IFCE – 2010-2

Introdução ao Estudo do Cálculo Diferencial e Integral I(Noções de Funções)

1.Simplifique os quocientes abaixo:

a) $\dfrac{x^2-4}{x^2-2x}$ R = $\dfrac{x+2}{x}$ b) $\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-x-6}$ R = $\dfrac{x-1}{x+2}$ c) $\dfrac{8-x^3}{4-x^2}$ R = $\dfrac{x^2+2x+4}{x+2}$

d) $\dfrac{x^3-1}{x^2-1}$ R = $\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ e) $\dfrac{x^4-16}{8-x^3}$ R = $\dfrac{(x^2+4)(x+2)}{x^2+2x+4}$ f) $\dfrac{x^2-a^2}{x-a}$ R = x + a

g) $\dfrac{x^m-1}{x^n-1}$ R = $\dfrac{x^m+x^{m-1}+...+x+1}{x^n+x^{n-1}+...+x+1}$ h) $\dfrac{x^n-a^n}{x-a}$ R = $x^{n-1}+x^{n-2}a+...+xa^{n-2}+a^{n-1}$

i) $\dfrac{x^m-a^m}{x^n-a^n}$ R = $\dfrac{x^{m-1}+x^{m-2}a+...+xa^{m-2}+a^{m-1}}{x^{n-1}+x^{n-2}a+...+xa^{n-2}+a^{n-1}}$

2.Dê o domínio da função f definida pela fórmula

a) $f(x)=\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ **D(f) = [-1 , 1 [** b) $f(x)=\sqrt{1-|x|}$ **D(f) = [-1 , 1]** c) $f(x)=\sqrt{\dfrac{1+|x|}{1-|x|}}$ **D(f) =] -1 , 1 [**

d) f(x) = $2+\sqrt{x-1}$ D(f) = [1, $+\infty$ [e(x) = $\dfrac{3}{1-\cos x}$ ($x \neq$ **$2k\pi$**) f) $\sqrt{\dfrac{x^2-4}{x-4}}$ ($-2 < x < 2,\ x > 4$)

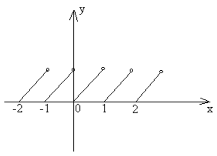
3. O Domínio da função real definida por f(x) = $\sqrt{-x+m}$ é D(f) =] - ∞ ; 2]. Determine m. **R : m = 2**

4.Se f(x) = $\sqrt{x}$ $g(x)=\sqrt{x-5}$ determine D ($g \circ f$) R.: $x \geq 25$

5.Sejam as funções f e g definidas por: f(x) = $\sqrt{x}$ e g(x) = x^3 determine D($g \circ f$) e D(fog). Resp.: $x \geq 0$

6.Seja a função quadrática definida por f(x) = $mx^2 + 2x + 1$, m ≠ 0, determine m para que a função admita um valor máximo em x = 1 . Resp.: m = -1

7.Seja a função f, de R em R, definida por f(x) = x – [x] denominada **função mantissa.** Desenhe o gráfico de f e deduza o seu conjunto imagem.



D = R I = [0 , 1]

8. Se x < - 3 , simplifique a expressão $y=\sqrt{9-6x+x^2}+\sqrt{9+6x+x^2}$ **R : y = - 2x**

9. Sejam as funções f e g definidas, respectivamente, por : $f(x)=\sqrt{x-2}$ e $g(x)=\sqrt{5-x}$

determine os domínios das funções f+g , f – g, f . g e $\dfrac{f}{g}$ Resp.: D = $2 \leq x \leq 5$

10. Demonstre que se $|x-x_o| < \dfrac{\varepsilon}{2}$ e $|y-y_o| < \dfrac{\varepsilon}{2}$ então $|(x+y)-(x_o+y_o)| < \varepsilon$

