IFCE - CURSO: Engenharia de Mecatrônica/Licenciatura em Física – 2015-1
Cálculo I

1. Usando a definição da derivada de uma função y = f(x), calcule as derivadas das funções abaixo.

a) $f(x)=\sqrt{x}$ (R.: $1/2\sqrt{x}$) b) $f(x)=\frac{1}{x}$ (R.: $-1/x^2$) c) $f(x)=x^2+2x$ (R.:2x+2)

d) $f(x)=x^3+x$ (R.:$3x^2+1$) e) $f(x)=1-4x^2$ (R.:-8x) f) $f(x)=\frac{1}{x+2}$ (R.: $-\frac{1}{(x+2)^2}$) g) $f(x)=\sqrt[3]{x}$ (R.: $1/3\sqrt[3]{x^2}$)

2. Encontre a equação das retas tangentes às curvas, nos casos abaixo:

a) $f(x)=\sqrt{x}$, no ponto em que $x_0 = 4$. b) $f(x)=x^2+2x$, no ponto em que $x_0 = 1$.

4.Ache uma equação de cada uma das retas normais à curva $y = x^3 - 4x$ que sejam paralelas à reta x + 8y – 8 = 0 (Resp.: x + 8y + 2 = 0 e x + 8y – 2 = 0)

5. Ache uma equação de cada uma das retas que passam pelo ponto (2 ; 5) que sejam tangentes à curva $y = \mathbf{2x^2 - 1}$

6.Determinar a equação da reta tangente à parábola f (x) = - x^2 em P (1 , -1)

7.Estima-se que daqui a x meses a população de uma certa comunidade será de P(x) = x^2 + 20x + 8000.

a)Daqui a 15 meses, qual será a taxa de variação da população desta comunidade?

b)Qual será a variação real sofrida durante o 16º mês?

8. Seja y = x^2 +1

a) Ache a taxa de variação média de y em relação a x no intervalo [3, 5]
b) Ache a taxa de variação instantânea de y em relação a x no ponto x = -4
c) Ache a taxa de variação instantânea de y em relação a x num ponto genérico x = x_o

9. A parábola $y = 2x^2 - 13x + 5$ tem alguma tangente cujo coeficiente angular seja -1 ? Se tem, encontre uma equação para a reta e o ponto de tangência. Se não tem, por que não ? Reta.: y = -x – 13 Ponto (3, -16)

10. Alguma tangente à curva $y=\sqrt{x}$ cruza o eixo x em x = -1 ? Se cruza, encontre uma equação para a reta e o ponto de tangencia. Se não cruza, por que não? R.: sim, possui reta tangente que cruza sendo 2y = x + 1 Ponto (1,1)

11)Obtenha a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x)=x^3+3x$ que é paralela à reta $y=6x-1$
R.: $y=6x-2$ e $y=6x+2$

12. Uma partícula se move sobre uma linha reta de acordo com a equação $s=\sqrt{t}$, sendo *s* a distância em metros da partícula ao seu ponto de partida em *t* segundos.

a) Calcule a velocidade média da partícula de $t=9$ até $t=16$. $\text{Vel. Inst.} = \frac{1}{6}\,\text{m/s}$

b) Calcule a velocidade instantânea da partícula quando $t=9$. $\textit{Vel. Inst.} = \frac{1}{6}\, m/s$

13.Um projétil é lançado verticalmente para cima e está a *s* metros do solo, *t* segundos depois do lançamento, Sendo $s = 256t - 16t^2$. Calcule:

a) A velocidade do projétil 4 segundos após o lançamento. $v = 128\, m/s$;
b) O tempo necessário para o projétil atingir a altura máxima. $t = 8s$;
c) A altura máxima atingida pelo projétil. $s = 1024\ m$

14.Um móvel está a $16t^{3/2} - 24t + 16$ quilômetros a leste de uma parada no instante *t* (horas).

a) Qual é a velocidade no instante $t=\frac{1}{4}$ e qual é o sentido do movimento?

b) Onde está o móvel quando a velocidade é zero?

15. Uma pedra atirada verticalmente para cima na superfície da lua com velocidade de 24m/s (cerca de 86km/h)atinge uma altura de $s = 24t - 0{,}8t^2$ metros em t segundos.

a)Qual é a altura atingida pela pedra ?
b)Qual é a velocidade e a aceleração da pedra no instante t (nesse caso a aceleração é a da gravidade na lua) .
c)Quanto tempo leva a pedra para atingir metade de sua altura máxima ? .
d)Quanto tempo a pedra fica no ar ? .
e)Quanto tempo a pedra leva para atingir o ponto mais alto?

