04) Função Potência

Entrada: um número natural A e um número natural B

Saída: A^B

Se B = 0
  devolva 1

Se B é par
  pot = potência (A, $\lfloor B/2 \rfloor$)
  devolva pot × pot

Senão
  pot = potência (A, $\lfloor (B-1)/2 \rfloor$)
  devolva A × pot × pot

$\checkmark$ 2,0

Prova: por indução em B; Base: B = 0, trivial. Suponha agora que a chamada potência $(a, \lfloor B/2 \rfloor) = A^{\lfloor B/2 \rfloor} \times A^{\lfloor B/2 \rfloor} = A^B$

Se B for ímpar, potência devolve:

$A \times pot \times pot = A \times \text{potência}(A, \lfloor (B-1)/2 \rfloor) \times \text{potência}(A, \lfloor (B-1)/2 \rfloor) = A \times A^{\lfloor (B-1)/2 \rfloor} \cdot A^{\lfloor (B-1)/2 \rfloor}$
$= A^B$

$\checkmark$ 0,6

A complexidade temporal e espacial do algoritmo potência é dada por:

$$\begin{cases} T(B) = T(\lfloor B/2 \rfloor) + C \\ T(0) = C \end{cases}$$

$\checkmark$ $\checkmark$ 1,0

Conclui-se que o algoritmo potência requer tempo $\Theta(\log_2 B)$ e espaço $\Theta(\log_2 B)$. Logo, ele é eficiênte.