11. Considere as funções $C(x)=\dfrac{1}{2}\left(3^x+3^{-x}\right)$ e $S(x)=\dfrac{1}{2}\left(3^x-3^{-x}\right)$

Verifique que $[C(x)]^2-[S(x)]^2=1$

12.Seja a função f, definida por $f(x)=\dfrac{1}{x}$ a)Dê o domínio de f b)Verifique que f é decrescente em R_+^*

13.A função f, de R em R, é periódica de período 5, é impar e $f(\frac{1}{3})=1$. Determine $f\left(\dfrac{16}{3}\right).f\left(\dfrac{29}{3}\right)$ **R=-1** e f(12) + f(-7) **R = 0**

14.Ache a inclinação da reta cuja equação é 6x + 5y – 7 = 0 R.: m = -6/5

15.Dada a reta p com equação 5x + 4y – 20 = 0 encontre uma equação da reta que passe pelo ponto (2, -3) e: (a) seja paralela a p e (b) seja perpendicular a p. R.: (a) 5x + 4y + 2 = 0 (b) 4x – 5y – 23 = 0

16.Prove que os pontos A(-7, 2), B(3, -4) e C(1, 4) são vértices de um triângulo isósceles.

17.Ache um equação da reta em que: o intercepto x é -3 e o intercepto y é 4. R.: 4x – 3y = 12 = 0

18.Obtenha a equação da tangente à parábola y = 2x - x^2 em P (2 , 0) R.: y = -2x + 4

19..Ache uma equação de cada uma das retas normais à curva $y = x^3 - 4x$ que sejam paralelas à reta $x + 8y - 8 = 0$ (Resp.: $x + 8y + 2 = 0$ e $x + 8y - 2 = 0$)

20.Determine o ponto da bissetriz dos quadrantes pares que é eqüidistante dos pontos A(-1:- 4) e B(4 ; 3). R: P(-2 ; 2)

21.Consideremos os pontos A(3; 4) e B(8; 9) e a reta de equação $3x - y + 1 = 0$. Determine o ponto de r que é eqüidistante de A e B. R: P(11/4; 37/4)

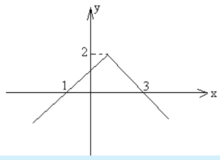
22.Desenhe o gráfico da função f definida por $f(x) = (|x| - 1) (x + 2)$

23. Diz-se que um cilindro circular reto está inscrito numa esfera se as circunferências das bases do cilindro estão na superfície da esfera.Se a esfera tem raio R, expresse o volume do cilindro circular reto inscrito, como uma função do raio r de sua base. Resp.: $V = 2\pi r r^2\sqrt{R^2 - r^2}$

24. Um cilindro circular reto está inscrito numa esfera de raio r. Expresse o volume V do cilindro em função da altura h do cilindro. $V = \pi h\left(r^2 - \frac{h^2}{4}\right)$

25. Verifique que $a - b = (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})$

26.Desenhe o gráfico da função f(x) definida por : $f(x) = 4 - | x - 2 |$



Fórmulas para translação

Translação vertical

$y = f(x) + k$	Translada o gráfico k unidades *para cima* se $k > 0$
	Translada o gráfico $\lvert k\rvert$ unidades *para baixo* se $k < 0$

Translação horizontal

$y = f(x + h)$	Translada o gráfico h unidades *para a esquerda* se $h > 0$
	Translada o gráfico $\lvert h\rvert$ unidades *para a direita* se $h < 0$

Fórmulas para mudança vertical ou horizontal e para reflexão

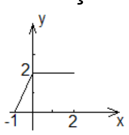
Para $c > 1$:

$y = cf(x)$	Alonga o gráfico de f verticalmente por um fator de c.
$y = \frac{1}{c} f(x)$	Comprime o gráfico de f verticalmente por um fator de c.
$y = f(cx)$	Comprime o gráfico de f horizontalmente por um fator de c.
$y = f(x/c)$	Alonga o gráfico de f horizontalmente por um fator de c.

