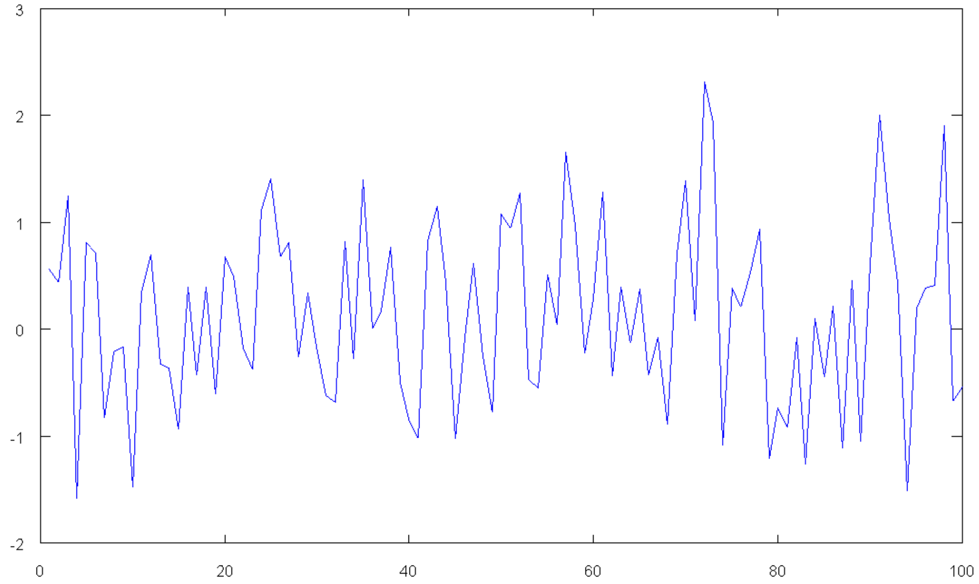
Introdução à Sinais

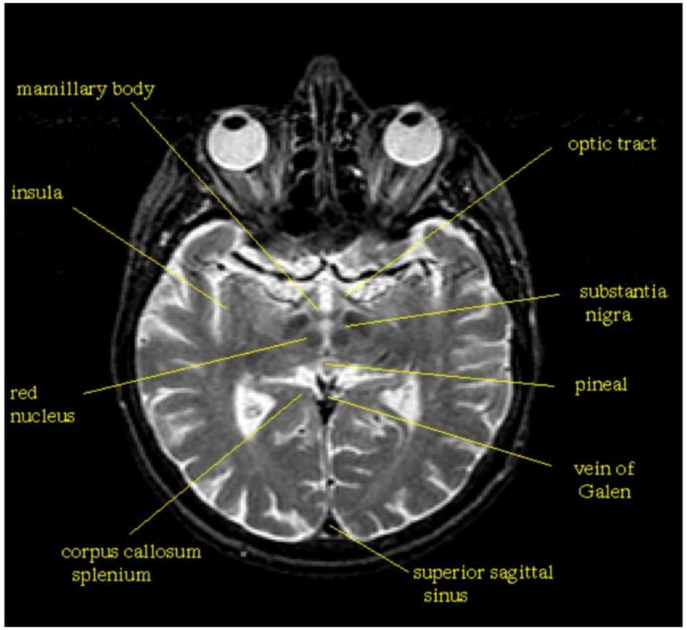
IFCe – Instituto Federal do Ceará
Departamento de Telemática

Prof. Dr. Regis C. P. Marques
regismarques@ifce.edu.br

- Introdução -

Um sinal é a representação de um fenômeno ou grandeza física, biológica, etc. Esse sinal pode ser 1-D, 2-D ou N-D.





