INSTITUTO FEDERAL DO CEARÁ – 2017.1

3ª AP DE MATEMÁTICA DISCRETA

ALUNO(A): Francisco Lucas Lima da Silva

PROF. MUAILO DATA: 20/06/17

1ª) Seja F_n a sequência de Fibonacci, isto é, $F_0 = F_1 = 1$ e $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, $\forall n \geq 2$. Prove, por indução, que $F_n \leq (1{,}7)^n$, $\forall n \geq 0$. Valor: 1,5 ponto.

2ª) Prove que 3 divide $2^{2n} - 1$, $\forall n \geq 0$. Valor: 1,5 ponto.

3ª) Considere um conjunto qualquer de 14 inteiros positivos formado por potências de 2 e potências de 3. Mostre que existe pelo menos 2 inteiros cuja diferença é um múltiplo de 13. Valor: 1 ponto.

4ª) Mostre que $\dfrac{n^3}{3} + \dfrac{n^5}{5} + \dfrac{7n}{15}$ é um inteiro positivo, $\forall n \geq 1$.

Valor: 2 pontos.

107, ~~188~~

NULA 5ª) Considere a sequência numérica 2, 3, 8, 23, 54, ~~188~~, 303, 458, 659, ... Mostre que esta sequência é definida por um polinômio em n, com $n \geq 0$ inteiro. Valor: 1,5 ponto.

6ª) Encontre a fórmula indutiva das seguintes recorrências:

(a) $a_0 = 1$ e $a_n = 3.a_{n-1} + 2$, $\forall n \geq 1$ Valor: 2,5 pontos.

(b) $a_0 = a_1 = 4$ e $a_n = 4.a_{n-1} - 4.a_{n-2}$, $\forall n \geq 2$.

Fórmulas

Se $a_n = s.a_{n-1} + t$, então $a_n = c_1.s^n - c_2$, com $s \neq 1$

Se $a_n = s_1.a_{n-1} + s_2.a_{n-2}$, $\forall n \geq 2$, então $a_n = c_1.r_1^n + c_2.r_2^n$, onde r_1 e r_2 são raízes da equação $x^2 - s_1.x - s_2 = 0$.

Se $r_1 = r_2 = r$, temos $a_n = c_1.r^n + c_2.n.r^n$.

$$a_n = a_0.\binom{n}{0} + \Delta a_0.\binom{n}{1} + \cdots + (\Delta^k a_0).\binom{n}{k}$$