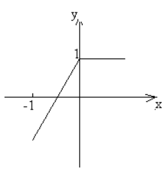
Para $c = -1$:

$y = -f(x)$	Reflete o gráfico de f em torno do eixo x.
$y = f(-x)$	Reflete o gráfico de f em torno do eixo y.

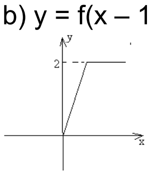
27. O gráfico de uma função f está em apresentado abaixo. Esboce os gráficos das seguintes equações:



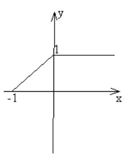
a) $y = f(x) - 1$



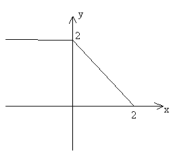
b) $y = f(x - 1)$



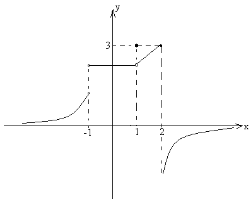
c) $y = \frac{1}{2} f(x)$



d) $y = f(-\frac{1}{2}x)$



28) Desenhe o gráfico da função f(x) definida abaixo : $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x^2}, & \text{se } x < -1 \\ 2, & \text{se } -1 < x < 1 \\ 3 & \text{se } x = 1 \\ x+1, & \text{se } 1 < x \le 2 \\ \dfrac{-1}{(x-2)^2}, & \text{se } x > 2 \end{cases}$



29) Esboce os gráficos de:

a) $y = 1 + (x-2)^2$ b) $y^2 = x^2 + 6x$ c) $y = 1 + 2x - x^2$ d) $y = 2 - (x+1)^2$

e) $y = \sqrt{x-3}$ f) $y = \sqrt{x+3}$ g) $y = |x-3| + 2$ h) $y = 4 - |x-2|$

i) $y^2 = x$ j) $y = |y^2 - 4|$ k) $y = 1/x$ l) $y = 1/x^2$

m) $[[x]] - x$ n) $f(x) = (x - [[x]])^2$ O) $f(x) = (2-x)|3-x|$

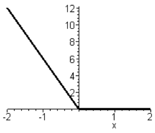
30) Resolva para x e represente a solução em cada caso na reta numérica:

a) $|x-2| = 4$ b) $|x+3| = |2x+1|$ c) $|2x+3| = 2x+3$ d) $|x+3| > 7$ e) $\left|x^2-4\right| = -2x+4$

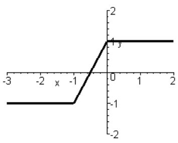
f) $|3+2x| \le 2$ g) $|x+5| < 2x-3$ i) $\dfrac{1}{2} \le \left|\dfrac{6-5x}{x+3}\right|$ j) $x^2 - 1 \le |2x-1|$

Faça os gráficos das funções abaixo, especificando o domínio, a imagem e a paridade, quando possível:

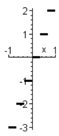
31) $f(x) = |3x| - 3x$ dom $= R$ im $= [0,+\infty)$



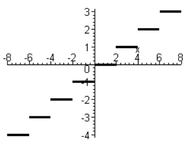
32) $f(x) = |x+1| - |x|$ dom $= R$ im $= [-1, 1]$



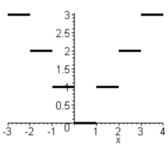
33) $f(x) = [[3x]]$ dom $= R$ im $= Z$



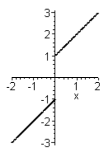
34) $f(x) = \left[\left[\dfrac{1}{2}x\right]\right]$ dom $= R$ im $= Z$



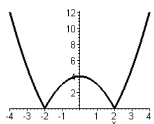
35) $f(x) = |[[x]]|$ dom $= R$ im $= [0,+\infty)$



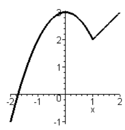
36) $f(x) = x + \dfrac{|x|}{x}$ dom $= R - \{0\}$ im $= (-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$



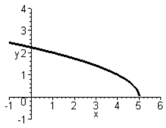
37) $f(x) = y = \left|x^2 - 4\right|$ dom $= R$ im $= [0,+\infty)$



