

Filtros ativos usando amplificador operacional

Introdução

Um circuito usando amplificador operacional é caracterizado como um circuito linear quando o mesmo opera de forma que o sinal que for introduzido na entrada do circuito não sofre alteração em suas características. Por exemplo, se na entrada do circuito for introduzida uma onda senoidal, este sinal será processado segundo a finalidade que se propõe o circuito mas não haverá a possibilidade de que o sinal na saída do circuito seja alterado.

Circuitos que não são capazes de alterar forma de onda são caracterizados como circuitos lineares. Isto é dito por que há uma série de circuitos que são modificadores de forma de onda e, portanto, são tratados como circuitos não lineares.

O que se desenvolverá a seguir é a análise de circuitos lineares que tem a função de filtros, ou seja, circuitos capazes de deixar passar ou impedir uma certa faixa de frequências. Pode-se ter filtro passa baixa, passa alta, passa faixa ou rejeita faixa. Todos eles são conhecidos como filtros de banda larga. São circuitos que usam rede RC e amplificador operacional.

Esta explicação é necessária por que existem os filtros gerados a partir de rede LC que são conhecidos como filtros de banda estreita cujo objetivo é deixar passar apenas uma pequena faixa de frequências. Tais filtros são conhecidos como filtros de sintonia.

Vantagens e desvantagens dos filtros ativos

Os filtros ativos possuem uma série de vantagens em relação aos filtros passivos:

- 1- Eliminação de indutores, os quais em baixas frequências são volumosos, pesados e caros.
- 2- Facilidade de projeto de filtros complexos através da associação em cascata de estágios simples.
- 3- Possibilidade de se obter grande amplificação do sinal de entrada (ganho), principalmente quando este for um sinal de nível muito baixo.
- 4- Grande flexibilidade de projetos.

Por outro lado, existem algumas desvantagens dos filtros ativos:

- 1- Exigem fonte de alimentação.
- 2- A resposta em frequência dos mesmos está limitada à capacidade de resposta dos amplificadores operacionais utilizados.
- 3- Não podem ser aplicados em sistemas de média e alta potência (como, por exemplo, filtros para conversores e inversores tiristorizados, utilizados em acionamentos industriais).

Os filtros ativos tem se tornado cada vez mais úteis nas diversas áreas como instrumentação eletrônica, telecomunicações e engenharia biomédica onde o uso de filtros ativos são muito úteis, principalmente para operar em baixas frequências.

Classificação

Os filtros podem ser classificados sob três aspectos:

- 1- Quanto à função executada:
Filtro passa baixa, filtro passa alta, filtro passa faixa e filtro rejeita faixa.
- 2- Quanto à tecnologia empregada:
Filtros passivos, filtros ativos e filtros digitais.
- 3- Quanto à resposta utilizada:

Os tipos mais comuns de aproximação são os seguintes: Butterworth, Chebyshev e Bessel. Cada uma destas aproximações possui uma função matemática específica, através da qual se consegue obter uma curva de resposta aproximada para um determinado tipo de filtro. Nesta disciplina se estudará os filtros de Butterworth.

Filtros de Butterworth

A resposta do filtro de Butterworth é também denominada “resposta plana”. Esta denominação se deve ao fato de que as curvas obtidas não possuem nenhum tipo de ondulação na região de passagem do filtro.

Frequentemente se ouve falar da quantidade de “polos” do filtro. Em termos matemáticos, a ordem de um filtro é, por definição, o número de polos existentes na função de transferência do mesmo. O número de polos de um circuito é igual ao número de fatores j no denominador da função de transferência. Em termos físicos, pode-se dizer que a ordem de um filtro é dada pelo número de redes de atraso (ou de avanço) do circuito. Tais redes são obtidas a partir de circuitos RC. É possível expressar o número de polos do filtro pelo número de capacitores contido no mesmo. Quanto maior a ordem de um filtro mais sua resposta se aproximará das curvas ideais.

Os filtros de Butterworth de mais de um polo precisam fazer uso de uma tabela para encontrar as relações existentes entre os elementos do circuito para garantir que na faixa de trabalho o filtro tenha sua resposta plana. Tais tabelas já foram desenvolvidas por estudiosos e, na disciplina, apenas usaremos as mesmas sem a preocupação de fazer demonstrações das relações existentes nas tabelas. A tabela de filtros de Butterworth será apresentada a seguir. Ela serve para as diversas funções executadas, ou seja, filtro passa alta, filtro passa baixa, filtro passa faixa ou filtro rejeita faixa.

