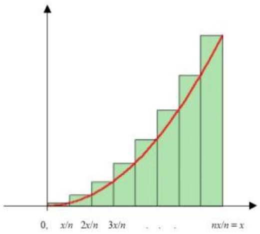
IFCE - CURSO: Engenharia de Mecatrônica/Licenciatura em Física – 2015-1
Cálculo I

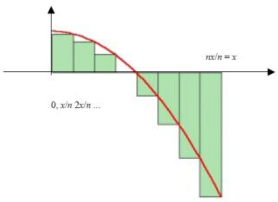
I - O Método do Retângulo para o Cálculo de Áreas :

a) Usar o método dos retângulos para aproximar a área sob a curva $y = x^2$ no intervalo [0 , x]

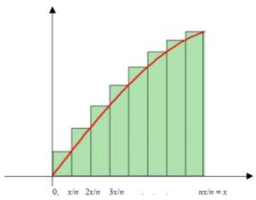
R: $A(x) = \frac{1}{3}x^3$



b)Calcule a área sob o gráfico de $f(x) = (4 - t^2)$ no intervalo [0 , x] R.: $4x - \dfrac{x^3}{3}$



c)Calcule a área sob o gráfico de f(x) = senx no intervalo $[\,0; \dfrac{\pi}{2}\,]$ R: 1 – cosx



Use o método do retângulo para o cálculo das áreas :

1) $y = x^2 + 1$ no intervalo [0 , 4] R: 76/3 2) $y = 16 - x^2$ no intervalo [1 , 4]

3) $y = x^2$ no intervalo [0 , x] R: $A(x) = \frac{1}{3}x^3$ 4) $y = (4 - t^2)$ no intervalo [0 , x] R.: $4x - \dfrac{x^3}{3}$

5) y = senx no intervalo $[\,0; \dfrac{\pi}{2}\,]$ R: 1 – cosx 5) y = cos x nos intervalos $\left[-\frac{\pi}{2};\, 0\right]$, $\left[-\frac{\pi}{2};\, \frac{\pi}{6}\right]$ e $\left[0;\, \frac{\pi}{6}\right]$

Obs.: Para calcular áreas serão usadas as seguintes expressões:

a) $\underbrace{1+1+1+1+\ldots+1}_{n} = n$ b) $1+2+3+\ldots+k = \dfrac{k(k+1)}{2}$ c) $1^2+2^2+3^2+\ldots+k^2 = \dfrac{k(k+1)(2k+1)}{6}$

d) $1^3+2^3+3^3+\ldots+k^3 = \dfrac{k^2(k+1)^2}{4}$ e) $1^4+2^4+3^4+\ldots+k^4 = \dfrac{k(k+1)(6k^3+9k^2+k-1)}{30}$

A Antidiferenciação :

1) Encontrar uma determinada função y(x) satisfazendo a equação $\dfrac{dy}{dx} = 2x$ e a condição inicial de que

y = 6 quando x = 2 R : $y = x^2 + 2$

2) Calcule a função f(r) sabendo que $\dfrac{d^2r}{dt^2} = 15\sqrt{t} + \dfrac{3}{\sqrt{t}}$ $r'(1) = 8$ e $r(1) = 0$

3) Em cada ponto de certa curva $\dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{12}{x^3}$. Achar a equação da curva se ela passa por (1, 0) e é tangente neste ponto à reta 6x + y = 6. R : xy + 6x = 6

4) Em qualquer ponto (x, y) de uma curva $\frac{d^2y}{dx^2} = 1 - x^2$ e uma equação da reta tangente à curva no ponto (1 , 1) é y = 2 – x. Ache uma equação da curva. R: $12y = -x^4+6x^2-20x + 27$

5).Ache a equação da curva que satisfaz as condições dadas:

a) em cada ponto (x , y) da curva, y satisfaz a condição $\frac{d^2y}{dx^2} = 6x$; a reta y = 5 – 3x é tangente à curva onde x = 1

b) em cada ponto (x , y) da curva, a inclinação é 2x + 1; a curva passa pelo ponto (-3 ,0)