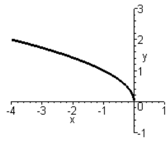
38) $f(x) = \begin{cases} 3 - x^2 & \text{se } x < 1 \\ 1 & \text{se } x = 1 \\ x+1 & \text{se } x > 1 \end{cases}$ dom $= R$ im $= R$



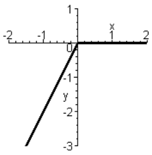
39) $f(x)=\sqrt{5-x}$ dom $=(-\infty,5]$ im $=[0,+\infty)$



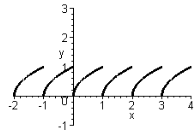
40) $f(x)=\sqrt{-x}$ dom $=(-\infty,0]$ im $=[0,+\infty)$



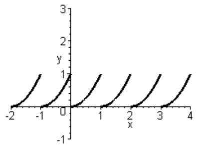
41) $f(x)=x-|x|$ dom $=R$ im $=(-\infty,0]$



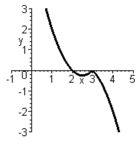
42) $f(x)=\sqrt{x-|x|}$ dom $=R$ im $=[0,1)$



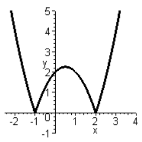
43) $f(x)=(x-[[x]])^2$ dom $=R$ im $=[0,1)$



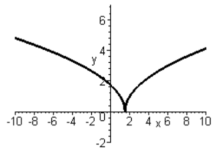
44) $f(x)=(2-x)|3-x|$ dom $=R$ im $=R$



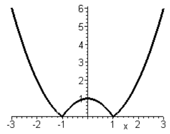
45) $f(x)=\left|x^2-x-2\right|$ dom $=R$ im $=[0,+\infty)$



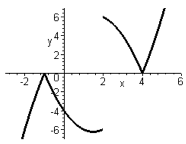
46) $f(x)=\begin{cases}\sqrt{2x-3} \text{ se } x\geq \dfrac{3}{2}\\ \sqrt{3-2x} \text{ se } x<\dfrac{3}{2}\end{cases}$ dom $=R$ im $=[0,+\infty)$



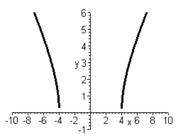
47) $f(x)=\begin{cases}1-x^2 & \text{se} -1\leq x\leq 1\\ x^2-|x| & \text{se } x<1 \text{ ou } x>1\end{cases}$ dom $=R$ im $=[0,+\infty)$



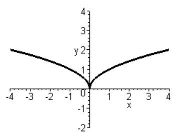
48) $f(x)=\dfrac{\left|x^3-5x^2+2x+8\right|}{x-2}$ dom $=R-\{2\}$ im $=R$



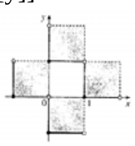
49) $f(x)=\sqrt{|x^2-16|}$ dom $=(-\infty,-4]\cup[4,+\infty)$ im $=[0,+\infty)$



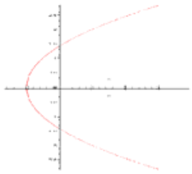
50) $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x} & \text{se } x\geq 0\\ \sqrt{-x} & \text{se } x<0\end{cases}$ dom = R im $=[0,+\infty)$



49) $[[x]]^2+[[y]]^2=1$ dom = $-1\leq x<2$ im = $-1\leq y<2$



50)Faça o esboço do gráfico da equação $y^2 - x - 2 = 0$. Resp.:



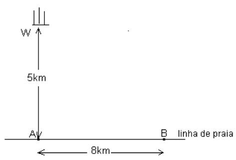
51) Isole y em termos de x e C: ln(y+2) = x + lnC Resp.: $y = Ce^x - 2$

52) A função de Heaviside é definida por $H(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \\ 1 & \text{se } t \geq 0 \end{cases}$

Essa função é usada no estudo d e circuitos elétricos para representar o surgimento repentino de corrente elétrica ou voltagem, quando uma chave é instantaneamente ligada.

