INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ – IFCE – 2014.1
Disciplina: CÁLCULO I – LIMITES

Limites de funções Polinômiais para $x \to \pm\infty$

Seja f : R → R , f(x) ax^n (a > 0 , n ε N^*) , sejas os limites $\lim\limits_{x\to+\infty} ax^n$ **e** $\lim\limits_{x\to-\infty} ax^n$ (a > 0)

$$\text{Se}\begin{cases} .\ x\to+\infty,\ \text{então}\ \ ax^n\to+\infty \\ .\ x\to-\infty\ \ \text{então}\ \begin{cases}\text{se n é par, } ax^n\to+\infty \\ \text{se n é impar, } ax^n\to-\infty\end{cases}\end{cases}$$

$$\text{Se}\begin{cases} .\ ax^n\to+\infty\ \text{então}\ \ -ax^n\to-\infty \\ .\ ax^n\to-\infty\ \text{então}\ \ -ax^n\to+\infty \end{cases}$$

Função Polinômio : f : R → R , f(x) = $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ . \ . \ . \ + a_{n-1}x + a_n$ **(a ≠ 0)**. Considerando x ≠ 0 e pondo a_ox^n em evidência , vemos que $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} a_0x^n$. Calcule os limites:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} (2x^3+4x^2-3x+1) = +\infty$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} (3x^5+8x^2-7x+1) = -\infty$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} (-3x^4+4x^2-7x+1)$ $-\infty$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=0}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^k = 2$

Limites da função Racional para $x \to \pm\infty$ **(** f : A → R dada por $f(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$)

..Limite da função racional é determinado pelo quociente de seus termos de maior grau.

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} = \dfrac{3x^5+4x^2+2x-1}{2x^2+3x-4} = -\infty$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} = \dfrac{4x^2-3x+1}{3x^2+x-4} = \dfrac{4}{3}$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} = \dfrac{x+1}{3x^2+2x-4}$ 1

d) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \dfrac{1+x}{\sqrt[3]{x^3-5x+27}}$, =1

e) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x+5}{\sqrt{2x^2-5}} = \sqrt{2}$

f) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x+5}{\sqrt{2x^2+5}} = \sqrt{2}$

g) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n+1}{3^n+1}$ =0

h) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^3}\sum\limits_{k=1}^{n}k^2$ = ⅓

i) Sejam P e Q polinômios, com Q ≠ 0. Encontre $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ se o grau de P for:

a) menor que o grau de Q e ; b) maior que o grau de Q.

Limites da função $\sqrt[n]{f(x)}$ quando $f(x)\to\pm\infty$

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^3-3} = +\infty$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{1-x} = -\infty$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+1}$ =0

e) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{x-1}$ =2

f) Determine **a e b**, sabendo que $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^3+x^2-x+2}{x^2+x+1}-ax-b\right)=0$, a = 1 , b = 0

Teorema do Confronto(SANDUICHE) : sejam **g, f e h** funções cujos domínios contêm ao menos uma vizinhança reduzida V^* de x_o. Supondo que:

1º) para todo x ε V^* se tenha g(x) ≤ f(x) ≤ h(x)

2º) $\lim\limits_{x\to x_o} g(x) = \lim\limits_{x\to x_o} h(x) = L$, nestas condições $\lim\limits_{x\to x_o} f(x) = L$

a) Calcule $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{2-\cos x}{3-2x}$ b) Calcule $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2(2+sen^2 x)}{x+100}$. c) $\lim\limits_{t\to-\infty} \frac{2-t+\text{sen}\,t}{t+\cos t}$

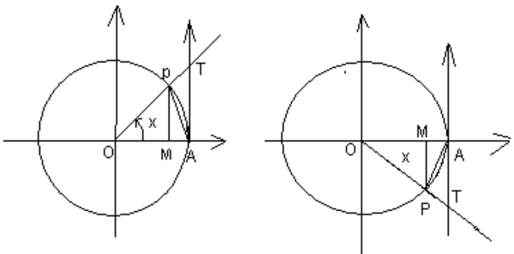
d) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{5x^2 - sen(3x)}{x^2+10}$ e) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x^2(senx+\cos^3 x)}{(x^2+1)(x-3)}$

Funções Trigonométricas: Limite Trigonométrico Fundamental : $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\text{sen}x}{x} = 1$

Do Limite Trigonométrico Fundamental, obtemos:

$$\boxed{\lim_{\theta\to 0} \frac{\cos\theta - 1}{\theta} = 0}$$

Seja x um número real tal que $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, prova-se que **$|\,\text{sen } x\,| \le |\,x\,| \le |\,\text{tg } x\,|$**



$0 < x < \pi/2$ $-\pi/2 < x < 0$

Calcular $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 7x}{4x}$.

Temos que $\frac{\sin 7x}{4x} = \frac{7}{4}\left(\frac{\sin 7x}{7x}\right)$

Logo $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 7x}{4x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{7}{4}\left(\frac{\sin 7x}{7x}\right)$

$$= \frac{7}{4} \lim_{x\to 0} \frac{\sin 7x}{7x} = \frac{7}{4}\cdot 1 = \frac{7}{4}$$

1) Calcule: a) $\lim\limits_{x\to a} \frac{\cos x - \cos a}{x-a}$ =-sen(a) b) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\text{sen}(2x)}{\text{sen}(3x)}$ =2/3 c) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$ =1/2 d) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^-} \text{tg}\, x = +\infty$

e) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\text{tg}(2x)}{x}$ =2 f) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{1}{senx} = 1$ g) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x-\text{sen}x}{x+\text{sen}x}$ =0 h) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\cos(\frac{\pi}{2}-ax)}{x}$ = a

i) $\lim\limits_{x\to\pi} \frac{\text{sen}(\text{tg}x)}{\text{tg}x}$ =1 j) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\text{sen}5x+\text{sen}x}{\text{sen}2x+\text{sen}4x}$ =1 k) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\text{tg}x}{x}$ =1 l) $\lim\limits_{x\to\pi} \frac{sen(\pi-x)}{\pi-x} = 1$

m) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{x\,\text{sen}x}$ = 2 n) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\text{tg}x - \text{sen}x}{x^3}$ = ½ o) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{\text{tg}2x}$ = 0 p) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\text{sen}x+1-\cos x}{x}$ = 1