**GiS –kol.2 Zima 09/10**

**Zad.1 (5 pkt)** Znane są macierze:  - fundamentalna macierz przekrojów i  - fundamentalna macierz cykli pewnego spójnego niezorientowanego grafu *G*.

, .

1. Jaka jest liczba wierzchołków *n* i krawędzi *q* tego grafu.
2. Znaleźć graf *G*. Rozwiązanie opisać kolejno wykonywanymi krokami logicznymi.

**Zad.2 (5 pkt)** Wykazać, że w każdym grafie *G* z liczbą chromatyczną χ(*G*)=5 jest co najmniej 5 wierzchołków stopnia nie mniejszego niż 4.

**Zad. 3 (5 pkt)**  Sieć o zadanych pojemnościach krawędzi jest przedstawiona na rysunku. Wierzchołek *s* jest źródłem a *t* odbiornikiem.

1. Wyznaczyć pojemności wszystkich przekrojów zorientowanych skierowanych od wierzchołka *s* do wierzchołka *t* (podać wynik w postaci tabeli: pierwszy wiersz tabeli reprezentuje podzbiory wierzchołków zawierające źródło, drugi pojemność przekroju).

b) Wskazać przekrój o przepływie minimalnym i ścieżki realizujące przepływ maksymalny od *s* do *t*.

**GiS –kol.2 Zima 09/10**

**Zad.1 (5 pkt)** Znane są macierze:  - fundamentalna macierz przekrojów i  - fundamentalna macierz cykli pewnego spójnego niezorientowanego grafu *G*.

, .

1. Jaka jest liczba wierzchołków *n* i krawędzi *q* tego grafu.
2. Znaleźć graf *G*. Rozwiązanie opisać kolejno wykonywanymi krokami logicznymi.

*Rozwiązanie.*

1. Na podstawie liczby wierszy macierzy fundamentalnych określamy: *n*=4, *q*=6.
2. Analiza struktury macierzy fundamentalnych:

- Pierwszy wiersz macierzy cykli ma dwie jedynki: istnieje cykl o długości 2 – krawędzie *a* i *b* są równoległe. Na podstawie macierzy przekrojów – krawędź *b* należy do drzewa (pogrubiona).

-

- Krawędź *b* należy do dwóch cykli:  i . Krawędź *d* należy do dwóch cykli:  i 

-

Dostępne są też inne informacje np.. drzewo rozpinające ma 3 krawędzie . Rozwiązanie nie jest jednoznaczne, np. można zamienić miejscami krawędzie *e* i *f*.

**Zad.2 (5 pkt)** Wykazać, że w każdym grafie *G* z liczbą chromatyczną χ(*G*)=5 jest co najmniej 5 wierzchołków stopnia nie mniejszego niż 4.

*Rozwiązanie*

Liczba chromatyczna, to najmniejsza liczba kolorów niezbędna do poprawnego pokolorowania wierzchołków grafu.

Rozważmy takie pokolorowanie wierzchołków grafu *G*, w którym użyto dokładnie 5 kolorów.

Niech A będzie zbiorem wierzchołków pomalowanym tym samym ustalonym kolorem, np. czerwonym. Zauważmy, że wśród wierzchołków, ze zbioru A przynajmniej jeden musi mieć stopień co najmniej 4, bo przynajmniej jeden z nich musi mieć czterech różnie pokolorowanych sąsiadów. W przeciwnym przypadku nie musielibyśmy w ogóle używać koloru czerwonego, czyli byłoby χ(*G*) <5.

Taka właściwość dotyczy każdego z kolorów, a zatem jest co najmniej 5 wierzchołków ze stopniem 4 lub większym.

**Zad. 3 (5 pkt)**  Sieć o zadanych pojemnościach krawędzi jest przedstawiona na rysunku. Wierzchołek *s* jest źródłem a *t* odbiornikiem.

1. Wyznaczyć pojemności wszystkich przekrojów zorientowanych skierowanych od wierzchołka *s* do wierzchołka *t* (podać wynik w postaci tabeli: pierwszy wiersz tabeli reprezentuje podzbiory wierzchołków zawierające źródło, drugi pojemność przekroju).

b) Wskazać przekrój o przepływie minimalnym i ścieżki realizujące przepływ maksymalny od *s* do *t*.

*Rozwiązanie*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Zbiór wierzchołków | *s* | *sb* | *Sc* | *sd* | *sbc* | *sbd* | *scd* | *sbcd* |
| Pojemnośc przekroju | 9 | 10 | 20 | 9 | 16 | 10 | 14 | 10 |

Minimalna wartośc przekroju: 9 . Ścieżki *s-b-t, s-d-c-t, s-d-t.*