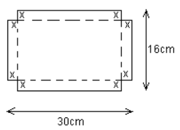
A) Esboce o gráfico da função de Heaviside
B) Esboce o gráfico da voltagem V(t) no circuito se uma chave for ligada no instante t = 0 e 120 Volts forem aplicados instantaneamente no circuito. Escreva uma fórmula para V(t) em termos de H(t)
C) Esboce o gráfico da voltagem V(t) em um circuito quando é ligado uma chave em t = 5segundos e 240volts são ligados instantaneamente no circuito. Escreva uma fórmula de V(t) em termos de H(t)

53)A figura abaixo mostra um poço de petróleo no mar em um ponto W, cujo ponto mais próximo de uma praia reta é A. O petróleo deve ser canalizado de W até um ponto B na praia que está a 8km de A. Custa $ 1.000.000/km colocar tubulação abaixo da linha d´água e $ 500.000/km sobre a terra. Como administrador do projeto, você recebe três propostas para canalizar o petróleo de W até B. Proposta 1 sustenta que é mais barato canalizar diretamente de W até B, pois a menor distância entre dois pontos é a linha reta. A proposta 2 reinvidica que é mais barato canalizar diretamente até A e daí até B ao longo da praia, usando assim, o mínimo de tubulações sob a linha de água. A proposta 3 reinvidica que o mais barato é seguir sob a água até um ponto bem escolhido na praia, entre A e B e então seguir pela praia até B. Qual a proposta correta? R.: A proposta 3 é mais econômica. Custo = =c = $1\sqrt{x^2 + 25} = 0,5(8 - x)$

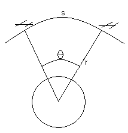


54)Uma caixa aberta é feita de pedaços de papelão com 16 por 30 centímetros, cortando fora quadrados do mesmo tamanho dos quatro cantos e dobrando para cima os lados.

a. seja V o volume da caixa obtido quando os quadrados tiverem lados de comprimento x. Determine uma fórmula para V como uma função de x. R.: $V = 480x - 92x^2 + 4x^3$
b. Ache o domínio e a imagem de V. D = $0 \leq x \leq 8$ im = $0 \leq V \leq 725$

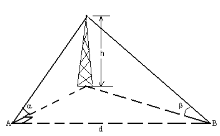


55)Considere dois satélites artificiais circulando ao redor do Equador em uma órbita de raio $r = 4,23 \times 10^7$m. Ache o comprimento do arco "s" que separa os satélites se eles tiverem uma separação angular de θ = 2º .
R.: $s = 1,48 \times 10^6$ m



56)Um topógrafo mede o ângulo α de elevação de uma torre de um ponto A exatamente ao Sul dela, e mede também o ângulo β de elevação de um ponto B que está a "d" metros exatamente a Leste de A. Mostre que a altura h da torre em metros é dada por

$$h = \frac{d\ sen\alpha sen\beta}{\sqrt{sen(\alpha+\beta)sen(\alpha-\beta)}}$$



57)Que figura representa o gráfico das equações paramétricas a) x = 3cost, y = 2 sent ($0 \leq t \leq 2\pi$) R.: Elipse
b) x = cost , y = sent R.: Círculo c) x = 2t – 3 , y = 6t – 7 R.: Reta

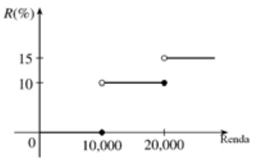
58)Uma companhia deseja fabricar uma lata em forma de um cilindro reto que tenha a capacidade de 500cm^3 de líquido. O material para a tampa e a base custa 0,02centavos/cm^2, enquanto que o material para a lateral custa 0,01centavo/cm^2. Apresente uma fórmula para o cálculo do custo de fabricação da lata.

