

## **PROBEST**

**PROFESSOR: Carlos Alberto**

### **Lista de Exercícios 01**

1. Uma pesquisa de opinião consiste em 6 perguntas, cada uma das quais tem 5 respostas possíveis. Se todas as perguntas devem ser respondidas, quantos resultados possíveis há para esta pesquisa ?

2. No jogo da Loto, cada jogo consiste na escolha de 5 números diferentes entre 0 e 99.

A) Quantas cartelas um jogador deveria preencher para cobrir todas as possibilidades?

B) Qual a probabilidade desse apostador acertar na loteria jogando apenas uma cartela?

3. Uma pessoa deseja ir de avião do Rio de Janeiro para São Paulo e, no dia seguinte, de São Paulo para Brasília. Sabendo-se que uma certa companhia aérea tem 10 vôos diários do Rio para São Paulo e 5 vôos diários de São Paulo para Brasília, quantas possibilidades esta pessoa tem para realizar os dois vôos por esta companhia? Faça um diagrama.

4. Uma moeda é lançada 4 vezes. Qual a probabilidade de ocorrer:

a) nenhuma cara

b) Uma cara

c) duas caras

d) três caras

e) quatro caras

f) pelo menos uma cara

5. Em uma eleição há 15 candidatos para 2 vagas. Quantos resultados possíveis há para esta eleição ?

6. Na inscrição para um concurso da Receita Federal, os candidatos recebem um número de registro de 5 dígitos. O primeiro candidato a se inscrever recebe o número 00001. Quantos números de registro são possíveis?

7. Os primeiros 4 dígitos do número de telefone de 8 dígitos identificam a central telefônica. Por exemplo, o número 2455-8900 pertence à central telefônica de código 2455. Quantos telefones podemos ter em uma mesma central? Quantas centrais podem existir neste sistema? O primeiro dígito da central não pode ser 0.

8. As placas de carro no Brasil usam uma identificação que consta de 3 letras e 4 dígitos. Qual o número máximo de placas que podemos ter no Brasil?

9. Se você tem 5 pares de meias, 3 calças, 6 camisas e um chapéu, de quantas maneiras, usando apenas estas peças de vestuário, você pode se apresentar ao mundo?

10. O cadeado de um cofre usa um mostrador numérico com 20 números.

Este mostrador deve ser girado para esquerda até um certo número, depois para a direita e depois para a esquerda novamente. A chave numérica deste cadeado é formada, portanto, por 3 números. Quantas combinações existem no total?

11. Para acessar sua conta bancária através do caixa automático, os clientes de um certo banco têm que digitar um código de 4 dígitos. Se não são permitidos códigos que usem o mesmo dígito 4 vezes (por exemplo, o código 2222 não é permitido), quantos códigos são possíveis?

12. Um pessoa está escolhendo um carro entre os modelos de duas marcas. A primeira tem 3 modelos que a interessa. Cada modelo pode vir em 5 cores diferentes. Enquanto que a segunda marca tem 5 modelos que a interessa, cada um deles podendo vir em 8 cores. Quantas possibilidades há para se escolher o carro?

13. No jogo da Loteria Esportiva, uma cartela é constituída de 13 jogos de futebol. Em cada cartela, o apostador deve escolher o resultado de cada um dos 13 jogos (3 resultados possíveis para cada jogo), podendo marcar 2 resultados em um único jogo. Em um jogo deste, de quantas maneiras podemos preencher uma cartela?

Sugestão: a primeira tarefa é escolher, dentre os 13 jogos, aquele em que serão marcados 2 resultados.

## Fatorial e Permutações simples

1. Calcule:

(a)  $3!$

(b)  $5!$

(c)  $10!/8!$

(d)  $12!/10! \times 2!$

2. Se  $12! = 479001600$ , calcule  $13!$ .

3. O que é permutação de  $n$  elementos? Crie um exemplo de problema de permutação.

4. De quantas maneiras as letras da palavra *NUVEM* podem ser permutadas?

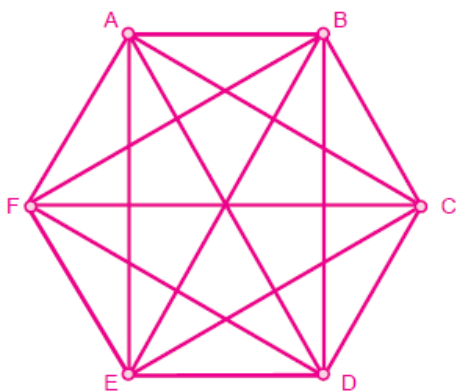
5. De quantas maneiras 5 pessoas podem sentar em 5 cadeiras em uma fila?

6. Em um ponto de ônibus, 8 pessoas chegam ao mesmo tempo. De quantas maneiras elas podem formar uma fila?

7. Uma prova de natação é disputada por 6 nadadores. Quantos resultados são possíveis?

8. Uma pessoa deve realizar 5 tarefas em um mesmo dia. Se as 5 tarefas podem ser feitas em qualquer ordem, de quantas maneiras pode ordenar as tarefas?