Tabela do filtro de Butterworth fornece os ganhos de tensão que se precisa para construir o filtro desejado. Como está indicado, o filtro de um polo tem um ganho de tensão de malha fechada opcional, significando que é o usuário quem determinará o ganho do filtro através de informações do projeto. Um filtro de dois polos precisa de um ganho de malha fechada pre-determinado e igual a 1,585. Tal valor não pode ser alterado pois ele foi obtido a partir do desenvolvimento da função de transferência do circuito e imposta as condições de estabilidade para o mesmo. Um filtro de três polos é obtido através da junção de um filtro de um polo com um filtro de dois polos em cascata e tem um novo valor para o ganho total do conjunto como mostra a tabela 1, ou seja, a primeira seção é de um filtro de um polo com o ganho de malha fechada opcional (dado do projeto) e a segunda seção tem um filtro de dois polos com um ganho de malha fechada igual a 2.

Um filtro de quatro polos tem duas seções; a primeira seção é um filtro de dois polos com um ganho de 1,152 e a segunda seção é um filtro de dois polos com um ganho de 2,235. Ambos os valores não poderão ser alterados. Se o ganho total de um filtro de quatro polos tiver que ser maior do que o estipulado pela tabela o acréscimo no ganho terá que vir de um amplificador a ser acrescentado ao circuito do filtro.

Os mesmos procedimentos servem para filtros com um número maior de polos.

Tabela 1 - Tabela de Butterworth

Pólos	Inclinação	1ª seção (1 ou 2 pólos)	2ª seção (2 pólos)	3ª seção (2 pólos)
1	20 dB	Opcional		
2	40 dB	1,586		
3	60 dB	Opcional	2	
4	80 dB	1,152	2,235	
5	100 dB	Opcional	1,382	2,382
6	120 dB	1,068	1,586	2,482

Filtro passa baixa de um polo

Na figura 1, uma rede de atraso é acrescentada do lado da entrada de um amplificador de tensão não inversor. O circuito deixará passar todas as frequências abaixo da frequência de corte. Na

frequência de corte há um decaimento de -3dB (corresponde a 0,707 do valor máximo do circuito) e, após a frequência de corte a queda acontece na razão de 20 dB por década, que corresponde a uma queda de 10 vezes no valor da tensão de saída quando a frequência do sinal aumentar de 10 vezes.

O desenvolvimento da razão entre a tensão de saída e da tensão de entrada da rede de atraso RC é mostrado a seguir já que na banda média do amplificador, o ganho de tensão do circuito é dado por:

$$A_{CL} = [(R_1 + R_2) / R_2] = (1 + R_1 / R_2)$$

Pode-se dizer que:

$$v_{\text{saída}} / v_{\text{entrada}} = [A_{CL} / (1 + j f_{\text{entrada}} / f_{\text{corte}})]$$

onde:

$v_{\text{saída}}$ = tensão de saída do filtro

v_{entrada} = tensão de entrada do filtro

A_{CL} = ganho de tensão não inversora de circuito fechado

f_{entrada} = frequência de entrada

f_{corte} = frequência de corte da rede de atraso

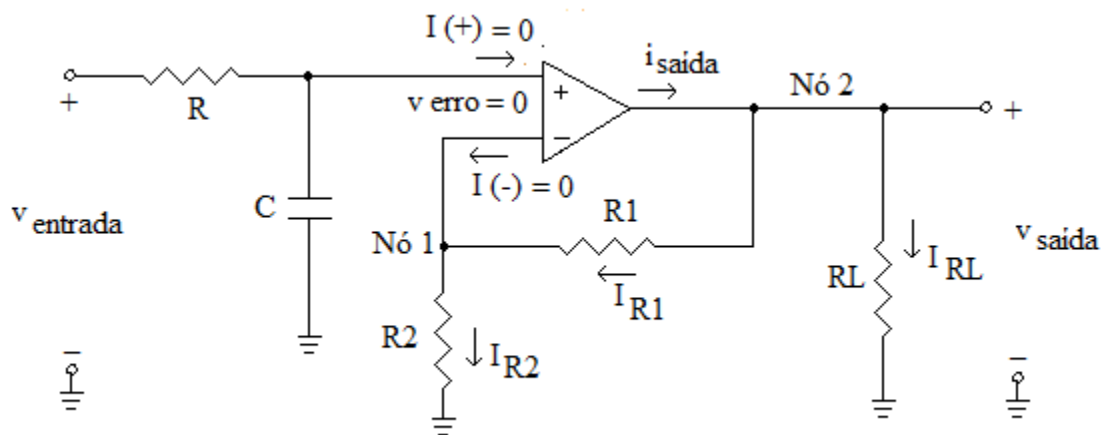


figura 1

$$v_{\text{saída}} = [(-jX_C) / (R - jX_C)] v_{\text{entrada}}$$

$$X_C = 1 / \omega C$$

$$\omega = 2\pi f_{\text{entrada}}$$

$$f_{\text{corte}} = 1 / 2\pi RC$$

$$2\pi RC = 1 / f_{\text{corte}}$$

$$-j = 1 / j$$

$$v_{\text{saída}} = [(1 / j2\pi f_{\text{entrada}} C) / (R + 1 / j2\pi f_{\text{entrada}} C)] v_{\text{entrada}}$$

