

IFCE - CURSO: Engenharia de Mecatrônica/Licenciatura em Física – 2015-1
Cálculo I

II) Técnicas de derivação :

1. Uma companhia telefônica quer estimar o número de novas linhas residenciais que deverá instalar em um dado mês. No início de janeiro de 1999, a companhia tinha 100.000 assinantes, cada um com 1,2 linha, em média. A companhia estimou o crescimento das assinaturas a uma taxa mensal de 1000. Pesquisando os assinantes existentes, a companhia encontrou que cada um pretendia instalar uma média de 0,01 nova linha telefônica até o final de janeiro. Estime o número de novas linhas que a companhia deverá instalar até o final de janeiro de 1999, calculando a taxa de crescimento das linhas no começo do mês.

2. Encontre $\frac{dy}{dx}$ em a) $f(x) = (x^3 + x^2) \cdot \sin x$ R.: $f'(x) = (3x^2 + 2x) \sin x + (x^3 + x^2) \cdot \cos x$

b) $y = \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$ R.: $y' = \frac{2x \cos x - \sin x}{2x\sqrt{x}}$ c) $f(x) = \tan x$ R.: $f'(x) = \sec^2 x$ d) $y = \operatorname{cosec} x$ $y' = -\operatorname{cosec} x \cdot \cotg x$

3. Ache uma função $y = ax^2 + bx + c$ cujo gráfico tem um intercepto x de 1, um intercepto y de -2 e tem uma reta com inclinação de -1 no intercepto y.

4. Seja a reta (s) $y = 6x + 7$. Encontre a equação da reta que é perpendicular a reta (s) e tangente ao gráfico de $f(x) = \sqrt{x}$. R. $y = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2}$

5. Sendo $f(x) = \cos x + x^3 + 2$, calcule $f^{(2053)}(x)$.

Obs.: De um modo geral, se f é uma função derivável então a derivada f' , que é também uma função, pode ser derivável, nesse caso, a derivada de f' é representada por f'' e é denominada derivada de segunda ordem ou simplesmente de derivada segunda da função f . O processo pode ser continuado obtendo-se dessa forma as derivadas terceira, quarta, etc.

Se $y = f(x)$ tal que $\frac{dy}{dx} = D_x f(x) = f'(x)$ então: $(f'(x))' = f''(x) = \frac{d^2 y}{dx^2} = D_x^2 y$ derivada segunda

$(f''(x))' = f'''(x) = \frac{d^3 y}{dx^3} = D_x^3 y$ derivada terceira... $(f^{(n-1)}(x))' = f^{(n)}(x) = \frac{d^n y}{dx^n} = D_x^n y$ derivada n-ésima

6. Para quais valores de a e b a reta $2x + y = b$ é tangente à parábola $y = ax^2$ quando $x = 2$.

7. Um objeto move-se ao longo de uma reta de acordo com a equação de movimento $s = t^3 - 6t^2 + 9t$. A) Faça uma tabela que dê a descrição da posição e movimento da partícula. B) Mostre o comportamento do movimento numa figura. C) Encontre a distância total percorrida pela partícula durante os primeiros cinco segundos. **Idem para $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t$**

8. Mostre que o triângulo formado por qualquer reta tangente ao gráfico de $y = 1/x$, $x > 0$ e pelos eixos Coordenados tem uma área de 2 unidades quadradas.

9. Seja $f(x) = \begin{cases} x^2 + \frac{1}{16}, & x < \frac{1}{2} \\ \frac{3}{4}x^2, & x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$ Determine se f é diferenciável em $\frac{1}{2}$, caso seja, encontre o valor da derivada

Neste ponto.

10. Sendo $f(x) = x^8 - 2x + 3$ ache $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ Resp. 3584

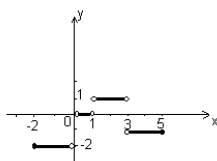
11. Quantas retas tangentes à curva $f(x) = \frac{x}{x+1}$ passam pelo ponto $(1, 2)$? Em quais pontos essas retas tangentes tocam a curva?

