1ª Lista de Exercícios de Métodos Numéricos
Prof. Glauber Cintra
Equipe:

1.**(1 ponto)** Converta os números contidos na tabela abaixo para sua representação nos demais sistemas numéricos (represente até a oitava casa decimal significativa).

	Decimal	Binário	Octal	Hexadecimal
Decimal	137,25	10001001,010000	207,200000000	87,400000000
Binário	234,81250000	11101010,1101	352,64	EAD
Octal	171,23437500	10101011,001111	253,17	AB,3C
Hexadecimal	45,6015625	101101,10011010	55,464	2D,9A

2. **(0,5 pontos)** Triangularize o sistema linear abaixo utilizando o *Método de Gauss* e exiba a matriz triangularizada. Se o sistema for determinado, forneça a solução do sistema. Se o sistema for indeterminado, forneça uma solução do sistema. Indique se o sistema for incompatível.

Para a resolução dessa questão, temos que a matriz aumentada correspondente ao sistema fornecido é a seguinte:

```
 2   -4    2    4
 1   -2    3    1
-1    2   -2   -3
```

Na primeira iteração do algoritmo de Gauss iremos adotamos m[0][0] como sendo o nosso pivô, onde m é a nossa matriz aumentada do sistema. Nesse caso, m[0][0] = 2. Abaixo explicitamos os multiplicadores de cada linha. Veja que o multiplicador é encontrado aplicando a seguinte fórmula *mult* = *-(m[i][j]/m[i][i])*, adotando j como sendo número da linha que estamos procurando o multiplicador e i é o contador da iteração atual.

```
 2   -4    2    4    -
 1   -2    3    1    mult = -0.5
-1    2   -2   -3    mult =  0.5
```

Após a troca de linha das matrizes utilizando-se dos multiplicadores encontrados, teremos uma matriz resultante igual à apresentada abaixo :

```
 2   -4    2    4
```

```
 0     0     2     0
 0     0    -1    -1
```

Repare que já na primeira iteração conseguimos uma matriz nos moldes que procuramos, no entanto, verifica-se através desse resultado que o sistema é **incompatível**.

```
(I)  2X₃ =  0
(II) -X₃ = -1
```

Repare que I e II não podem ser verdade simultaneamente.

3. **(0,5 pontos)** Resolva o sistema linear abaixo utilizando o *Método de Jordan* e exiba a matriz diagonal obtida.
$2x_1 – 4x_2 + 2x_3 = 4$
$x_1 – 2x_2 + 3x_3 = 4$
$–x_1 + 2x_2 – 2x_3 = -3$

```
1ª Iteração

 2    -4     2    -4
 1    -2     3     4    m = -1/2
-1     2    -2    -3    m =  ½

2ª Iteração
 2    -4     2    -4
 0     0     2     2    m[0][0] = 0 ->  Troca de Colunas
 0     0    -1    -1

3ª Iteração
 2     0     -4   -4    m = -1
 0     2      0    2
 0    -1      0   -1    m = ½

4ª Iteração
 2     0     -4   -2
 0     2      0    2
 0     0      0    0

2x₃  = 2                x₂  = é variável
  x₃  = 1               livre por convenção      2x₁  = 2
                        x₂  = 0;                 x₁  = 1
```

Sistema Indeterminado pela convenção ,Solução x = [1,0,1];

4. **(1 ponto)** Usando a transformação explicada em sala de aula, a partir do sistema linear complexo abaixo obtenha um sistema linear com coeficientes reais. Resolva tal sistema linear utilizando o *Método de Gauss* e exiba a matriz triangularizada. Em seguida exiba a solução do sistema linear complexo.