$$v_{\text{saída}} = [(1 / j2\pi f_{\text{entrada}} C) / (1 + j2\pi f_{\text{entrada}} RC) / j2\pi f_{\text{entrada}} C] v_{\text{entrada}}$$

$$v_{\text{saída}} = 1 / (1 + j2\pi f_{\text{entrada}} RC) v_{\text{entrada}}$$

$$v_{\text{saída}} / v_{\text{entrada}} = 1 / (1 + j2\pi f_{\text{entrada}} RC)$$

$$v_{\text{saída}} / v_{\text{entrada}} = 1 / [1 + j f_{\text{entrada}} / f_{\text{corte}}]$$

$$| v_{\text{saída}} / v_{\text{entrada}} | = | 1 / [1 + j f_{\text{entrada}} / f_{\text{corte}}] |$$

$$| v_{\text{saída}} / v_{\text{entrada}} | = 1 / \sqrt{1 + (f_{\text{entrada}} / f_{\text{corte}})^2}$$

$$\text{Se } f_{\text{entrada}} = 0,1 f_{\text{corte}} \rightarrow |v_{\text{saída}} / v_{\text{entrada}}| = 1 / \sqrt{1 + (0,1 f_{\text{corte}} / f_{\text{corte}})^2} \rightarrow |v_{\text{saída}} / v_{\text{entrada}}| = 1$$

$$\text{Se } f_{\text{entrada}} = f_{\text{corte}} \rightarrow |v_{\text{saída}} / v_{\text{entrada}}| = 1 / \sqrt{1 + (f_{\text{corte}} / f_{\text{corte}})^2} \rightarrow |v_{\text{saída}} / v_{\text{entrada}}| = 1 / \sqrt{2} \approx 0,707$$

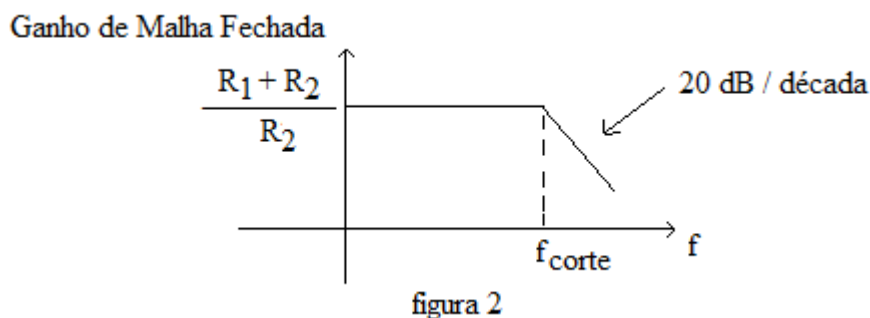
$$\text{Se } f_{\text{entrada}} = 10f_{\text{corte}} \rightarrow |v_{\text{saída}} / v_{\text{entrada}}| = 1 / \sqrt{1 + (10f_{\text{corte}} / f_{\text{corte}})^2} \rightarrow |v_{\text{saída}} / v_{\text{entrada}}| \approx 1 / \sqrt{100} \approx 0,1$$

$$\text{Se } f_{\text{entrada}} = 100f_{\text{corte}} \rightarrow |v_{\text{saída}} / v_{\text{entrada}}| = 1 / \sqrt{1 + (100f_{\text{corte}} / f_{\text{corte}})^2} \rightarrow |v_{\text{saída}} / v_{\text{entrada}}| \approx 0,01$$

Da análise feita anteriormente se percebe que após a frequência de corte o ganho de tensão da rede cai numa proporção bem conhecida: Cada vez que a frequência de entrada aumenta de 10 vezes em relação ao valor anterior, o ganho do circuito cai de 10 vezes em seu valor. Isto é o que se conhece como o decaimento do filtro passa baixa (rede RC). Se transformar essa relação em dB se diz que o filtro após a frequência de corte cai na razão de 20 dB por década.

O filtro ativo da figura 1 permite a passagem de todas as frequências até a frequência de corte, acima desta a resposta em frequência cai na razão de 20 dB/década.

A figura 2 mostra a resposta em frequência do filtro passa baixa de um polo.



Filtro passa alta de um polo

Pode-se transformar um filtro passa baixa num filtro passa alta usando redes de avanço em vez de redes de atraso. A frequência de corte ainda é dada por $1 / 2\pi RC$, os ganhos de tensão são os mesmos relacionados na tabela 1. A figura 3 mostra o circuito de um filtro passa alta de um polo.

Num filtro passa alta de um polo há uma taxa de crescimento de 20 dB por década até a frequência de corte ser atingida. A partir da frequência de corte o ganho de tensão passará a ser constante.