9. A figura abaixo representa 6 cidades: *A*, *B*, *C*, *D*, *E* e *F*. Um vendedor ambulante deve passar pelas seis cidades, passando por cada uma apenas uma vez.



(a) Se ele pode começar por qualquer cidade e terminar em qualquer cidade, quantos caminhos são possíveis?

Resposta =

(b) Se o vendedor deve começar pela cidade *A*, quantos caminhos são possíveis?

Resposta =

(c) Quantos caminhos possíveis existem se o vendedor deve passar pelas seis cidades uma vez e depois voltar a passar uma vez por cada cidade?

Resposta = considere o problema como se o vendedor tivesse que cumprir as tarefas em 12 etapas.

10. Um estudante está planejando ler a trilogia de Machado de Assis, que é formada pelos livros:

- Memórias Póstumas de Brás Cubas
- Quincas Borba
- Dom Casmurro

Se os livros podem ser lidos em qualquer ordem, quantas ordens possíveis há para se ler a trilogia?

Arranjos simples

1. Calcule:

- (a)  $A(5, 3)$
- (b)  $A(2, 1)$
- (c)  $A(5, 5)$
- (d)  $A(20, 18)$

2. O que é arranjo de  $n$  elementos tomados  $p$  a  $p$ ? Dê um exemplo. Compare arranjo com permutação.

3. De quantas maneiras 4 pessoas em uma família de 10 podem se colocar em uma foto?

4. Um departamento de uma Universidade tem 10 professores. Estes professores devem escolher um chefe e um vice-chefe do departamento. De quantas maneiras podem fazê-lo?

5. (a) Para ganhar em uma corrida de cavalos, um apostador deve acertar o primeiro e o segundo colocados em um páreo em que participam 8 cavalos. Quantos são os resultados possíveis?

(b) Suponha agora que o apostador deve acertar o primeiro e o segundo colocado nos 2 primeiros páreos. Quantos são os resultados possíveis?

6. A final de um campeonato de futebol termina empatada e deve ir para disputa de pênaltis. Um técnico deve selecionar 5 jogadores, dentro do conjunto de 10 jogadores em campo, para bater os pênaltis. O técnico deve também decidir a ordem em que as penalidades serão cobradas. De quantas maneiras ele pode fazer a escolha?

7. Uma banda de rock deve escolher 10 músicas, dentro de um conjunto de 15 músicas, para formar seu novo CD. A ordem da escolha é importante pois é a sequência em que as músicas aparecerão no CD. Quantas escolhas são possíveis?

8. Uma companhia aérea A opera em 6 cidades de um país, ligando cada cidade a cada uma das outras cidades. Quantas rotas possui, no total? Para expandir seus negócios, ela compra a companhia aérea B, que opera em 4 cidades de outro país, ligando cada uma delas a cada uma das outras. Para se expandir ainda mais, a agora multinacional companhia A inaugura um vôo ligando duas cidades, uma em cada país. Com quantas rotas ficou, no total?

- Permutações com elementos repetidos e permutações circulares:

1. Quantas permutações existem para a palavra BICICLETA?

2. Um professor tem uma lista de 10 problemas, dos quais deve selecionar 3 para um teste. Supondo que a ordem de colocação dos problemas seja importante, de quantas maneiras pode fazer o teste?

3. O mesmo professor tem de elaborar outro teste, sendo que desta vez ele tem uma lista de 6 problemas da unidade I de sua disciplina, 8 problemas da unidade II e 7 problemas da unidade III. De quantas maneiras este professor pode elaborar um teste de 5 questões, sabendo-se que a ordem de apresentação dos problemas é importante e que:

(a) Todas as questões devem ser da unidade I.

(b) O teste deve ter 3 questões da unidade I, seguido de 2 questões da unidade II.

(c) O teste deve ter 2 questões da unidade II, seguido de 3 questões da unidade III.

(d) Não há restrições quanto às questões.

4. Uma pessoa deve cumprir 6 tarefas, sendo 2 delas agradáveis e as demais muito chatas. Um pouco contrariada, esta pessoa se pergunta de quantas maneiras pode ordenar o cumprimento das tarefas. Responda isto por ela, sabendo-se que:

(a) Ela é do tipo de pessoa que gosta de fazer as coisas agradáveis primeiro.

(b) Ela não leva em conta se a tarefa é chata ou não quando planeja a ordem de execução.

(c) Vai realizar uma tarefa interessante, em seguida duas chatas, em seguida a outra tarefa interessante e depois as outras chatas.

5. Uma banda de reggae vai fazer uma turnê por 5 países, dando shows em 4 cidades em cada país. De quantas maneiras esta banda pode escolher seu itinerário, sabendo-se que a única restrição é que os shows em um mesmo país devem ser feitos em seguida (isto é, não pode visitar o mesmo país duas vezes)?