Resp.: $C = 0,04\pi r^2 + \frac{10}{r}$

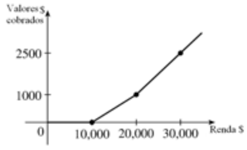
59)Um cilindro circular reto está inscrito numa esfera de raio R dado. Expresse o volume V do cilindro em função da altura H do cilindro. $V = \pi H\left(R^2 - \frac{H^2}{4}\right)$

60) Em certo país o imposto de renda é taxado da seguinte forma: é isento quem recebe valores abaixo de \$ 10.000; para valores entre \$ 10.000 até \$ 20.000 é aplicada uma taxa de 10%; para valores acima de \$ 20.000 é aplicada uma taxa de 15%. Apresente a) um gráfico taxa aplicada versus renda; b) um gráfico de valores cobrados versus renda c) Qual o imposto para uma renda de \$ 14.000; e de \$ 26.000;

a)



b)



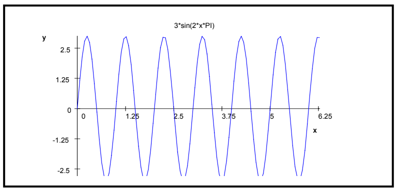
c) \$ 400 e \$ 1.900

As famílias : y = A sen Bx e y = A cós Bx

1) Esboce o gráfico de a) y = 3 sen 2πx (3 é amplitude com período 1)

Digite:plotfunc2d(3*sin(2*PI*x), x = 0..2*PI)

MUPAD

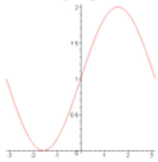


b) y = -3cos 0,5x (-3 é amplitude com período 4 π)

Maple: digite > **plot(-3*cos(1/2*x), x=-Pi...2*Pi);**

c) 1 + senx (Amplitude = 2 , período 2 π)

> **plot(1+ sin(x), x=-Pi...Pi);**



As famílias : y = A sen(Bx– C) e y = A cós(Bx – C) ou ainda, $y = A\ \text{sen}\left[B\left(x - \frac{C}{B}\right)\right]$ e $y = A\ \cos\left[B\left(x - \frac{C}{B}\right)\right]$

1) Ache a amplitude, o período e o deslocamento de fase de y = $3\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$

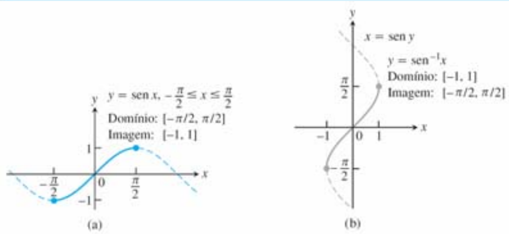
Amplitude = 3 Período = π Deslocamento de fase = $-\frac{\pi}{2}$

Funções trigonométricas inversas

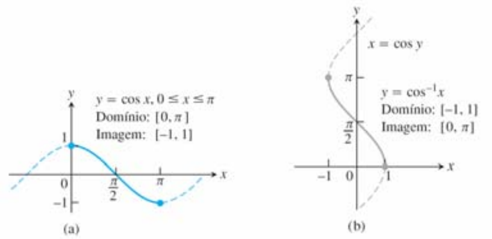
Definição Funções arco seno e arco cosseno

$y = \text{sen}^{-1} x$ é o número no intervalo $[-\pi/2, \pi/2]$ para o qual sen $y = x$.

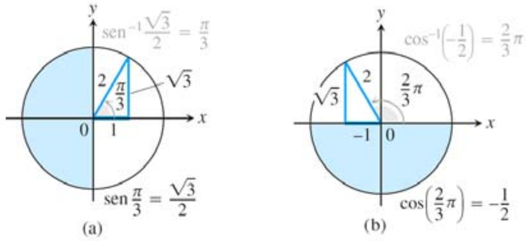
$y = \cos^{-1} x$ é o número no intervalo $[0, \pi]$ para o qual cos $y = x$.