O desenvolvimento da razão entre a tensão de saída e da tensão de entrada da rede de avanço RC é mostrado a seguir já que na banda média do amplificador, o ganho de tensão do circuito é dado por:

$$A_{CL} = [(R_1 + R_2) / R_2] = (1 + R_1 / R_2)$$

Pode-se dizer que:

$$v_{\text{saída}} / v_{\text{entrada}} = [A_{CL} / (1 - j f_{\text{corte}} / f_{\text{entrada}})]$$

onde:

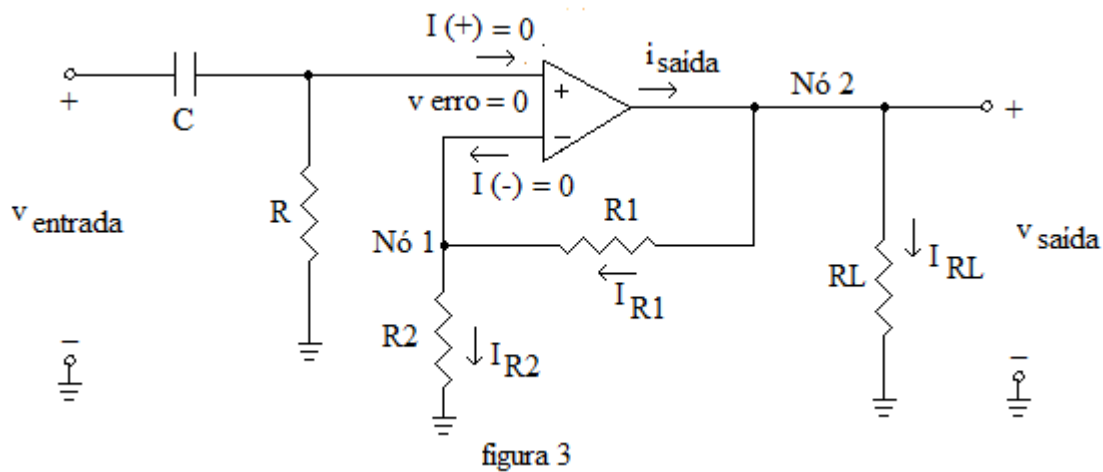
$v_{\text{saída}}$ = tensão de saída do filtro

v_{entrada} = tensão de entrada do filtro

A_{CL} = ganho de tensão não inversora de circuito fechado

f_{entrada} = frequência de entrada

f_{corte} = frequência de corte da rede de atraso



$$v_{\text{saida}} = [(R) / (R - jX_C)] v_{\text{entrada}}$$

$$X_C = 1 / \omega C$$

$$\omega = 2\pi f_{\text{entrada}}$$

$$f_{\text{corte}} = 1 / 2\pi RC$$

$$2\pi RC = 1 / f_{\text{corte}}$$

$$-j = 1 / j$$

$$v_{\text{saida}} = [(R) / (R - jX_C)] v_{\text{entrada}} \quad (\text{dividir a expressão por } R)$$

$$v_{\text{saida}} = [(1) / (1 - jX_C / R)] v_{\text{entrada}}$$

$$v_{\text{saida}} = [(1) / (1 - j / \omega RC)] v_{\text{entrada}}$$

$$v_{\text{saida}} = [(1) / (1 - j / 2\pi f_{\text{entrada}} RC)] v_{\text{entrada}}$$

$$v_{\text{saida}} = [(1) / (1 - j 2\pi f_{\text{corte}} / 2\pi f_{\text{entrada}})] v_{\text{entrada}}$$

$$v_{\text{saida}} = [(1) / (1 - j f_{\text{corte}} / f_{\text{entrada}})] v_{\text{entrada}}$$

$$\text{Se } f_{\text{entrada}} = 0,01 f_{\text{corte}} \rightarrow |v_{\text{saida}} / v_{\text{entrada}}| = 1 / \sqrt{1 + (f_{\text{corte}} / 0,01 f_{\text{corte}})^2} \rightarrow |v_{\text{saida}} / v_{\text{entrada}}| \approx 0,01$$

$$\text{Se } f_{\text{entrada}} = 0,1 f_{\text{corte}} \rightarrow |v_{\text{saida}} / v_{\text{entrada}}| = 1 / \sqrt{1 + (f_{\text{corte}} / 0,1 f_{\text{corte}})^2} \rightarrow |v_{\text{saida}} / v_{\text{entrada}}| \approx 1 / \sqrt{100} \approx 0,1$$

$$\text{Se } f_{\text{entrada}} = f_{\text{corte}} \rightarrow |v_{\text{saida}} / v_{\text{entrada}}| = 1 / \sqrt{1 + (f_{\text{corte}} / f_{\text{corte}})^2} \rightarrow |v_{\text{saida}} / v_{\text{entrada}}| = 1 / \sqrt{2} \approx 0,707$$

$$\text{Se } f_{\text{entrada}} = 10 f_{\text{corte}} \rightarrow |v_{\text{saida}} / v_{\text{entrada}}| = 1 / \sqrt{1 + (f_{\text{corte}} / 10 f_{\text{corte}})^2} \rightarrow |v_{\text{saida}} / v_{\text{entrada}}| \approx 1 / \sqrt{1} \approx 1$$

A figura 4 mostra a resposta em frequência do filtro passa alta de um polo. A taxa de crescimento do filtro é de 20 dB / década.

