

**LISTA 1 - Relações - 01.4.2015**

1. Sejam  $E$  e  $F$  dois conjuntos finitos com  $m$  e  $n$  elementos, respectivamente. Qual o número de elementos de  $E \times F$ ? Quantas relações de  $E$  em  $F$  existem?
2. Seja  $R$  a relação binária sobre o conjunto  $E$  e  $R'$  a negação de  $R$ , isto é,  $R' = \{(x, y) \mid x \text{ não se relaciona com } y \text{ pela } R\}$ . O que se pode concluir sobre  $R \cap R'$  e  $R \cup R'$ ?
3. Seja  $R$  a relação em  $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  tal que  $xRy$  sss  $x - y$  é múltiplo de 2.
  - (a) Exiba os elementos de  $R$ .
  - (b)  $R$  é reflexiva?  $R$  é simétrica?  $R$  é transitiva?  $R$  é anti-simétrica?
4. O conjunto  $E = \{a, b, c, d, e\}$  é formado pelos cinco filhos de um mesmo casal. Seja  $R$  a relação sobre  $E$  assim definida:  $xRy$  sss  $x$  é irmão de  $y$ . Que propriedades  $R$  apresenta?
5. Seja  $R = \{1, 2, 3\}$ . CONsideremos as seguintes relações em  $E$ :

$$R_1 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$$

$$R_2 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\}$$

$$R_3 = \{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$R_4 = E \times E$$

$$R_5 = \emptyset$$

Quais são reflexivas? Quais são simétricas? Quais são transitivas?  
Quais são anti-simétricas?

6. Construa sobre o conjunto  $E = \{1, 2, 3, 4\}$  quatro relações  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$  de modo que  $R_1$  só tem a propriedade reflexiva,  $R_2$  só a simétrica,  $R_3$  só a transitiva e  $R_4$  só a anti-simétrica.
7. Dê um exemplo de relação  $R$  sobre o conjunto  $E = \{a, b, c\}$  que tenha as propriedades simétrica e anti-simétrica simultaneamente. Dê um exemplo de relação  $S$  sobre o conjunto  $E$  que tenha não as propriedades simétrica e anti-simétrica simultaneamente.
8. Exiba todas as relações binárias sobre  $E = \{0, 1\}$ .
9. Esboce no plano cartesiano as seguintes relações sobre  $\mathbb{R}$ :

$$R_1 = \{(x, y) \mid x + y \leq 2\}$$

$$R_2 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$$

$$R_3 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$$

$$R_4 = \{(x, y) \mid x^2 + x = y^2 + y\}$$

$$R_5 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \geq 16\}$$

10. Das relações do exercício anterior, quais são reflexivas? Quais são simétricas?
11. Seja  $X$  um conjunto finito com  $n$  elementos. Quantas são as relações binárias sobre  $X$ ?