

“数学模型”第7、8章作业(插值、拟合和微分方程)

要求：提交的作业报告内容包括

- (1) 适当建模的理论分析；
- (2) 模型求解问题的Python程序；
- (3) 求解的结果；
- (4) 作业报告以doc文件或pdf文件形式提交.

1. 交通管理部门为了掌握一座桥梁的通行情况，在桥梁的一端每隔一段不等的时间连续记录1min内通过桥梁的车辆数量，连续观测一天24h的通过车辆数据如下表所示. 试建立模型分析估计这一天中总共有多少车辆通过这座桥梁.

24h 通过桥梁的车辆统计数据

时间	0:00	2:00	4:00	5:00	6:00	7:00	8:00
车辆数	2	2	0	2	5	8	25
时间	9:00	10:30	11:30	12:30	14:00	16:00	17:00
车辆数	12	5	10	12	7	9	28
时间	18:00	19:00	20:00	21:00	22:00	23:00	24:00
车辆数	22	10	9	11	8	9	3

2. 求下列微分方程组(竖直加热板的自然对流)的数值解

$$\begin{cases} \frac{d^3 f}{d\eta^3} + 3f \frac{d^2 f}{d\eta^2} - 2\left(\frac{df}{d\eta}\right)^2 + T = 0, \\ \frac{d^2 T}{d\eta^2} + 2.1f \frac{dT}{d\eta} = 0. \end{cases}$$

已知当 $\eta = 0$ 时, $f = 0$, $\frac{df}{d\eta} = 0$, $\frac{d^2 f}{d\eta^2} = 0.68$, $T = 1$, $\frac{dT}{d\eta} = -0.5$. 要求在区间 $[0, 10]$ 上画出数值解 $f(\eta)$, $T(\eta)$ 的曲线(步长自己选, 如可以取0.1, 0.01等).