IFCE - CURSO: ENGENHARIA DE MECATRÔNICA – 2010-1

II) Técnicas de derivação :

1.Uma companhia telefônica quer estimar o número de novas linhas residenciais que deverá instalar em um dado mês. No inicio de janeiro de 1999, a companhia tinha 100.000 assinantes, cada um com 1,2 linha, em média. A companhia estimou o crescimento das assinaturas a uma taxa mensal de 1000. Pesquisando os assinantes existentes, a companhia encontrou que cada um pretendia instalar uma média de 0,01 nova linha telefônica até o final de janeiro. Estime o número de novas linhas que a companhia deverá instalar até o final de janeiro de 1999, calculando a taxa de crescimento das linhas no começo do mês.

2. Encontre $\dfrac{dy}{dx}$ em a) $f(x) = (x^3 + x^2).\text{sen } x$ R.: $f'(x) = (3x^2 + 2x)\ \text{sen } x + (x^3 + x^2). \cos x$

b) $y = \dfrac{\text{senx}}{\sqrt{x}}$ R.: $y' = \dfrac{2x\cos x - senx}{2x\sqrt{x}}$ c) $f(x) = \text{tx } x$ R: $f'(x) = \sec^2 x$ d) $y = \text{cossec } x$ $y' = -\text{cossec } x . \text{cotg } x$

3. Ache uma função $y = a x^2 + bx + c$ cujo gráfico tem um intercepto x de 1, um intercepto y de -2 e tem uma reta com inclinação de -1 no intercepto y.

4. Encontre os pontos de intersecção do gráfico de $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ com o de sua reta tangente no ponto $\left(a, \dfrac{1}{a^2}\right)$.

R. Resp.: $\left(a, \dfrac{1}{a^2}\right)$ e $\left(-\dfrac{a}{2}, \dfrac{4}{a^2}\right)$

5. Sendo $f(x) = \cos x + x^3 + 2$, calcule $f^{(2053)}(x)$.

6.Encontre a equação da reta tangente ao gráfico da função *f* definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3+1}{x^2+2}, & x \le -1 \\ x^4 + 2x^2 + 9x + 6, & x > -1 \end{cases}$$ no ponto de abscissa -1.

7.Um objeto move-se ao longo de uma reta de acordo com a equação de movimento $s = 3t^2 - t^3$ com $t \ge 0$. Faça uma tabela que dê a descrição da posição e movimento da partícula. Mostre o comportamento do movimento numa figura. **Idem para $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t$**

8. Mostre que o triângulo formado por qualquer reta tangente ao gráfico de $y = 1/x$, $x > 0$ e pelos eixos Coordenados tem uma área de 2 unidades quadradas.

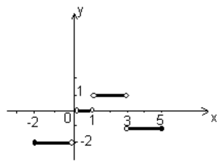
9. Seja $f(x) = \begin{cases} x^2 + \dfrac{1}{16}, & x < \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{3}{4}x^2, & x \ge \dfrac{1}{2} \end{cases}$ Determine se f é diferenciável em $\dfrac{1}{2}$,caso seja, encontre o valor da derivada Neste ponto.

10. Sendo $f(x) = x^8 - 2x + 3$ ache $\displaystyle\lim_{h \to 0} \frac{f'(2+h) - f'(2)}{h}$ Resp. 3584

11. Quantas retas tangentes à curva $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$ passam pelo ponto (1, 2) ? Em quais pontos essas retas tangentes tocam a curva?

12.Use as informações a seguir para fazer o gráfico da função f no intervalo fechado [-2, 5].

a) o gráfico de f é composto por segmentos de retas fechados unidos pela extremidade.
b) O gráfico começa no ponto (-2, 3).
c) A derivada de f é a função escada da figura a seguir



13. Um objeto move-se ao longo de uma reta de acordo com a equação de movimento

$s = \dfrac{3t}{(t^2+9)}$ com $t \ge 0$ onde s m é a distância orientada do objeto, desde o ponto de partida em t seg.

a) Qual a velocidade Instantânea do objeto em t_1 seg ? b) Qual a velocidade instantânea em 1 seg ?

14. A derivada de função F dada por

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 2x & 3x^2 & 4 \\ 5 & 6x & 2x^2 \end{vmatrix}$$

FUNÇÃO COMPOSTA(REGRA DA CADEIA):

Encontre a função derivada de cada uma das funções definidas a seguir.