16. Se um objeto cai de uma altura de 30m, sua altura S no instante t é dada pela função posição S(t) = - 4,9t^2 + 30, onde S é medido em metros e t em segundos. Encontre a taxa de variação média da altura nos intervalos: a)[1,2] (b) [1;1,5]

17. Determine a função polinomial y = f(x) que satisfaz a condição $y + y' = 2x^2 + 5x + 4$

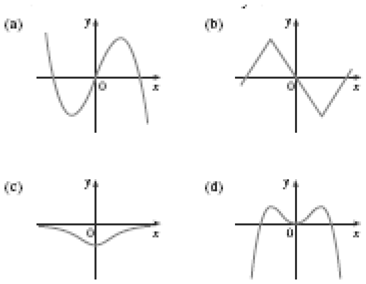
18. Seja a função f definida por $f(x) = | 1 - x^2 |$

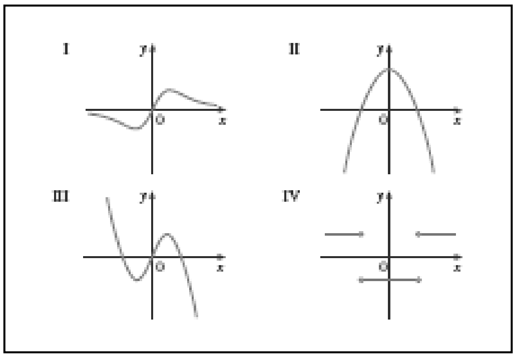
a) Faça um esboço gráfico de f

b) determine se f é derivável em 1

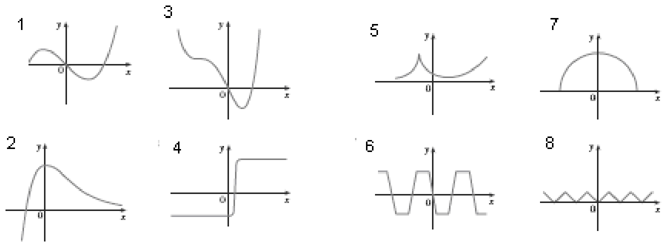
19. Ache uma equação de cada uma das retas normais à curva $y = x^3 - 4x$ que sejam paralelas à reta $x + 8y - 8 = 0$

20) De acordo com os gráficos abaixo da função f relacione com os gráficos abaixo de suas derivadas:





21) Apresenta os gráficos das funções derivadas dos gráficos abaixo:



22. O gráfico de $y = | x |$ sugere que há um ângulo em $x = 0$, e isso implica que $f(x) = | x |$ não é diferenciável Naquele ponto .

a)Prove que $f(x) = | x |$ não é diferenciável em $x = 0$, mostrando que o limite da definição não existe naquele ponto.

b) Ache a fórmula para $f'(x)$ R.: $f'(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x > 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$

23. Ache os valores de a e b tais que f seja derivável em 2 se : $f(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{se } x < 2 \\ 2x^2 - 1, & \text{se } 2 \le x \end{cases}$

R.:(a = 8 ; b = - 9)

24.Determine os pontos (a,b) do gráfico da função *F* definida por $f(x) = 4x^3 + x^2 - 4x - 1$ tais que a reta tangente ao gráfico de *f* nestes pontos seja paralela ao eixo *x*. Dê a equação da reta tangente ao gráfico de f nestes pontos. R.: pontos: $\left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}\right)$ e $\left(-\frac{2}{3}, \frac{25}{27}\right)$. retas: $y = -\frac{9}{4}$ e $y = \frac{25}{27}$

25. Ache as condições sobre a, b, c e d para que o gráfico do polinômio $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenha:

a) exatamente duas retas horizontais

b) exatamente uma reta horizontal

c) não tenha tangentes horizontais

26.Encontre a equação da reta tangente ao gráfico da função *f* definida por

$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 + 1}{x^2 + 2}, & x \le -1 \\ x^4 + 2x^2 + 9x + 6, & x > -1 \end{cases}$ no ponto de abscissa -1. R.: $y = x + 1$

27. Calcule, se existir:

a) $f'(1)$ se $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{x}}, & x \ge 1 \\ \dfrac{3 - x}{2}, & x < 1 \end{cases}$ $f'(1) = -\frac{1}{2}$

b) $f'(3)$ se $f(x) = \begin{cases} \dfrac{-x + 3}{x^2 + 1}, & x < 4 \\ \dfrac{x - 3}{x^2 + 2}, & x \ge 4 \end{cases}$ $f'(3) = -\frac{1}{10}$