



INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
CEARÁ  
Campus I - Fortaleza

Coordenadoria de Matemática

Professor: Roberto C. Feitosa

AP3 de Cálculo I

Aluno(a) Francisco Lucas Lima da F. Nota 10,0

5  
muito bem!

### Questões::

- 1) Encontre  $\frac{dy}{dx}$ : (3 escores cada)
  - a)  $y = \sqrt[3]{x^3 - x^2 + x + 1}$
  - b)  $y = \sin(\cos(\operatorname{tg} x^2))$
- 2) Encontre a equação da reta tangente à curva  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ , no ponto de abscissa  $x = 2$ . (4 escores)
- 3) Considerando a função implícita  $xy - x^2y^3 = y^2 - x^2$ , calcule  $\frac{dy}{dx}$  e  $\frac{dx}{dy}$ . (4 escores)
- 4) Prove que o produto de dois números que somam  $k$  ( $k$  uma constante real) é máximo quando esses números forem iguais. (4 escores)
- 5) Dada a função  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$ , encontre os intervalos de crescimento e decrescimento, pontos de máximos e mínimos relativos, intervalos de concavidade negativa e positiva e pontos de inflexão se existirem.

### Resolução:

- Obs.: 1. utilize caneta de cor azul ou preta. Questões resolvidas a lápis não serão consideradas.
2. não escreva na folha de frente da prova.

1.  $\left. \begin{array}{l} a. 3 \\ b. 3 \end{array} \right\}$   
 2. 4  
 3. 4  
 4. 4  
 5. 7  


---

 25

Sucesso!

$$a) y = \sqrt[3]{x^3 - x^2 + x + 1}$$

$$\frac{dy}{dx} = (3x^2 - 2x + 1) \cdot \frac{1}{3^2 \sqrt[3]{(x^3 - x^2 + x + 1)^2}} = \frac{3x^2 - 2x + 1}{3^2 \sqrt[3]{(x^3 - x^2 + x + 1)^2}}$$

$$b) y = \sin(\cos(\tan x^2))$$

$$y = \sin t \quad \frac{dy}{dx} = \cos t \cdot (-\sin u) \cdot \sec^2 v \cdot 2x$$

$$t = \cos u$$

$$u = \tan v$$

$$v = x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = -\cos(\cos(\tan x^2)) \cdot \sin(\tan x^2) \cdot \sec^2(x^2) \cdot 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = -2x \cos(\cos(\tan x^2)) \sin(\tan x^2) \sec^2(x^2)$$

$$02) f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4x$$

$$f'(2) = 3 \cdot 4 - 4 \cdot 2 = 4$$

$$\text{tngs, } m_4 = 4$$

$$p(2, f(2))$$

$$\rightarrow p(2, 1)$$

$$\text{Usando } y - y' = m(x - x')$$

$$y - 1 = 4(x - 2)$$

$$y - 1 = 4x - 8$$

$$\boxed{y = 4x - 7}$$

$$\bullet f(2) = 8 - 8 + 1 = 1$$

$$03) xy - x^2 y^3 = y^2 - x^2 \quad ; \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dx}{dy}$$

$$y + x \cdot \frac{dy}{dx} - (2xy^3 + x^2 3y^2 \frac{dy}{dx}) = 2y \cdot \frac{dy}{dx} - 2x$$

$$y + x \frac{dy}{dx} - 2xy^3 - 3x^2 y^2 \frac{dy}{dx} = 2y \frac{dy}{dx} - 2x$$

$$x \frac{dy}{dx} - 3x^2 y^2 \frac{dy}{dx} - 2y \frac{dy}{dx} = 2xy^3 - 2x - y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xy^3 - 2x - y}{x - 3x^2 y^2 - 2y}$$

$$\text{Como } \frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}, \text{ então:}$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{x - 3x^2 y^2 - 2y}{2xy^3 - 2x - y}$$

04)

$$f(x, y) = xy$$

$$x + y = K, K \in \mathbb{R} \text{ (const.)}$$

$$y = K - x$$

$$f'(x) = 0$$

$$K - 2x = 0$$

$$2x = K \Rightarrow x = \frac{K}{2} \text{ (crítico)}$$

$$P(x) = x(K - x)$$

• Testando em  $P(x)$

$$P(0) = 0$$

$$P\left(\frac{K}{2}\right) = K \frac{K}{2} - \frac{K^2}{4} = \frac{K^2}{2} - \frac{K^2}{4} = \frac{K^2}{4}$$

$$P(K) = 0$$

→ logo,  $P(x)$  terá máximo quando  $x = \frac{K}{2}$ . Como:

$$y = K - x \Rightarrow y = K - \frac{K}{2} = \frac{K}{2} \text{ logo } y = \frac{K}{2} \text{ e, analo-}$$

gamente,  $x = y$



05)

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$$

$$f'(x) = 3x^2 - 10x + 6$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 10x + 6 = 0$$

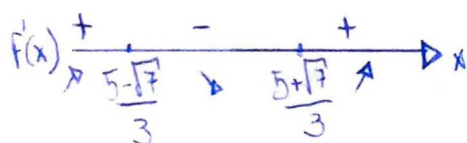
$$\Delta = 100 - 72$$

$$\Delta = 28 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2\sqrt{7}$$

$$x = \frac{10 \pm 2\sqrt{7}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{7}}{3}$$

$$x' = \frac{5 + \sqrt{7}}{3}$$

$$x'' = \frac{5 - \sqrt{7}}{3}$$



•  $f$  cresce em:  $(-\infty, \frac{5 - \sqrt{7}}{3}) \cup [\frac{5 + \sqrt{7}}{3}, +\infty)$

•  $f$  decresce em:  $[\frac{5 - \sqrt{7}}{3}, \frac{5 + \sqrt{7}}{3}]$

• Ponto de máximo relativo:  $M\left(\frac{5 - \sqrt{7}}{3}, f\left(\frac{5 - \sqrt{7}}{3}\right)\right)$

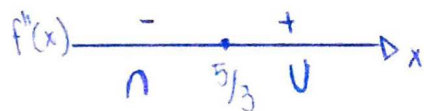
• Ponto de mínimo relativo:  $m\left(\frac{5 + \sqrt{7}}{3}, f\left(\frac{5 + \sqrt{7}}{3}\right)\right)$

• Concavidade:

$$f''(x) = 6x - 10$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 6x - 10 = 0$$

$$x = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$



• Ponto de inflexão:  $I\left(\frac{5}{3}, f\left(\frac{5}{3}\right)\right)$

$$I\left(\frac{5}{3}, \frac{20}{27}\right)$$

•  $f$  tem concavidade positiva em:  $[\frac{5}{3}, +\infty)$

•  $f$  tem concavidade negativa em:  $(-\infty, \frac{5}{3}]$