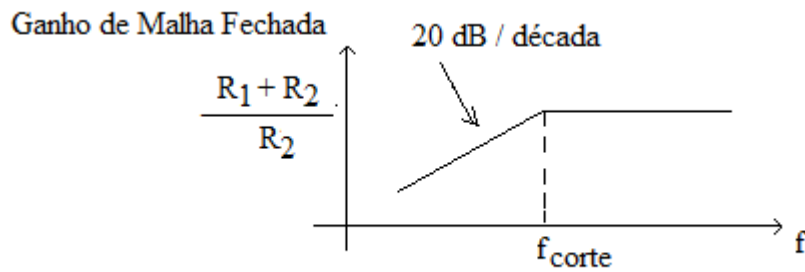


figura 4

Filtro passa faixa de um polo

Um filtro passa faixa é obtido a partir da ligação em cascata de um filtro passa alta com um filtro passa baixa. Cada filtro de um polo terá seu próprio ganho de tensão de malha fechada e sua frequência de corte. A frequência de corte inferior é dada pelo filtro passa alta e a frequência de corte superior é dada pelo filtro passa baixa. O ganho total do filtro é o produto dos ganhos dos dois filtros. Se o ganho de cada filtro for expresso em dB o ganho total do filtro será a soma logarítmica dos dois ganhos. Faz-se uso de uma propriedade dos logaritmos que diz que produto algébrico transforma-se em soma logarítmica.

A figura 5 mostra a representação de um filtro passa faixa de um polo e a figura 6 mostra sua resposta em frequência.

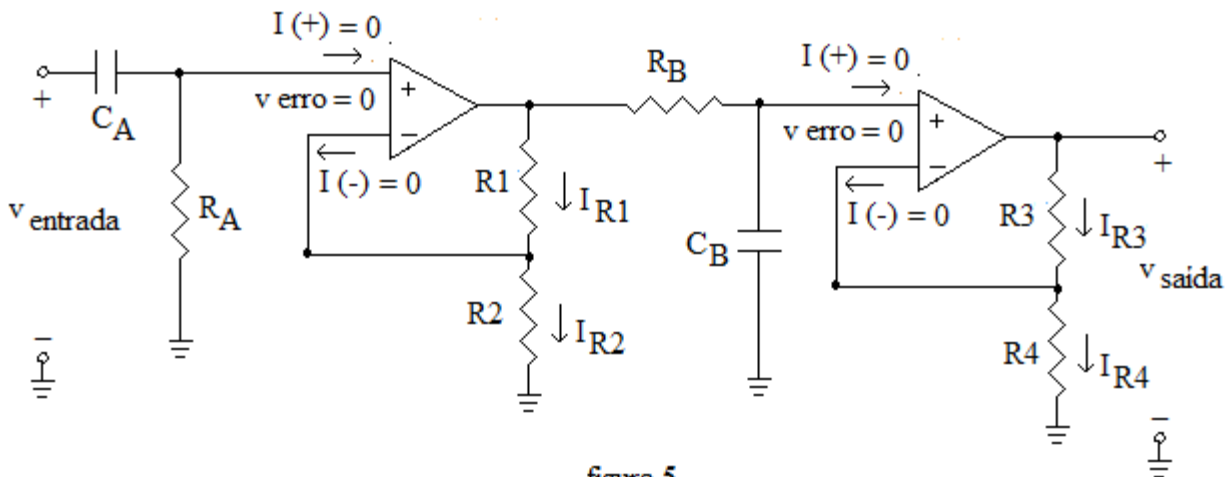


figura 5

O ganho do filtro passa alta é dado por: $A_{CL1} = (R1 + R2) / R2$

A frequência de corte do filtro passa alta é dado por: $f_{corte(inferior)} = 1 / 2\pi R_A C_A$

O ganho do filtro passa baixa é dado por: $A_{CL2} = (R3 + R4) / R4$

A frequência de corte do filtro passa baixa é dado por: $f_{corte(superior)} = 1 / 2\pi R_B C_B$

