**IFCE - CURSO: Engenharia de Mecatrônica/Licenciatura em Física – 2015-1**
**Cálculo I**

**Aplicações da derivada: Máximos e Mínimos: problemas envolvendo 1ª e 2ª derivadas:**

1)Por várias semanas, o Serviço de Trânsito vem pesquisando a velocidade do tráfego numa auto-estrada. Verificou-se que num dia normal de semana, à tarde, entre 1 e 6 horas, a velocidade do tráfego é de aproximadamente $v(t) = 2t^3 - 21t^2 + 60t + 40$ quilômetros por hora, onde t é o número de horas transcorridas após o meio-dia. A que horas, dentro do intervalo de tempo mencionado, o tráfego se move mais rapidamente e a que horas se move mais lentamente? **Resp**.: o tráfego se move mais rapidamente às 2 horas da tarde, com velocidade de 92km/h, e mais devagar às 5horas da tarde, com velocidade de 65km/h.

2) Ao meio dia, um navio A está a 100 km ao norte de um navio B. O navio A move-se para o sul a 20 km/h e o navio B para leste a 10 km/h.

a) A que horas a distância entre eles será mínima ? R: às 16 horas

b) Qual é a distância mínima entre eles ? R : $20\sqrt{5}$ km

3) Um pedaço de arame de comprimento L é cortado em dois pedaços, um dos quais é dobrado em forma de círculo e o outro em forma de quadrado. Como deve ser feito esse corte para que: a soma das áreas do círculo e do quadrado seja mínima ? R : círculo : $\dfrac{\pi L}{4+\pi}$; quadrado : $\dfrac{4L}{4+\pi}$

4) Uma folha de papel usada para impressão tem área de 900 $cm^2$ . As margens na parte superior e inferior são de 1 cm. Determine as dimensões da folha sabendo que a área de impressão é máxima. R : x = 5 e y = 12/5

5) Determine as dimensões do retângulo de área máxima que pode ser inscrito em um semicírculo de raio R. R : x = $\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$ e y = $R\sqrt{2}$

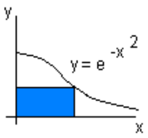
6) Determine as dimensões de um trapézio inscrito num semi-círculo de raio R de modo que seu perímetro seja máximo e calcule esse perímetro. R : x = R e y = R , perímetro 5R

7) Determine o raio da base e a altura de cone circular reto circunscrito a uma esfera de raio R de modo que o volume do cone seja mínimo. R : r = $4\sqrt{2}$ m e h 16 m

8) Determine o raio da base e a altura de cone circular reto circunscrito a uma esfera de raio R de modo que o volume do cone seja mínimo.

9) Pediram para você projetar uma lata de óleo com forma de um cilindro reto e com volume de 1.000 $cm^3$ . Que dimensões exigirão menos material ? A fabricação usa menos material quando a lata de 1 litro possui a altura igual ao diâmetro , com r ≈ 5,42 cm e h ≈ 10,84 cm

10)O retângulo apresentado abaixo apresenta um lado no eixo y positivo, o lado vizinho no eixo positivo e seu vértice superior direito na curva $y = e^{-x^2}$ . Que dimensões dão ao retângulo a maior área possível e qual essa área ?




11) Um fabricante de caixas de papelão pretende fazer caixas abertas a partir de folhas quadradas de área 576 $cm^2$ , cortando quadrados iguais nas pontas da folha e dobrando os lados. Determine a medida do lado do quadrado que deve ser cortado para obter uma caixa cujo volume seja o maior possível.

12 ) Qual o ponto da curva $y^2 = 4x$ mais próxima do ponto ( 2 , 1 ) ?