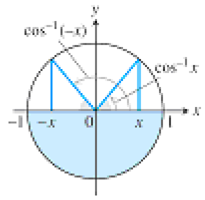
Os gráficos de (a) $y = \text{sen}\, x$, $-\pi/2 \le x \le \pi/2$, e (b) sua inversa, $y = \text{sen}^{-1} x$. O gráfico de $\text{sen}^{-1} x$, obtido pela reflexão em torno da reta $y = x$, é uma parte da curva $x = \text{sen}\, y$.



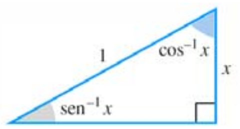
O gráfico de (a) $y = \cos x$, $0 \le x \le \pi$, e (b) sua função inversa, $y = \cos^{-1} x$. O gráfico de $\cos^{-1} x$, obtido por reflexão em torno da reta $y = x$, é uma parte da curva $x = \cos y$.



Valores das funções arco seno e arco cos-seno



$\cos^{-1} x$ e $\cos^{-1}(-x)$ são ângulos suplementares (portanto, sua soma é π).

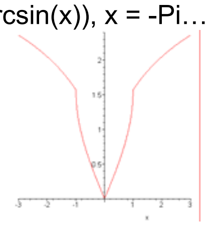


$\text{sen}^{-1} x$ e $\cos^{-1} x$ são ângulos complementares

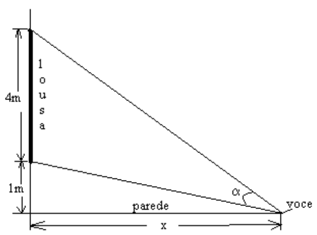
2)Determine o domínio da função definida por $f(x) = \log_2(1-2x) + 3\,\text{arc}\cos\dfrac{3x-1}{2}$ R : $\left[-\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{2}\right[$

3)Construa o gráfico da função g, definida por g(x) = | arc sen x |

Maple: digite: >plot(abs(arcsin(x)), x = -Pi…Pi);



4) Você está sentado na sala de aula, próximo à parede que está de frente para a lousa, que fica na frente da sala. A lousa tem 4m de comprimento e começa a 1m da parede próximo à qual você se senta. Demonstre que seu ângulo de visão é $\alpha = arc\cot g\dfrac{x}{4} - arc\cot gx$ caso você esteja a x pés da parede.



5) Calcule o valor de $\cos(\text{arcsen}\dfrac{1}{4} + \text{arccos}\dfrac{1}{2})$. Resp.: $\dfrac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{8}$

6)Prove que para $|x| \le 1$, tem-se arc sen x + arc cos x = $\dfrac{\pi}{2}$

7) Simplifique: a) $sen\left(sen^{-1}\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ R.: $\dfrac{\sqrt{3}}{2}=sen\dfrac{\pi}{3}$ b) $\cos\left(sen(-\dfrac{13}{5})\right)$ R.: $\dfrac{4}{5}$

c) $y = \text{tg } 2.\left(\text{arcsen}\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ R. $-\sqrt{3}$ d) $y = \text{tg}\left[\text{arcsen}\left(-\dfrac{3}{5}\right)\right]$ R. $-\dfrac{3}{4}$

e) cos (2.arccos 1) R. 1 f) tg (2.arctg 1) R. não existe $tg\dfrac{\pi}{2}$

g) $\text{sen}\left(\text{arccos}\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)$ R. $\dfrac{\sqrt{14}}{4}$ h) $y = \text{sen}\left(\text{arccos}\dfrac{1}{2}+\text{arcsen}\dfrac{1}{3}\right)$ R. $\dfrac{2\sqrt{6}+1}{6}$