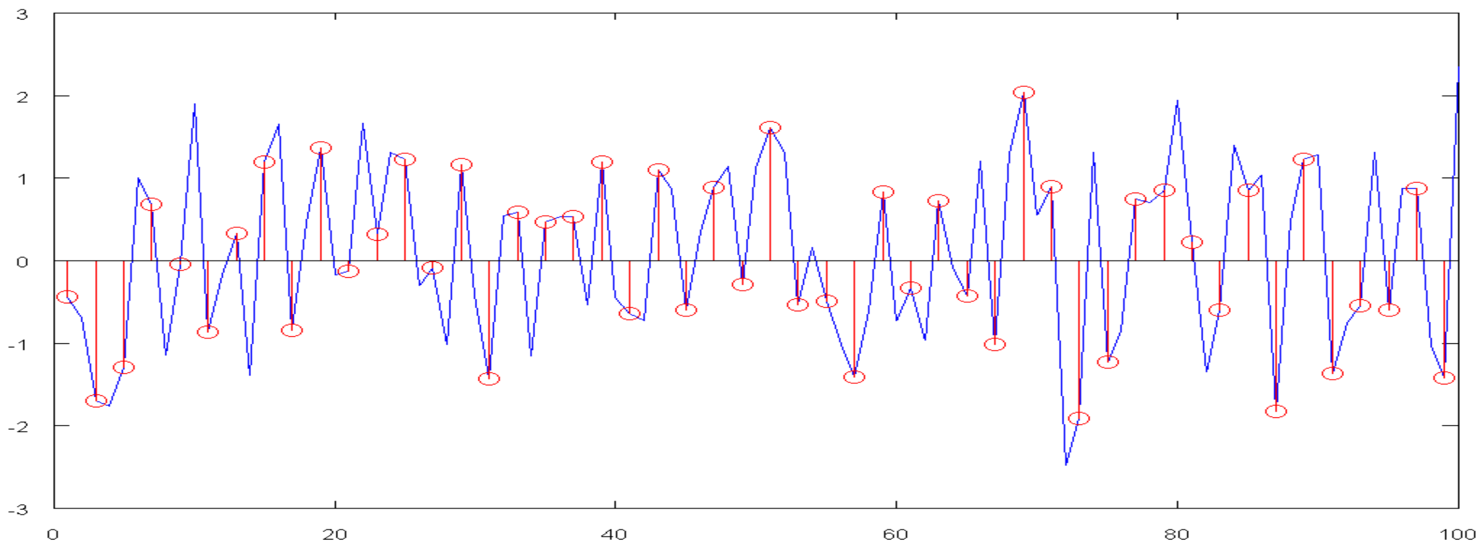
Classificação dos sinais

- **Contínuo:** está associado principalmente a sinais elétricos ou ondas eletromagnéticas, vibrações mecânicas, e outras fenômenos observáveis.

$$x(t),\ t \in \mathrm{R}.$$

- **Discreto:** está associado a uma sequência numérica, obtida a partir da observação de um fenômeno ou gerada artificialmente. Ex: imagem digital, áudio digital, sequência de dados econométricos ou climáticos, etc.

$$x[n],\ n \in Z$$

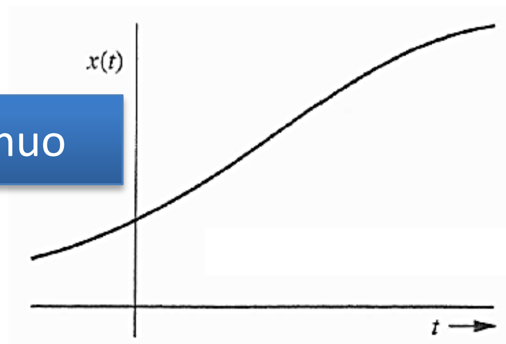


- Classificação dos Sinais -

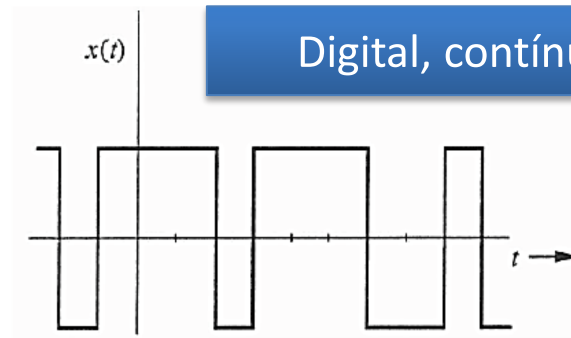
- **Analógico:** a amplitude do sinal <u>não é limitada</u> a um conjunto de possíveis valores, assim sendo: $x \in \mathrm{R}$.

- **Digital:** a amplitude do sinal <u>é limitada</u> a um conjunto de possíveis valores, assim sendo: $x \in \mathrm{S},\ \mathrm{S} \subset \mathrm{R}$.

