

228]

$$x_{k+1} = 2^k \sqrt{2 \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{x_k}{2^k} \right)^2} \right)}$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = \pi$$

W tym wzorze mamy pewien problematyczny z punktu widzenia numerycznego fragment:

$$\left( 1 - \sqrt{1 - \sqrt{1 - \left( \frac{x_k}{2^k} \right)^2}} \right), \text{ im większe } k \text{ tym bliżej temu}$$

$$\text{wyrażenia do } (1 - \sqrt{1 - 0}) = 0.$$

↑ gdy liczba będzie na tyle mała, że nie będziemy w stanie w komputerze odróżnić jej od 0.

Problem ten możemy rozwiązać prostym przekształceniem:

$$\left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{x_k}{2^k} \right)^2} \right) = \frac{1 - \left( 1 - \left( \frac{x_k}{2^k} \right)^2 \right)}{1 + \sqrt{1 - \left( \frac{x_k}{2^k} \right)^2}} = \frac{\left( \frac{x_k}{2^k} \right)^2}{1 + \sqrt{1 - \left( \frac{x_k}{2^k} \right)^2}}$$

Efektu możemy obserwować w programie, który załączam.