1) $f(x)=\sqrt{x^2-3x}$ R.: $f'(x)=\dfrac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x}}$ 2) $f(x)=\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ R.: $f'(x)=\dfrac{1}{(1-x)\sqrt{1-x^2}}$

3) $f(x)=(1+\sqrt{3}x)^3$ R.: 3) $f'(x)=3\sqrt{3}(1+\sqrt{3}x)^2$ 4) $f(x)=|x^2-4|$ R.: $f'(x)=\begin{cases}2x, & |x|>2\\ -2x, & |x|<2\end{cases}$

5) $g(y)=(y+1)\sqrt{y^2-2y+2}$ R: $g'(y)=\dfrac{2y^2-2y+1}{\sqrt{y^2-2y+2}}$ 6) $h(u)=\sqrt{\dfrac{1-u^2}{1+u^2}}$ R: $h'(u)=\dfrac{-2u}{\sqrt{1-u^2}\sqrt{(1+u^2)^3}}$

7) $f(x)=\dfrac{\sqrt{a-x}+\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}-\sqrt{a+x}}$ R.: $f'(x)=\dfrac{a}{\sqrt{a^2-x^2}\,(a-\sqrt{a^2-x^2})}$

8) $g(\theta)=\sqrt{\theta+\sqrt{\theta}}$ R.: $g'(\theta)=\dfrac{2\theta+\sqrt{\theta}}{4\theta\sqrt{\theta+\sqrt{\theta}}}$ 9) $g(y)=\mathrm{tg}(\sqrt{1-y})$ R.: $g'(y)=\dfrac{-\sec^2(\sqrt{1-y})}{2\sqrt{1-y}}$

10) $u(x)=\mathrm{sen}^4(x)+\cos^4(x)$ R.: $u'(x)=-\mathrm{sen}(4x)$ 11) $F(z)=\dfrac{1+\cos(2z)}{1-\cos(2z)}$ R.: $F'(z)=\dfrac{-4\,\mathrm{sen}(2z)}{(1-\cos(2z))^2}$

12) $f(x)=\dfrac{(2-x)^{\frac{1}{3}}}{4\sqrt{2+x}}$ R.: $f'(x)=\dfrac{x-10}{24\sqrt{(2+x)^3}\sqrt[3]{(2-x)^2}}$ 13) $T(y)=|y^3+2|$ R.: $T'(y)=\dfrac{3y^2\,|y^3+2|}{y^3+2}$

14) $G(y)=\mathrm{tg}(\mathrm{sen}(y^4))$ R.: $G'(y)=4y^3\sec^2(\mathrm{sen}(y^4))\cos(y^4)$

15) $H(t)=\mathrm{sen}^2(2t-t^2)$ R.: $H'(t)=2(2-2t)\mathrm{sen}(2t-t^2)\cos(2t-t^2)$

16) Seja *f* uma função definida por $f(x)=\mathrm{sen}^2\left(\dfrac{x}{2}\right)\cos^2\left(\dfrac{x}{2}\right)$. Mostre que $f'(x)=\dfrac{1}{4}\mathrm{sen}(2x)$.

17) Considere *f* uma função diferenciável e *g* uma função definida por $g(x)=f^2(\cos(x))$. Sabendo que $f(0)=1$ e $f'(0)=-\frac{1}{2}$ calcule $g'(\frac{\pi}{2})$. R. 1

18) Seja *R* uma função definida por $R(x)=\sqrt[3]{x}\,\sqrt[3]{(x-1)^2}$.

a) Obtenha os pontos onde *R* não é derivável; R.: (0,1) e (1,0)

b) Calcule $R'(x)$ onde for possível. R.: $R'(x)=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)^{\frac{2}{3}}+\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{\frac{1}{3}}$

19) Considere a função *f* definida por $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}$. Encontre o ponto do gráfico de *f* cuja reta tangente é paralela à reta de equação $2y-x=5$. R.: (0 , 0)

20) Seja *g* uma função diferenciável e *f* uma função definida por $f(t)=g^3(h(t))$ com $h(t)=t^2+1$. Calcule $f'(1)$ se $g'(2)=5$ e $g(2)=3$. R.: 270

21)Considere *f* uma função dada por $f(x)=g\left(\cos\left(\dfrac{\pi x}{3}\right)\right)$ sendo *g* uma função derivável. Calcule $f'(1)$ se $g'\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2\pi}$. R.: $-\dfrac{1}{4}$