

1) Obtenha as derivadas de: a) $f(x) = \arcsen 5x$ $f'(x) = \frac{5}{\sqrt{1-25x^2}}$ b) $\arctg 7x$

$f'(x) = \frac{7}{1+49x^2}$ c) $f(x) = \arcsen \sqrt{x}$ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}$ d) $V(t) = \operatorname{arccotg}\left(\frac{t}{2}\right)$

$V'(t) = \frac{-2}{4+t^2}$

e) $g(x) = \arccos(\sqrt{1-x^2})$ $g'(x) = \frac{x}{|x|\sqrt{1-x^2}}$ h) $h(u) = \arcsen\left(\frac{u-1}{u+1}\right), u > 0$

$h'(u) = \frac{1}{(u+1)\sqrt{u}}$

2) Encontre uma equação para a reta tangente ao gráfico de $y = \operatorname{arccotg} x$ em $x = -1$. R:

$y - \frac{3\pi}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right)(x + 1)$

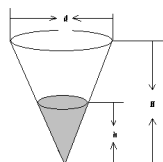
3) Uma partícula se desloca ao longo do eixo x de modo que, em qualquer instante $t \geq 0$, sua posição seja dada por $x(t) = \operatorname{tg}^{-1} \sqrt{x}$. Qual será a velocidade da partícula quando $t = 16$? R.: $V = 1/136$

TAXA DE VARIAÇÃO: consideremos a função f dada por $y = f(x)$. Costuma-se dizer que $f'(x)$ é a taxa de variação de y em relação a x . Assim, podemos dizer que a velocidade escalar instantânea é a taxa de varia do espaço em relação ao tempo. Do mesmo modo, a aceleração escalar instantânea é a taxa de variação da velocidade escalar instantânea em relação ao tempo.

1. Um balão de borracha de forma esférica é enchido de ar, de modo que seu raio aumenta à razão de 0,2cm/s. Calcule a taxa de variação do volume desse balão em relação ao tempo, no instante em que o raio for igual a 10cm. R.: $80\pi \text{ cm}^3/\text{s}$

2. Uma escada de comprimento igual a 5m está com uma extremidade apoiada no chão e outra apoiada numa parede vertical, como indicada na figura a. A escada começa a escorregar, de modo que num instante t_1 , a distância d é igual a 4 metros (ver figura b) e a extremidade B tem velocidade $v_B = 1,2\text{m/s}$. Calcule nesse instante, a velocidade v_A da extremidade A. R.: $V_A = -1,6 \text{ m/s}$

3. Um reservatório de água tem a forma de um cone de altura $H = 8\text{cm}$ e diâmetro da base $d = 4\text{m}$. O reservatório está sendo enchido à razão de $0,015 \text{ m}^3/\text{s}$. Calcule a taxa de variação da altura h do nível da água em função do tempo, no instante em que $h = 2\text{m}$. (vide fig. Abaixo) R.: $\frac{0,06}{\pi} \text{ m/s}$



4. Se duas resistências com R_1 e R_2 Ohms estão conectadas em paralelo em um circuito elétrico,

resultando em uma resistência com R Ohms, o valor de R será dado pela equação $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.

Se R_1 diminui a uma taxa de 1 Ohms e R_2 aumenta a uma taxa de 0,5 Ohms, a que taxa R varia quando $R_1 = 75 \text{ Ohms}$ e $R_2 = 50 \text{ Ohms}$? R.: $0,02 \text{ ohm/s}$

5) Um cubo se expande de modo que sua aresta varia à razão de 12,5cm/s. Achar a taxa de variação de seu volume no instante em que o raio é 7,5cm? Resp. $3750\text{cm}^3/\text{s}$.

6) O raio r e altura h de um cilindro circular reto estão variando de modo a manter constante o volume V . Num determinado instante $h = 3\text{cm}$ e $r = 1\text{cm}$ e, neste instante, a altura está variando a uma taxa de 0,2cm/s. A que taxa estará variando o raio neste instante? Resp. $-0,1/3\text{cm/s}$.

7) Os lados x e y de um retângulo estão variando a taxas constantes de 0,2m/s e 0,1m/s, respectivamente. A que taxa estará variando a área do retângulo no instante em que $x = 1\text{m}$ e $y = 2\text{m}$? Resp. $0,5\text{m}^2/\text{s}$.

8) Um ponto se move ao longo do gráfico de $y = 1/(x^2 + 4)$ de modo que sua abscissa x varia à razão de 3 unidades por segundo. Qual é a taxa de variação de sua ordenada y , quando $x = 2$. Resp. $-3/16\text{unid/s}$.

9) Dois carros estão se encaminhando em direção a um cruzamento, um seguindo em direção leste a uma velocidade de 90km/h e o outro seguindo a direção sul, a 60km/h. Qual a taxa segundo a qual eles se aproximam um do outro no instante em que o primeiro carro está a 0,2 km do cruzamento e o segundo a 0,15km Resp. 108km/h .