12. Use as informações a seguir para fazer o gráfico da função f no intervalo fechado $[-2, 5]$.

a) o gráfico de f é composto por segmentos de retas fechados unidos pela extremidade.

b) O gráfico começa no ponto $(-2, 3)$.

c) A derivada de f é a função escada da figura a seguir



13. Um objeto move-se ao longo de uma reta de acordo com a equação de movimento $s = \frac{3t}{(t^2 + 9)}$, $t \geq 0$

onde s m é a distância orientada do objeto, desde o ponto de partida em t seg.

a) Qual a velocidade Instantânea do objeto em t_1 seg? b) Qual a velocidade instantânea em 1 seg ?

14. Calcule a derivada de função F dada por

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 2x & 3x^2 & 4 \\ 5 & 6x & 2x^2 \end{vmatrix}$$

DERIVADA DA FUNÇÃO COMPOSTA(REGRA DA CADEIA):

Encontre a função derivada de cada uma das funções definidas a seguir.

1) $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$ R.: $f'(x) = \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x}}$ 2) $f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ R.: $f'(x) = \frac{1}{(1-x)\sqrt{1-x^2}}$

3) $f(x) = (1 + \sqrt{3}x)^3$ R.: $f'(x) = 3\sqrt{3}(1 + \sqrt{3}x)^2$ 4) $f(x) = |x^2 - 4|$ R.: $f'(x) = \begin{cases} 2x, & |x| > 2 \\ -2x, & |x| < 2 \end{cases}$

5) $f(x) = \frac{\sqrt{a-x} + \sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x} - \sqrt{a+x}}$ R.: $f'(x) = \frac{a}{\sqrt{a^2 - x^2}(a - \sqrt{a^2 - x^2})}$

6) $g(y) = \text{tg}(\sqrt{1-y})$ R.: $g'(y) = \frac{-\sec^2(\sqrt{1-y})}{2\sqrt{1-y}}$ 7) $u(x) = \sin^4(x) + \cos^4(x)$ R.:

8) $f(x) = \frac{(2-x)^{\frac{1}{3}}}{4\sqrt{2+x}}$ R.: $f'(x) = \frac{x-10}{24\sqrt{(2+x)^3} \sqrt[3]{(2-x)^2}}$

16) Seja f uma função definida por $f(x) = \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)$. Mostre que $f'(x) = \frac{1}{4}\sin(2x)$.

17) Considere f uma função diferenciável e g uma função definida por $g(x) = f^2(\cos(x))$. Sabendo que $f(0) = 1$ e $f'(0) = -\frac{1}{2}$ calcule $g'(\frac{\pi}{2})$. R. 1

18) Seja R uma função definida por $R(x) = \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{(x-1)^2}$.

a) Obtenha os pontos onde R não é derivável; R.: (0,1) e (1,0)

b) Calcule $R'(x)$ onde for possível. R.: $R'(x) = \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x}\right)^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3}\left(\frac{x}{x-1}\right)^{\frac{2}{3}}$

19) Considere a função f definida por $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$. Encontre o ponto do gráfico de f cuja reta tangente é paralela à reta de equação $2y - x = 5$. R.: (0, 0)

20) Seja g uma função diferenciável e f uma função definida por $f(t) = g^3(h(t))$ com $h(t) = t^2 + 1$. Calcule $f'(1)$ se $g'(2) = 5$ e $g(2) = 3$. R.: 270

21) Considere f uma função dada por $f(x) = g\left(\cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)\right)$ sendo g uma função derivável. Calcule $f'(1)$ se

$g'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}$. R.: $-\frac{1}{4}$

22) Um estudo do meio ambiente de uma comunidade suburbana conclui que a taxa média diária de monóxido de carbono no ar é de $C(p) = \sqrt{0,5p^2 + 17}$ partes por milhão, quando a população é de p milhares. Estima-se que daqui a t anos a população será $p(t) = 3,1 + 0,1 t^2$ milhares. Qual será a taxa de variação, em relação ao tempo, da taxa de monóxido de carbono daqui a 3 anos? (Obs.: Regra da cadeia)
R: 0,24 partes por milhão por ano.