13) Determine as dimensões de um trapézio inscrito num semi-círculo de raio R de modo que seu perímetro seja máximo e calcule esse perímetro. R : x = R e y = R , perímetro 5R

14) Determine o raio da base e a altura de cone circular reto circunscrito a uma esfera de raio R de modo que o volume do cone seja mínimo. R : r = $4\sqrt{2}$ m e h 16 m

15) Determine o ponto gráfico de $y = \dfrac{x^2}{4}$ que está mais próximo do ponto (1 ; 2). R : (2 ; 1)

16)Um muro de altura 27 dm está a 8 dm da parede lateral de um edifício. Determine o menor comprimento L de uma escada cujos extremos se apóiam na parede e no chão do lado de fora do muro . R : $\dfrac{26\sqrt{13}}{2}$

17) Um barco deixa as docas às 14:00 h e navega para o sul a uma velocidade de 20km/h. Um outro barco está se dirigindo para leste a uma velocidade de 15km/h e atinge a mesma doca as 15:00 h. A que horas estiveram os dois barcos mais próximos.   T = 2,36 horas

18)O rendimento total recebido de vendas de x lâmpadas é R(x) e R(x) = 100x - $\frac{1}{6}$ $x^2$. Ache:

a)A função rendimento marginal;   (Obs.: 1ª derivada)
b)O rendimento marginal quando x = 15;
c)O rendimento real da venda da décima sexta lâmpada.

19)Um estudo da eficiência do turno da manhã de uma fábrica indica que um operário médio, chegando ao trabalho às 8 horas, terá montado $Q(t) = -t^3 + 9t^2 + 12t$ unidades t horas depois. A que horas da manhã o operário trabalha mais eficientemente?          R.: 11 horas

20) Uma empresa tem acompanhado a resposta do mercado para diversas quantidades oferecidas de um produto, e chegou à conclusão de que o preço evolui com a quantidade oferecida, segundo o modelo: p = 100 – 0,2q, $200 \le q \le 300$. Que quantidade deverá ser oferecida ao mercado para que a receita seja máxima?
**(Resp. q = 250)**          **Obs.: Receita = preço x quantidade de produtos**

21) Um fabricante calculou que o custo marginal é $3q^2 - 60q + 400$ reais por unidade, quando q unidades são produzidas. O custo total de produção das 2 primeiras unidades foi de R$ 900,00. Qual será o custo total da produção das 5 primeiras unidades ?     **(Custo marginal = 1ª derivada do custo total)**

22) O custo total de fabricação de x unidades de um produto é dado por $C(x) = 3x^2 - 24x + 48$ . Quantas unidades deverão ser fabricadas para que o custo seja mínimo ?

23) Uma empresa tem acompanhado o custo devido à produção e à comercialização de q unidades de seu produto e conclui que seu modelo que descreve aproximadamente o comportamento do custo em função da quantidade produzida é de $C(q) = q^3 - 2.650q + 1.000$ para 0 < q < 45 unidades. Se a empresa vende a unidade de seu produto a R$ 50,00, qual é a quantidade que deve ser comercializada para ter lucro máximo?
R.:  q = 30   (**Lucro máximo ocorre quando  Receita marginal = Custo marginal**)

24) Um dos parâmetros de custo em uma empresa é o custo médio por unidade produzida. Um objetivo a ser perseguido é encontrar a quantidade a ser produzida dentro de determinadas condições, de tal forma que o custo médio de produção ($\overline{C} = C/q$) seja o menor possível.

25)Suponha que o custo de produção de um bem em uma empresa possa ser descrito pela equação $C(q) = q^2 - 50q + 2.500$, 40 < q < 80. Calcule a quantidade q a ser produzida para que o custo médio de produção seja mínimo.**(R.:  q = 50)**

26Dividir o número 120 em duas partes tais que o produto P de uma pelo quadrado da outra, seja máximo.
R.:   40 e 80

27)O lucro de uma empresa pela venda diária de x peças, é dado pela função: $L(x) = -x^2 + 14x - 40$.
Quantas peças devem ser vendidas diariamente para que o lucro seja máximo?