INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ – IFCE – 2015.1
Disciplina: CÁLCULO I – LIMITES –

Limites Laterais :

a) dizemos que a função f tende ao limite L quando x tende a x_0 pela esquerda se, dado ε > 0, existe δ > 0, tal que se $x_0 - \delta < x < x_0$, então $|f(x) - L| < \varepsilon$, indicamos $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = L$ = Limite à esquerda

b) dizemos que a função f tende ao limite L quando x tende a x_0 pela direita se, dado ε > 0, existe δ > 0, tal que se $x_0 < x < x_0 + \delta$, então $|f(x) - L| < \varepsilon$, indicamos $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L$ = Limite à direita

1) Sendo $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}$, encontre: a) $\lim\limits_{x\to 2+} f(x) = 4$ b) $\lim\limits_{x\to 2-} f(x) = 4$ c) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 4$

2) $\lim\limits_{x \to 5^-} \dfrac{x^2 - 5x + 10}{x^2 - 25} = -\infty$ 3) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^3 - 4x^2 + x + 6}{|2x^2 - 9x + 10|} = -3$ 4) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{3x - 4}{(x-2)^6} = +\infty$ 5) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}^+} \dfrac{1 + 2x}{1 - 2x} = -\infty$

6) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^2 + 8}{(2 - x)^7} = +\infty$ 7) $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{2x^2 - x - 6}{(1 - x)^3} = +\infty$ 8) $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{2x^2 - x - 6}{(1 - x)^3} = -\infty$ 9) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{7 - 5x}{(x - 2)^3} = -\infty$

07) Dada a função $F : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{|x|}{x}$ calcule os limites laterais para $x_o \to 0$.

08) a)Dada a função $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = [\,x\,]$ calcule os limites laterais para $x_o \to 2$

b) calcule $\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{[[x]] - x}{3 - x} = -\infty$

Limites Infinitos e no infinito:

Calcule os limites abaixo :

a) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{3 - 2x}{(x+2)^2}$ $+\infty$ b) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{2 - x}{(x - 3)^2} = -\infty$ c) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{2x + 3}{|x - 2|}$ $+\infty$ d) $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{3x + 2}{x - 2} = -\infty$

e) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{7 - 5x}{(x - 2)^3} = -\infty$ f) $\lim\limits_{x\to a^+} \dfrac{x^4 - a^4}{(x - a)^2}$, (a > 0) $+\infty\infty$ g) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^2 + 1}{\sqrt{x^4 - 3}} = 1$ h)

$\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x - 2} - \sqrt{2}}$ i) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1 + 2 + 3 + \ldots + n}{n^2} = \dfrac{1}{2}$ j) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{x^2 - 3}}{\sqrt[3]{x^3 + 1}} = 1$ k) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2} = +\infty$

Com o avanço na tecnologia resultam na produção de calculadoras cada vez mais potentes e compactas, o preço das calculadoras atualmente diminuem no mercado. Suponha que x meses a partir de agora, o preço de um certo modelo seja $P(x) = 40 + \dfrac{30}{x + 1} u.m.$

a)Qual será o preço daqui a 5 meses?
b)De quanto cairá o preço durante o quinto mês?
c)Quando o preço será de $43?
d)O que acontecerá com o preço a longo prazo ($x \to \infty$)

Juros Compostos: "Sabemos que se uma quantia A_0 é investida a uma taxa r de **juros compostos**, capitalizados m vezes ao ano, o saldo A(t), após t anos é dado por $A(t) = A_0(1 + \frac{r}{m})^{mt}$. Se os juros forem capitalizados continuamente, o saldo deverá ser:

$$A(t) = \lim_{m\to +\infty} A_0 (1 + \frac{r}{m})^{mt} = A_0 \lim_{m\to +\infty} \left[\left(1 + \frac{r}{m} \right)^m \right]^t = A_0 e^{rt}$$

Ex. As companhias de investimento frequentemente usam o modelo de juros compostos continuamente para calcular o rendimento de um investimento. Use este método para rastrear o rendimento de $ 100,00 investidos em 2000 com uma taxa de juros anual de 5,5%, em composição contínua. Resp.: $ 124,61

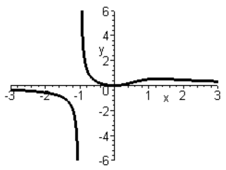
Contração de Lorentz: a) " Na Teoria da Relatividade Especial, temos que o comprimento de um objeto é função de sua velocidade $L(v) = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ onde L_0 é o comprimento do objeto em repouso e c é a velocidade da luz. A velocidade da luz é de aproximadamente 30 x 10^8 m/s . Da teoria da relatividade é conhecido que nenhum objeto pode ir além da velocidade da luz, logo $v \to c^-$: $\lim_{v \to c^-} L(v) = 0$. Isto significa que para um observador parado o objeto desaparece. b) a massa de uma partícula é função de sua velocidade $M(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ onde m_0 é a massa da partícula em repouso e c é a velocidade da luz, logo $v \to c^-$: $\lim_{v \to c^-} M(v) = +\infty$, i. é, se a velocidade de uma partícula aumenta, sua massa aumenta em relação a sua massa inicial m_0

Assíntotas Horizontais e Verticais

1) Dadas as funções abaixo, pede-se:

a) Domínio; b) Assíntotas verticais e horizontais, e intersecções do gráfico com os eixos coordenados e com as assíntotas, se existem; c) Esboço do gráfico; d) Conjunto Imagem;

A) $f(x) = \frac{x^2}{x^3+1}$



a) $\text{dom} = R - \{-1\}$

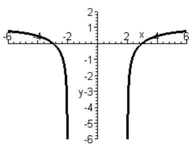
b) assíntota horizontal: $y = 0$; assíntota vertical: $x = -1$

c) intersecção entre gráfico e eixo: $(0,0)$

intersecção entre gráfico e assíntota [$y = 0$]: $(0,0)$

d) $\text{im} = R$

B) $f(x) = \frac{x^2-9}{\sqrt{x^4-16}}$



a) $\text{dom} = (-\infty,-2) \cup (2,+\infty)$

b) assíntota horizontal: $y = 1$; assíntotas verticais: $x = -2$ e $x = 2$

c) intersecção entre gráfico e eixo: $(-3,0)$ e $(3,0)$

intersecção entre gráfico e assíntota: não existe

d) $\text{im} = (-\infty,1)$

2) Determine as assíntotas verticais e horizontais das funções abaixo:

A) $f(x) = \frac{3x}{x-1}$ (R.: horizontal: $y = 3$, vertical: $x = 1$)

B) $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}$ (R.:horizontal: $y = \pm 2$, verticais: $\varnothing$)

C) $f(x) = \frac{2x^2+1}{2x^2-3x}$ (R.: horizontal: $y = 1$, verticais: $x = 0, x = \frac{3}{2}$)

D) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-4}}$ (R.:horiz.: $y = \pm 1$, verticais: $x = \pm 2$) E) $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$ (vertical: x = 0 ; oblíqua y = x)