$x_1 + (3 - i)x_2 = 11 - i$
$-x_1 + 4x_2 = 3 – i$

```
M : 1   3         N : 0   -1        c : 11           d: -1
   -1   4             0    0             3              -1
```

```
 1    3    0    1    11
-1    4    0    0     3         m2 = 1
 0   -1    1    3    -1         m3 = 0
 0    0   -1    4    -1         m4 = 0
```

1ª iteração

```
 1    3    0    1    11
 0    7    0    1    14
 0   -1    1    3    -1         m3 = 1/7
 0    0   -1    4    -1         m4 = 0
```

2ª iteração

```
 1    3    0      1      11
 0    7    0      1      14
 0    0    1    (22/7)    1
 0    0   -1      4      -1    m4 = 1
```

3ª iteração

```
 1    3    0      1      11
 0    7    0      1      14
 0    0    1    (22/7)    1
 0    0    0    (50/7)    0
```

Com a matriz triangularizada conseguimos descobrir os valores de s_1, s_2, t_1 e t_2 que são respectivamente 5, 2, 1 e 0. Fazendo $x_k = s_k + t_k \cdot i$, temos $\boldsymbol{x_1 = 5 + i}$ e $\boldsymbol{x_2 = 2}$ como solução do SL.

Questão 5

Fornecido o sistema de equações, o primeiro passo que tomaremos será isolar X_1, X_2, X_3 como pode ser conferido abaixo:

$X_1 = (12 - X_2 + X_3)/5$
$X_2 = (4 + X_1 + X_3)/3$

$X_3 = (39 + X_1 - 2X_2)/4$

Apresentamos abaixo duas tabelas que explicitam os valores de cada iteração de dois métodos que tem o propósito de encontrar as raízes das equações acima. A primeira tabela traz os resultados do método de Jacobi enquanto a segunda os de Gauss-Seidel

Método de Jacobi			
iter.	X_1	X_2	X_3
1	0	0	0
2	2.4	1.3	9.7
3	4.09	5.38	9.7
4	3.26	5.93	8.08
5	2.83	5.11	7.60

Método de Gauss-Seidel			
iter.	X_1	X_2	X_3
1	0	0	0
2	2.4	2.13	9.28
3	3.83	5.70	7.85
4	2.83	4.89	8.01
5	3.02	5.01	8

Por fim, agora iremos apresentar o determinante normalizado para a matriz proposta nesta questão. Veja abaixo:

Det(norm) = |-74/(5.1961 * 3.3166 * 4.5826)|
Det(norm) = 0.9370

6. **(0,5 pontos)** Seja $f(x) = 2x^5 - 3x^4 + x^3 - 5x^2 + 8x + 6$. Calcule f(3) usando o *Método de Briot-Ruffini*. Em seguida, coloque f na *Forma de Horner* e calcule f(4).

Método de Briot-Ruffini

	2	-3	1	-5	8	6
c = 3		6	9	30	75	249
	2	3	10	25	83	***255 = f(3)***

Forma de Horner

f(x) =(((((2x - 3)x +1)x - 5)x + 8)x + 6)

f(4) = (((((2.4 -3)4 +1)4 -5)4 + 8)4 +6) **= 1302**

7. **(1 ponto)** Usando o *Teorema de Lagrange*, determine um intervalo para as raízes reais negativas e para as raízes reais positivas de $p(x) = x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 16x + 20$. Calcule uma aproximação para uma raiz de p usando o *Método de Newton*. Execute quatro iterações do método.

p(x) = $x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 16x + 20$
k =3; B = 9; $a_n = 1$; n =4;
L = 1 + $\sqrt[1]{9/1}$ = 10

p(1/x) = $20x^4 - 16x^3 - 9x^2 - 4x + 1$
k =2; B = 9; $a_n = 20$; n =4;
L = 1 + $\sqrt[2]{9/20}$ = 1,6780
1 / L1= 0,5985

p(-x) = $x^4 + 4x^3 - 9x^2 - 16x + 20$
k =2; B = -16; $a_n = 1$; n =4;
L 2= 1 + $\sqrt[2]{16/1}$ = 5

p(-1/x) = $20x^4 - 16x^3 - 9x^2 + 4x + 1$
k =3; B = -16; $a_n = 20$; n =4;
L 3= 1 + $\sqrt[2]{16/20}$ = 1,894
1 / L3= 0,5985