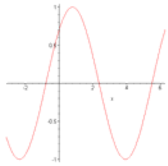
APLICAÇÃO: Aparelhos elétricos, como motores, transformadores, reatores de lâmpadas e outros, precisam, além da energia ativa (energia para o funcionamento normal do aparelho), de uma forma de energia chamada reativa (para energizar as partes elétricas do aparelho para sua efetiva utilização). As empresas controladoras de energia medem um valor chamado fator de potência(FP) que relaciona as energias mencionadas por meio da equação: $FP=\cos\left(arctg\dfrac{energia\ reativa}{energia\ ativa}\right)$. As indústrias devem ter FP maior que 0,92, senão serão multadas pela má utilização da elétrica. Suponhamos duas indústrias que consumam os seguintes valores:

a) indústria A: energia reativa — 1200 kvarh, energia ativa — 1200 kWh
b) indústria B: energia reativa — 1200 kvarh, energia ativa — 4800 kWh

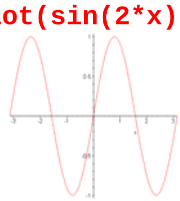
Pergunta-se:

1) Qual das indústrias tem o melhor fator de potência? ® B; FP=0,9703
2) Qual das indústrias deve ser multada? ® A; FP=0,7071

8) Faça o gráfico de $\text{sen}\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ digite : plot(sin(x+PI/4), x = 0..2*PI);



9)Faça o gráfico de $f(t)=\text{sen}(2t)$ sobre o intervalo $[-\pi,\pi]$. Obtenha a amplitude e o período de f.
Maple: digite: > `plot(sin(2*x), x=-Pi..Pi);` **Amplitude=1** **Período =** π



10) A reta perpendicular à reta tangente a uma curva no ponto de tangência é chamada de reta normal.
Encontre a equação da reta normal a y = x^3 em (2,8). Resp.: $y=-\dfrac{1}{12}x+\dfrac{49}{6}$

11) Encontre a equação da reta que passa por (8, -2) e é perpendicular a y = 4/5x + 2 Resp.: 5x + 4y = 32

12) Encontre a decomposição em fração parcial de:

a) $\dfrac{x^2+7x-2}{x^3-x}$ Resp.: $\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{-4}{x+1}$ b) $\dfrac{x^3-x^2+9x-1}{x^4-1}$ Resp.: $\dfrac{2}{x-1}+\dfrac{3}{x+1}+\dfrac{-4}{x^2+1}$

c) $\dfrac{6x^3+5x^2+2x-10}{6x^2-x-2}$ Resp $x+1+\dfrac{-2}{3x-2}+\dfrac{3}{2x+1}$

Funções Hiperbólicase e Cabos pendentes : $e^x=\underbrace{\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}}_{par=\cosh x}+\underbrace{\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}}_{impar=senhx}$ têm muitas propriedades em comum com as funções trigonométricas e, portanto, algumas identidades também semelhantes.

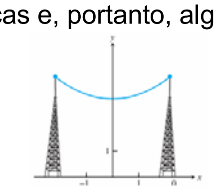
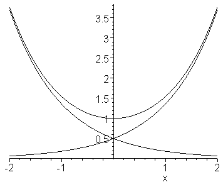


Gráfico de uma catenária ou cabo pendente.

Teorema : a) cosh x + senh x = e^x b) cosh x – senh x = e^{-x} c) $\cos^2$h x – sen^2h x = 1

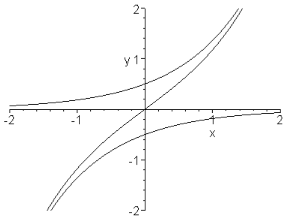
d) $1 - tg^2h\ x = sec^2h\ x$ e) $cotg^2h\ x - 1 = cossec^2h\ x$ f) $\cosh(-x) = \cosh x$ g) $senh(-x) = -senh\ x$

1) Gráfico de: $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x} + \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x}, \cosh x$



Maple: > with(plots):
> plot([1/2*exp(x),1/2*exp(-x),cosh(x)],x= -2…2);

2) Gráfico de: $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x} - \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x}, senh\, x$



Maple: >with(plots):
> plot([1/2*exp(x),-1/2*exp(-x),sinh(x)],x=-2..2,y=-2..2,color=black);

3) Demonstre que a função inversa de cosh(x) é $y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}$