O ganho total do filtro é dado por: $A_{CL(total)} = A_{CL1} \times A_{CL2}$

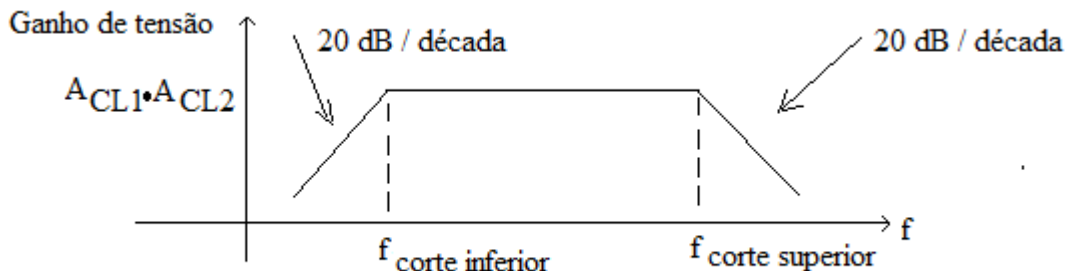


figura 6

Filtro rejeita faixa de um polo

O filtro rejeita faixa também é obtido a partir de um filtro passa alta e um filtro passa baixa, entretanto o conjunto terá que ser colocado em paralelo e acrescentar um circuito somador para que na saída do circuito apareçam todas as frequências abaixo da frequência de corte inferior e todas as frequências acima da frequência de corte superior. Rejeitando, portanto, aquelas frequências que ficam na intermediária.

A frequência de corte inferior é obtida através do filtro passa baixa tendo o mesmo um determinado ganho de tensão de malha fechada. A frequência de corte superior é obtida a partir do filtro passa alta tendo um ganho de malha fechada idêntico ao proposto para o filtro passa baixa. Como os dois circuitos ficarão em paralelo, o ganho de tensão terá que ser o mesmo para os dois circuitos. A figura 7 mostra o circuito que representa o filtro rejeita faixa de um polo e a figura 8 sua resposta em frequência.

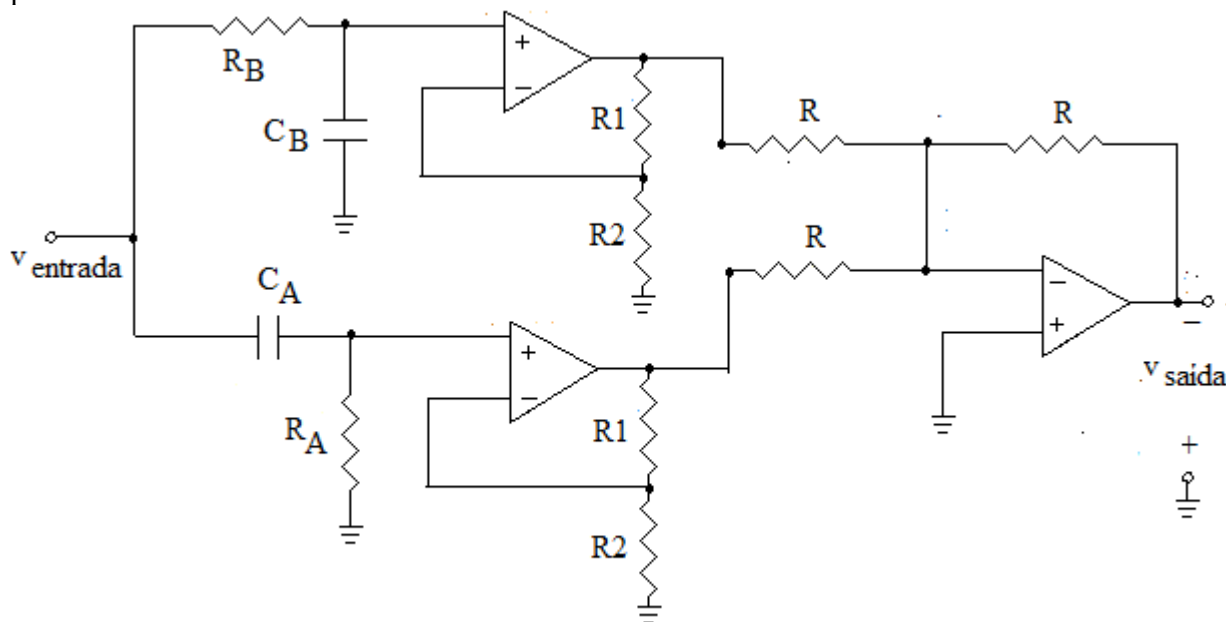


figura 7

O ganho de cada um dos filtros é dado por: $A_{CL} = (R1 + R2) / R2$

A frequência de corte do filtro passa alta é dado por: $f_{\text{corte(superior)}} = 1 / 2\pi R_A C_A$

A frequência de corte do filtro passa baixa é dado por: $f_{\text{corte(inferior)}} = 1 / 2\pi R_B C_B$

