INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CEARÁ
Campus Fortaleza

Coordenadoria de Matemática
Professor: Roberto Carlos Feitosa
AP3 - Cálculo II
Aluno(a) Francisco Lucas B. da S. Nota 10,0

2017.1

Muito bem!!

Questões: (5 escores cada)

1) Encontre a área da região limitada por $y = x^2 \; e \; y = 4$.

2) Use o método dos discos ou anéis circulares para calcular o volume do sólido de revolução, gerado pela rotação da região limitada por $y = x^2$ e $y = \sqrt{x}$ em torno do eixo x.

3) Aplique o método das cascas cilíndricas para encontrar o volume do sólido de revolução gerado pela rotação em torno do eixo y da região limitada por

   $y = x^2 \; e \; x = 4 \; e \; y = 0$.

4) Calcule o comprimento do arco da curva $y = x^{\frac{3}{2}}$, do ponto A(0,0) até o ponto B(1 ,1).

5) Encontre área da região interior à curva . $r = 2 \operatorname{sen} 3\theta$

Resolução:

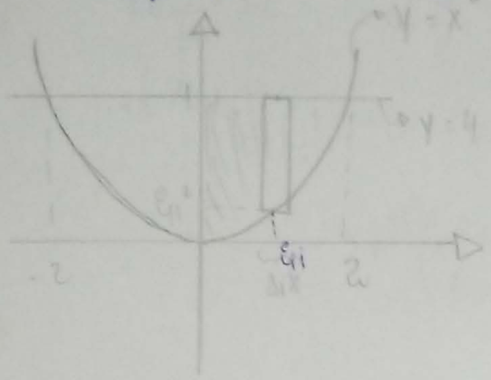
Obs.: 1. utilize caneta de cor azul ou preta. Questões resolvidas a lápis não serão consideradas.
2. não escreva na folha de frente da prova.

1. 5
2. 5
3. 5
4. 5
5. 5

20

Sucesso!

1) $R: \begin{cases} y = x^2 \\ y = 4 \end{cases}$



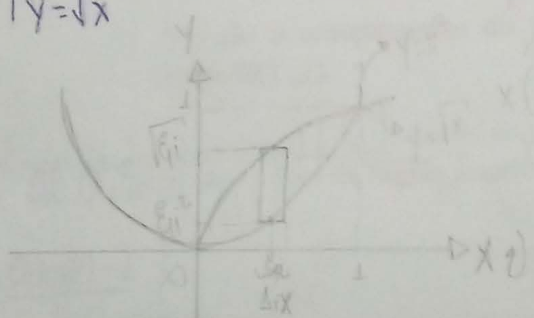
$\Delta_i A = (4 - \xi_i^2) \cdot \Delta_i x$

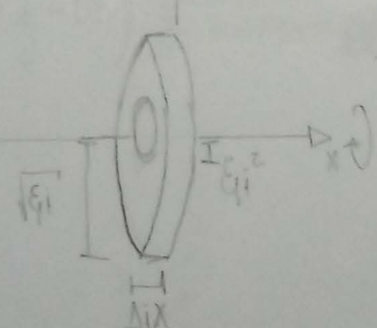
$$A = 2 \cdot \int_0^2 (4 - x^2)\, dx$$

$$A = 2 \cdot \left(4x - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2$$

$$A = 2\left[\left(8 - \frac{8}{3}\right)\right] = 2 \cdot \left(\frac{16}{3}\right) = \frac{32}{3} \text{ u.a.}$$

02) $R: \begin{cases} y = x^2 \\ y = \sqrt{x} \end{cases}$, em torno de x.





$$\Delta_i V = \pi\left(\sqrt{\xi_i}\right)^2 \cdot \Delta_i x - \pi\left(\xi_i^2\right)^2 \cdot \Delta_i x$$

$$\Delta_i V = \pi\left(\xi_i - \xi_i^4\right) \Delta_i x$$

$$V = \pi \int_0^1 (x - x^4)\, dx$$

$$V = \pi\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5}\right)\Big|_0^1$$

$$V = \pi\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) = \pi\left(\frac{3}{10}\right)$$

$$V = \frac{3\pi}{10} \text{ u.v.}$$

04) $y = x^{3/2}$; $A(0,0)$ ao $B(1,1)$

$* \ \frac{dy}{dx} = \frac{3}{2} x^{1/2}$ $\quad L = \int_0^1 \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx$

$L = \int_0^1 \sqrt{1 + \frac{9x}{4}}\, dx \ *$

$L = \frac{8}{27}\left(1 + \frac{9}{4}x\right)^{3/2}\Big|_0^1$

$L = \frac{8}{27}\left[\left(1 + \frac{9}{4}\right)^{3/2} - 1^{3/2}\right] = \frac{8}{27}\left[\left(\frac{13}{4}\right)^{3/2} - 1\right]$ u.c.

$* \int \sqrt{1 + \frac{9}{4}x}\, dx$ $\quad u = 1 + \frac{9}{4}x$

$\int \sqrt{u} \cdot \frac{4}{9}\, du =$ $\quad du = \frac{9}{4}\, dx$

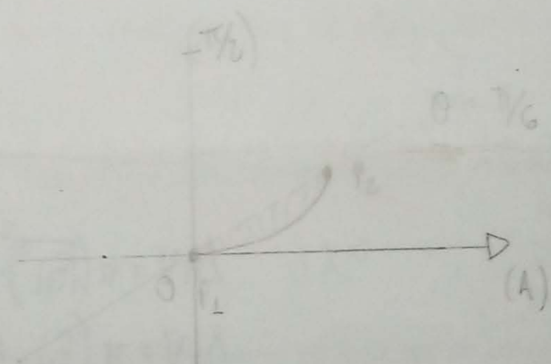
$\frac{4}{9} \cdot \frac{2}{3} u^{3/2} + C =$ $\quad \frac{4}{9}\, du = dx$

$\frac{8}{27}\left(1 + \frac{9}{4}x\right)^{3/2} + C$

05) $r = 2 \operatorname{sen} 3\theta$

↳ rosácea com 3 pétalas

3θ	θ	r	$P_i(r,\theta)$
0	0	0	$P_1(0,0)$
$\pi/2$	$\pi/6$	2	$P_2(2, \pi/6)$



$* \int \operatorname{sen}^2 3\theta\, d\theta =$

$= \int \frac{1 - \cos 6\theta}{2}\, d\theta$

$= \frac{1}{2}\left(\theta - \frac{1}{6}\operatorname{sen} 6\theta\right) + C$

$A = 6 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{\pi/6} (2 \operatorname{sen} 3\theta)^2\, d\theta$

$A = 3 \int_0^{\pi/6} 4 \cdot \operatorname{sen}^2 3\theta\, d\theta$

$A = 12 \int_0^{\pi/6} \operatorname{sen}^2 3\theta\, d\theta \ *$

$A = 12\left[\frac{1}{2}\left(\theta - \frac{1}{6}\operatorname{sen} 6\theta\right)\right]_0^{\pi/6} \Rightarrow$

$A = 6\left(\frac{\pi}{6} - \cancel{\frac{1}{6}\operatorname{sen}\pi}^{\,0}\right) = 6 \cdot \frac{\pi}{6} \Rightarrow A = \pi$ u.a.