Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará

Engenharia de Computação 31/01/2017

Terceira avaliação de Lógica Matemática Professor Jânio Kléo

Aluno: Luis Felipe de Lima Sales Nota: 7,0

01. Sabendo que $\Phi = (\forall x)((\exists y)(P(x) \wedge Q(x, y) \rightarrow P(G(x, y, z))))$ é uma fórmula da lógica de predicados, assinale V para as afirmativas verdadeiras, F para as falsas e I para aquelas em que os dados não possibilitam essa identificação.

A. (V) x é uma variável. ✓

B. (I) z é uma variável. ✓

C. (V) G é uma função de aridade 3. ✓

D. (F) Q é uma função de aridade 2. ✓

E. (F) $P(y)$ é um termo. ✓

F. (V) $G(x, x, x)$ é um termo. ✓

G. (V) $P(x)$ é uma fórmula. ✓

H. (I) $(\forall z)(P(z))$ é uma fórmula. ✓

I. (V) $Q(x, G(y, x, z))$ é um átomo. ✓

J. (F) $G(P(x), P(y), P(z))$ é um termo. ✓

K. (V) $\neg\Phi$ é uma fórmula. ✓

02. Se E é o predicado de aridade 2 que expressa a igualdade, e K é um predicado de aridade 1, escreva uma fórmula da lógica de predicados que expresse o seguinte fato: "Existe um único elemento do domínio de interpretação para o qual $K(x)$ é verdadeiro".

03. Tomando o conjunto dos números inteiros como domínio de interpretação, considere

$S(x, y)$ = "soma de x com y."

$P(x, y)$ = "produto de x por y."

$M(x, y)$ = "x é menor que y."

(a) S, P e M são predicados ou funções? ✓

(b) Usando S, P, M e todo o alfabeto da lógica proposicional, escreva expressões equivalentes a

A. "x é divisível por y".

✓✗ B. "O produto de números pares é sempre um número par"

C. "x é um quadrado perfeito."

D. "A diferença entre dois inteiros positivos pode ser um número negativo."

E. "A função $f(x) = 2x + 1$ não é bijetora."

F. "O número n é primo."

1.

A) X é uma variável, pois é especificado em $(\forall x)$ que X pode assumir todo valor em seu domínio.

B) Dado o fato de Z não ter sua existência ligada a Φ, não é possível ter certeza de que Z é uma variável ou não, podendo ser uma constante.

F, C) Estando G ~~como um~~ no predicado P, há de se concluir que G é termo de P, e como G aceitas as variáveis X e Y, e a possível variável Z, temos que G é uma função de aridade 3.

D) Q não pode ser uma função, visto que na fórmula ϕ, Q ~~não~~ retorna as interpretações 0 ou 1. ~~e sim um objeto~~

E) P(y), sendo um predicado, é átomo de Φ.

F) (Ver resposta "C")

G) Visto P(X) ser um átomo, e sendo átomos fórmulas, P(X) é uma fórmula.

H) ~~Se~~ Não tendo-se a certeza de Z ser uma variável ou não, não é possível se concluir definitivamente algo de $(\forall z)(P(z))$.

I) Sendo Q um predicado de aridade 2, tendo como termos X e a função G, de aridade 3, e levando-se em conta o conceito de átomo, temos que $Q(x, G(y, x, z))$ é átomo.

J) Considerando-se que G é uma função e P é um predicado, temos que G não pode admitir P como termo.

K) Sendo Φ uma fórmula, cuja interpretação é binária, $\neg\Phi$ retornará a negação de tal interpretação, sendo, assim, uma fórmula.

2. ~~$(\forall y)(\exists x)((K(y) \wedge K(x)) \leftrightarrow E(x,y))$~~

$(\forall x)(\exists y)((K(y) \wedge K(x)) \leftrightarrow E(x,y)$ X

Isso se justifica pois, dado um domínio, só existirá uma ocorrência em que $x = y$, ~~em que o~~ no qual também será verdade que $[K(y)] = [K(x)] = 1$.

3. (a) S e P são funções, visto que, no conjunto dos números inteiros, as mesmas retornarão um número, enquanto que M é um predicado, visto que retornará uma ~~inte~~ interpretação verdadeira ou falsa.

(b)

A) Tomando por $\overbrace{I(x,y)}^{x \text{ igual a } y} = \neg M(x,y) \wedge \neg M(y,x)$, temos que "x é divisível por y" pode ser expresso por:

$(\forall y)(\exists K)(I(P(y,K),x)$

B) ~~$(\forall x)(\forall y)(\forall k)$~~ $I(P(x,y),K) \leftrightarrow (I(P(2,w),x) \wedge (I(P(2,z),x) \rightarrow I(P(2,J),K))$

C) Sendo que um número x é quadrado perfeito se houver um $y^2 = x$, temos: ~~$(\forall y)$~~ $(\exists x)(I(P(y,y),x)$

D) Tomando por $\overbrace{D(x,y)}^{\text{dif. de } x \text{ e } y} = S(x, P(y,-1))$, podemos expressar a questão por:

$(\forall x)(\forall y)(M(0,x) \wedge M(0,y) \wedge M(x,y)) \rightarrow (I(D(x,y),K) \wedge M(K,0))$

F) Tendo-se que N é primo quando não houver um K que multiplicado por z resultando em N, temos; então que N é primo quando:

$\neg((\exists K)(\exists z)(I(P(K,z),N)$