6. (a) Um trabalhador anda de casa para o trabalho. Para fazê-lo, ele percorre 5 quadras de leste para oeste e 6 quadras de norte para sul. Supondo que ele ande sempre para o oeste ou para o sul, quantos caminhos possíveis existem?

(b) Suponha agora que, no caminho, ele sempre passa por uma banca de jornal, que fica exatamente a 3 quadras para o oeste e 3 quadras para o sul de sua casa. Quantos caminhos para o trabalho existem que passam pela banca de jornal?

7. De quantas maneiras podemos dispor 10 pessoas em uma mesa circular?

8. Na questão anterior, se as 10 pessoas são 5 homens e 5 mulheres, quantas permutações circulares existem tais que não haja 2 homens e nem 2 mulheres em lugares adjacentes?

9. Um anfitrião vai receber 5 pessoas para jantar em sua casa. Como poderá dispor as pessoas na mesa, se dois de seus convidados não se falam e, portanto, não deverão sentar em cadeiras adjacentes?

10. Considere um motor a explosão de 6 cilindros. Os cilindros são acionados sempre na mesma ordem. Por exemplo, se os cilindros são numerados 1, 2, 3, 4, 5 e 6, uma possível ordem de explosão é 1,4,5,2,3, 6. Note que uma permutação que corresponda a mesma permutação circular, dá a mesma ordem de explosão, por exemplo 6, 1, 4, 5,2,3 é a mesma ordem de explosão de antes. Quantas ordens de explosão possíveis existem para um motor de 6 cilindros?

- Combinações com e sem repetições

1 - Um fabricante de sorvetes possui a disposição 7 variedades de frutas tropicais do nordeste brasileiro e pretende misturá-las duas a duas na fabricação de sorvetes. Quantos serão os tipos de sorvete disponíveis?

2 – Um grupo com 5 crianças será formado entre as 14 crianças de uma família. De quantas maneiras possíveis poderemos formar esse grupo.

3 - Uma turma possui 5 alunos e 6 alunas. Uma comissão deve ser formada entre todos os alunos, devendo ter 2 meninos e 2 meninas. Quantas comissões podem ser formadas?

4 - Uma moeda é jogada 6 vezes. Quantos são os resultados possíveis? Quantos destes resultados têm 3 caras e 3 coroas?

5 - Prove que:

a)  $C(n, n) = C(n, 0) = 1$  , para qualquer  $n$  inteiro não negativo.

b)  $C(n, r) = C(n, n - r)$  , para quaisquer inteiros não-negativos  $n, r, 0 \leq r \leq n$ .

6. Um estudante recebe uma prova contendo 6 questões. Ele deve escolher 4 para resolver. De quantas maneiras ele pode fazer sua escolha?

7. Quantos inteiros de 3 dígitos podem ser formados, usando-se apenas os algarismos  $\{2, 4, 5, 8, 9\}$ , se não pode haver repetição? (Por exemplo, 552 não é válido).

8. Uma pessoa deseja comprar 2 presentes de uma lista de casamento onde restam 12 presentes. Quantas escolhas são possíveis?

9. Uma moeda é lançada 5 vezes. Encontre o número de maneiras de se obter:

(a) 5 caras ,

(b) 2 caras e 3 coroas ,

(c) exatamente 1 cara .

10. Problema do Menino Guloso: Um menino encontra-se no balcão de uma sorveteria que oferece 7 opções diferentes de sabores. Ele tem dinheiro para comprar 4 sorvetes e ele também pode escolher sabores repetidos. Nessas condições, quantos diferentes pedidos ele pode fazer?

11. Uma caixa de ovos contém 12 ovos enumerados de 1 a 12, dos quais 2 estão rachados. - Considerando o evento sem reposição - Determine o que se pede:

1. De quantas maneiras pode-se selecionar 4 ovos da caixa, (4 por vez)?
2. Qual a probabilidade de serem selecionados 2 ovos rachados, das escolhas do item 1?
3. Qual a probabilidade de ser selecionado apenas 1 ovo rachado?
4. Qual a probabilidade de ser selecionado apenas ovos bons?

12. Uma caixa contém 10 bolas numeradas de 1 a 10, sendo 4 azuis e 6 brancas. São retiradas 4 bolas de uma única vez. Considerando o Evento sem reposição. Qual a probabilidade de:

- (a) Todas as bolas retiradas serem brancas?
- (b) Serem retiradas 2 bolas brancas e 2 bolas azuis?
- (c) Serem retiradas 3 bolas brancas e 1 bola azul?
- (d) Todas as bolas retiradas serem azuis?

13. Uma empresa está selecionando 6 novos funcionários a partir de uma lista de 10 candidatos pré-selecionados. Os candidatos são 5 homens e 5 mulheres. De quantas maneiras esta empresa pode fazer a seleção, sabendo-se que:

- (a) O sexo dos candidatos não será levado em conta para a escolha?
- (b) As vagas devem ser preenchidas com 3 homens e 3 mulheres?