6) Uma partícula desloca-se sobre o eixo x com uma velocidade v(t) = t = 3 , t ≥ 0. Sabe-se que no instante t = 0, a partícula encontra-se na posição x = 2.

a) Qual a posição da partícula no instante t ? R : $\frac{t^2}{2} + 3t + 2$

b) Determine a posição da partícula no instante t = 2 . R : x(2) = 10

c) Determine a aceleração . a(t) = 1

7) Um ferimento está cicatrizando de tal forma que t dias a partir de segunda-feira, a área da ferida decresce a uma taxa de $-3(t+2)^{-2}$ cm^2 por dia. Se na terça-feira a área do ferimento fora $2cm^2$, (a) qual teria sido a sua área na segunda-feira e (b) qual a área prevista na sexta-feira, se o ferimento continuar a cicatrizar na mesma taxa ? R : (a) $2{,}5cm^2$ (b) $1{,}5cm^2$

8)Uma pedra é atirada verticalmente para cima, partindo do solo, com uma velocidade inicial de 20 m/s. Se a única força considerada for aquela atribuída à aceleração da gravidade, ache (a) quanto tempo levará para a pedra atingir o chão , (b) a velocidade com que a pedra atinge o chão e 9 c) qual a altura máxima atingida pela pedra. R : a) t = 4s b) 20m/s c) 20m

9)Um fabricante calculou que o custo marginal de uma produção de q unidades é de $3q^2 - 60q + 400$ reais por unidade. O custo de produção das duas primeiras unidades foi de R$ 900,00. Qual será o custo total de produção das cinco primeiras unidades? R. R$ 1.587,00

10)Um fabricante constata que o custo marginal da produção de x unidades de uma componente de copiadora é dado por 30 – 0,02x. Se o custo da produção de uma unidade é R$ 35,00, determine a função custo e o custo de produção de 100 unidades? R.: R$ 2.905,01

11)Estima-se que, daqui a t meses, a população de uma certa cidade variará segundo a taxa de $2 + 6\sqrt{t}$ pessoas por mês. A população atual é de 5.000 pessoas. Qual a população daqui a 9 meses?

12)Um fabricante de bicicletas espera que daqui a x meses os consumidores estarão adquirindo $F(x) = 5.000 + 60\sqrt{x}$ bicicletas por mês ao preço de $P(x) = 80 + 3\sqrt{x}$ u.m. (unidades monetárias) por bicicleta. Qual é a receita total que o fabricante pode esperar da venda das bicicletas durante os próximos 16 eses? R.: Receita = R(x) = 7.267.840 **Obs.: R' (x) = F(x)·P(x)**

13)Supondo que a produtividade marginal (**PMg**) de uma fábrica em relação à produção diária de automóveis **P** seja dada por $\frac{dP}{dx} = 2 - 0{,}1x$, onde **x** representa o número de vendedores. Supondo que a empresa possui **15** vendedores, quantos vendedores são necessários contratar para atingir uma produção de **20** carros por dia? Considere que a produtividade é nula sem empregados vendedores.

Solução:

Se $\frac{dP}{dx} = 2 - 0{,}1x \Rightarrow dP = (2-0{,}1x)\,dx \Rightarrow P = \int (2-0{,}1x)\,dx = 2x - \frac{0{,}1x^2}{2} + k \overset{*}{=} 2x - 0{,}05x^2$

A produtividade é nula sem empregados vendedores.

Se $P = 20 \Rightarrow 20 = 2x - 0{,}05x^2 \Rightarrow 2x - 0{,}05x^2 - 20 = 0 \Rightarrow x^2 - 40x + 400 = 0 \Rightarrow x = 20$

Como **x** representa o número de empregados, a empresa necessita contratar mais 5 vendedores.