Study . In ISCA **61**, pp. 489-502, 2012.

[2] Thomas Breugem and Twan Dollevoet and Wilco van den Heuvel. Analysis of FPTASes for the multi-objective shortest path problem. In COR **78**, pp. 44-58, 2017.