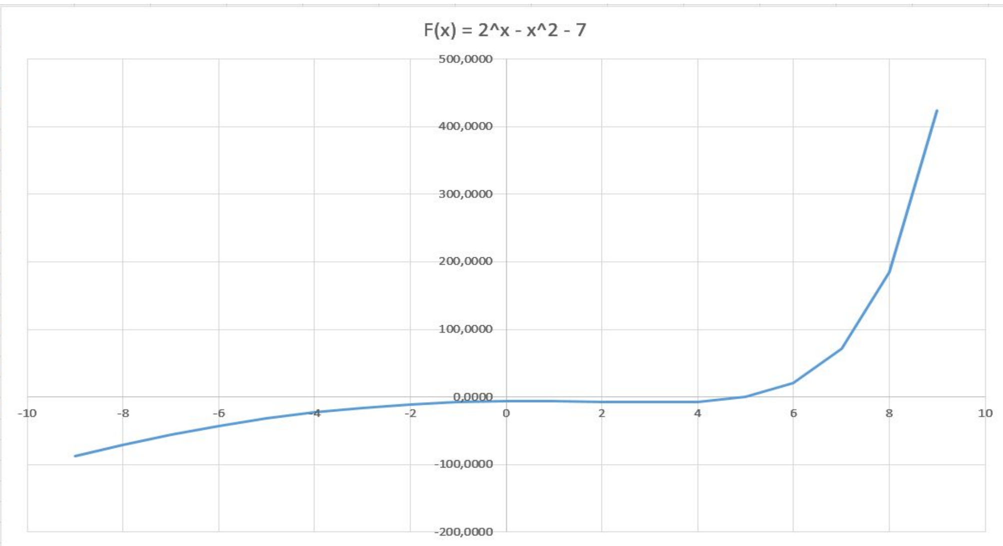
$-5 \le x \le -0,55$
0,5985 $\le$ x $\le$ 10

f(x) = $x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 16x + 20$
f'(x) = $4x^3 - 12x^2 - 18x + 16$

$x_0 = 0$
$x_1 = 10 - 1,88 = 8,12$
$x_2 = 8,12 - 1,444 = 6,676$
$x_3 = 6,676 - 0,782 = 5,894 - 0,605 = 5,289$
$x_4 = 5,289 - 0,24 = 5,042$

8. **(1 ponto)** Esboce o gráfico de $q(x) = 2^x - x^2 - 7$ e calcule uma aproximação para uma raiz de q contida no intervalo [3, 6] usando o *Método da Bisseção*. Execute quatro iterações do método.

x	F(x) = 2^x - x^2 - 7
-9	-87,9980
-8	-70,9961
-7	-55,9922
-6	-42,9844
-5	-31,9688
-4	-22,9375
-3	-15,8750
-2	-10,7500
-1	-7,5000
0	-6,0000
1	-6,0000
2	-7,0000
3	-8,0000
4	-7,0000
5	0,0000
6	21,0000
7	72,0000
8	185,0000
9	424,0000



Método da Bisseção

Interação	a	b	M	sinal F(a)	sinal F(b)	sinal F(m)	Erro
0	3	6	4,5	-	+	-	1,5
1	4,5	6	5,25	-	+	+	0,75
2	4,5	5,25	4,875	-	+	-	0,375
3	4,875	5,25	5,0625	-	+	+	0,1875
4	4,875	5,0625	4,96875	-	+	-	0,09375
5	4,96875	5,0625					

9. **(0,5 pontos)** Calcule uma aproximação para a raiz quadrada de 634 utilizando o *Método de Newton*, usando 634 como aproximação inicial. Execute seis iterações do método e exiba as aproximações obtidas em cada iteração.

$X_0 = 634$
C = 634

1ª Iteração
$X_1 = (X_0 + C/X_0)/2$

$X_1 = (634 + 634 / 634)/2 = 317,5$

2ª Iteração

$X_2 = (X_1 + C/X_1)/2$

$X_2 = (317{,}5 + 634 / 317{,}5)/2 = 159{,}7484$

3ª Iteração

$X_3 = (X_2 + C/X_2)/2$

$X_3 = (159{,}7484 + 634 / 159{,}7484)/2 = 81{,}8585$

4ª Iteração

$X_4 = (X_3 + C/X_3)/2$

$X_4 = (81{,}8585 + 634 / 81{,}8585)/2 = 44{,}8017$

5ª Iteração

$X_5 = (X_4 + C/X_4)/2$

$X_5 = (44{,}8017 + 634 / 44{,}8017)/2 = 29{,}4764$

6ª Iteração

$X_6 = (X_5 + C/X_5)/2$

$X_6 = (29{,}4764 + 634 / 29{,}4764)/2 = 25{,}4925$