O ganho total do filtro é dado por: $A_{CL(\text{total})} = A_{CL}$

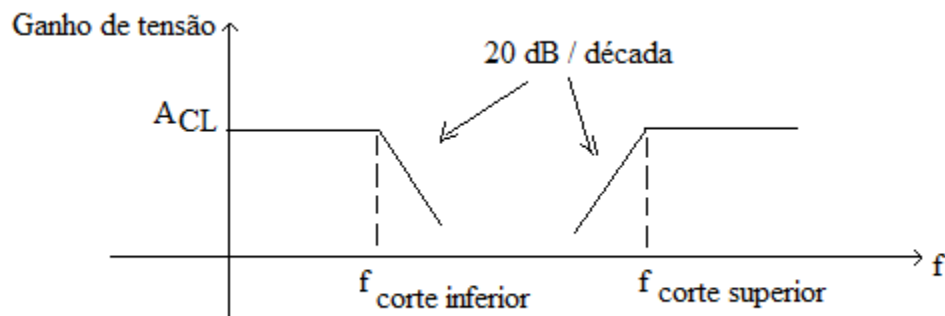


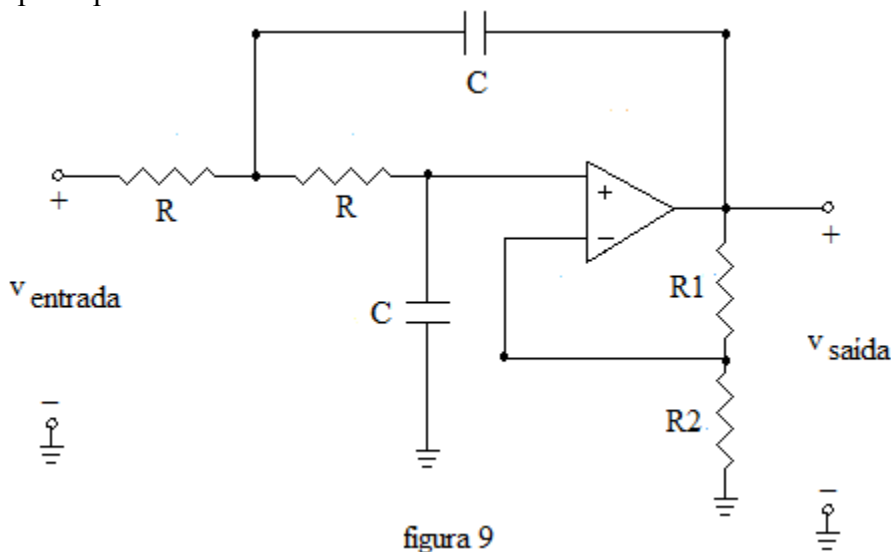
figura 8

Filtros de Butterworth com mais de um polo

A versatilidade dos filtros de Butterworth é que eles são obtidos a partir de redes RC e amplificadores operacionais. Componentes fáceis de serem encontrados no mercado. Outra vantagem dos filtros de Butterworth é que eles são montados a partir de apenas duas configurações básicas: os filtros de um polo como já foram mostrados anteriormente e uma segunda configuração básica que são os filtros de dois polos. A partir destas duas configurações é possível se montar filtros com mais de dois polos. Nestes casos entra a tabela de Butterworth que terá que ser consultada para proporcionar o ganho necessário ao filtro e garantir sua estabilidade. Isto porque na confecção do filtro de dois polos se fará uso de realimentação positiva para acomodar a segunda rede RC ao circuito. A realimentação positiva pode gerar instabilidade no circuito e a tabela de Butterworth é necessária para dar a estabilidade necessária ao circuito na região de passagem do filtro.

Filtro passa baixa de dois polos

A figura 9 é a representação de um filtro de dois polos porque ele tem duas redes de atraso. O capacitor da primeira rede de atraso recebe a tensão de realimentação. Isto modifica a frequência de corte e a resposta do filtro ativo. A análise matemática que gerou a tabela de Butterworth revela que um ganho de tensão de malha fechada A_{CL} de 1,586 é um valor crítico. Para ganhos menores que 1,586, a resposta do filtro aproxima-se de um deslocamento de fase linear com a frequência (resposta para o filtro de Bessel); para ganhos maiores do que 1,586 haverá oscilações na banda média (resposta para o filtro de Chebyshev). Quando o ganho for igual a 1,586 se obterá a resposta mais plana no meio da banda; esta é a resposta para o filtro de Butterworth.



Como o ganho de tensão de malha fechada precisa ser igual a 1,586 para se ter uma resposta Butterworth,

$$1,586 = (R_1 + R_2) / R_2 \rightarrow R_1 = 0,586R_2$$

Quando $A_{CL} = 1,586$, a frequência de corte do filtro é dada por:

$$f_{\text{corte}} = 1 / 2\pi RC$$

onde:

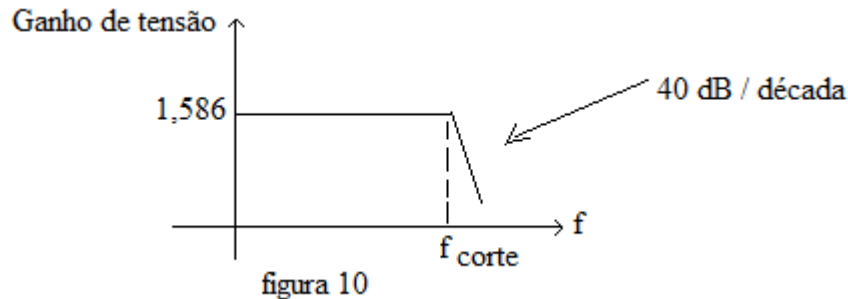
f_{corte} = frequência de corte do filtro de dois polos

R = resistência de cada resistor

C = capacitância de cada capacitor

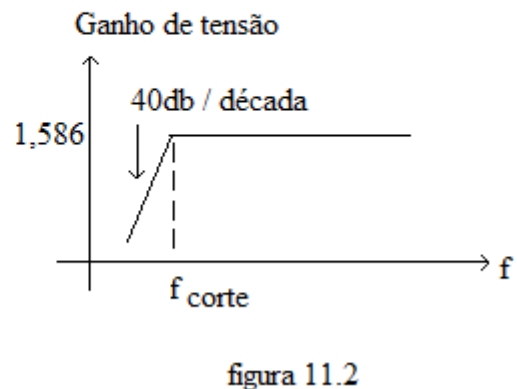
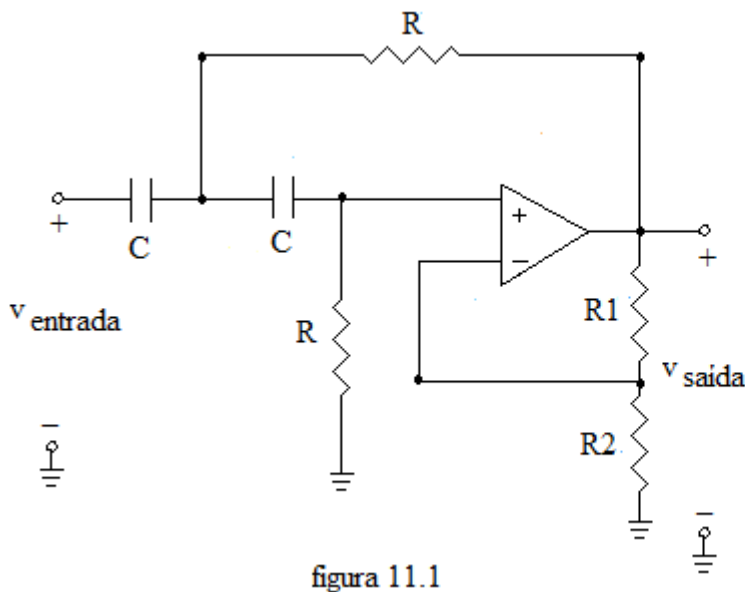
Um filtro Butterworth de dois polos tem a vantagem de usar componentes de valores iguais.

Na frequência de corte, o ganho total de tensão está 3 dB abaixo. Acima da frequência de corte, o ganho de tensão decresce na razão de 40 dB por década. Esta inclinação é duas vezes mais rápida que a de um filtro de um polo. Isto porque temos um filtro com dois polos, sendo que cada rede de atraso produz uma queda de 20 dB / década. Em geral, um filtro de três polos produz um decaimento de 60 dB / década, um de quatro polos produz um decaimento de 80 dB / década. A figura 10 mostra a resposta em frequência de um filtro passa baixa de dois polos.



Filtro passa alta de três polos

Pode-se transformar um filtro Butterworth passa baixa num filtro Butterworth passa alta usando redes de avanço em vez de redes de atraso. A frequência de corte é ainda dada por $1/2\pi RC$, e os ganhos de tensão são os mesmos relacionados na tabela 1. A figura 11.1 mostra o circuito que representa um filtro passa alta de dois polos e a figura 11.2 mostra a resposta em frequência de tal configuração.



Os filtros passa faixa e rejeita faixa de dois polos seguem as mesmas regras utilizadas para gerar tais filtros de um polo. A tabela de Butterworth também terá que ser consultada para a obtenção dos ganhos de tensão de tais filtros e se adequar a configuração do filtro.

Filtros com mais de dois polos podem ser gerados a partir das configurações básicas, ou seja, a configuração de um filtro de um polo e de um filtro de dois polos com o devido uso da tabela de Butterworth. O que os livros sugerem para a obtenção de tais filtros é que a frequência de corte superior seja bem maior que a frequência de corte inferior. Qualquer coisa em torno de dez vezes.