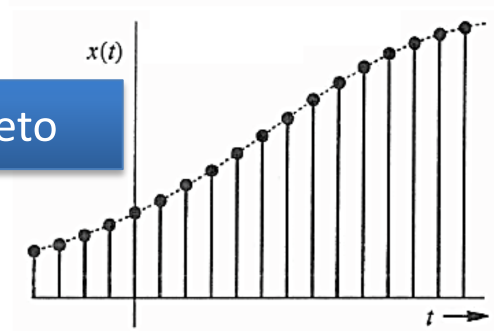
Analógico, contínuo



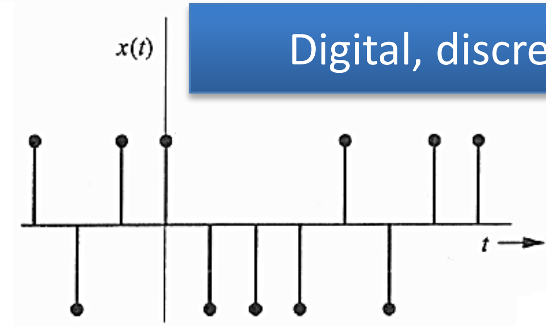
Digital, contínuo



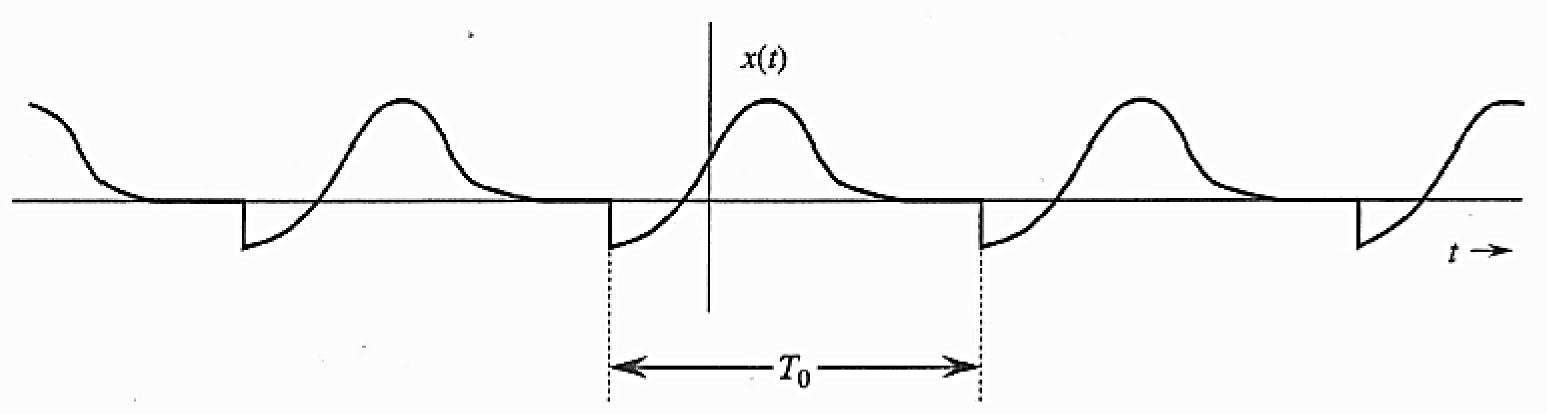
Analógico, discreto



Digital, discreto

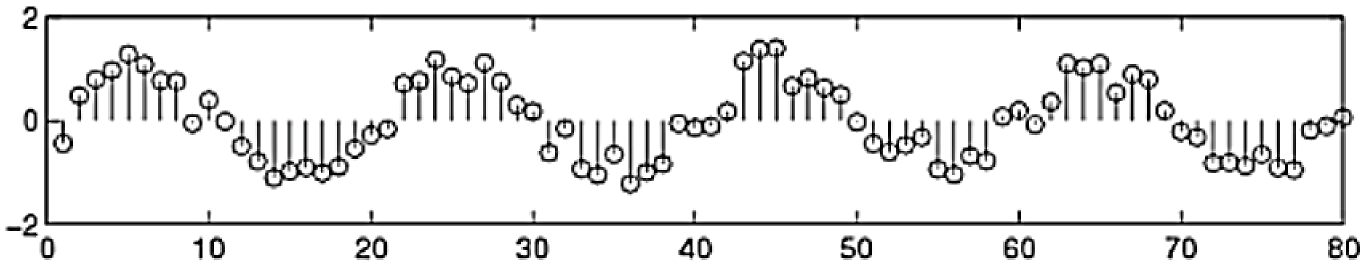


- **Periódico:** um sinal é periódico, de período T, se $x(t) = x(t+T)$. O menor valor de T para o qual isso é verdade é chamado período fundamental T_0.

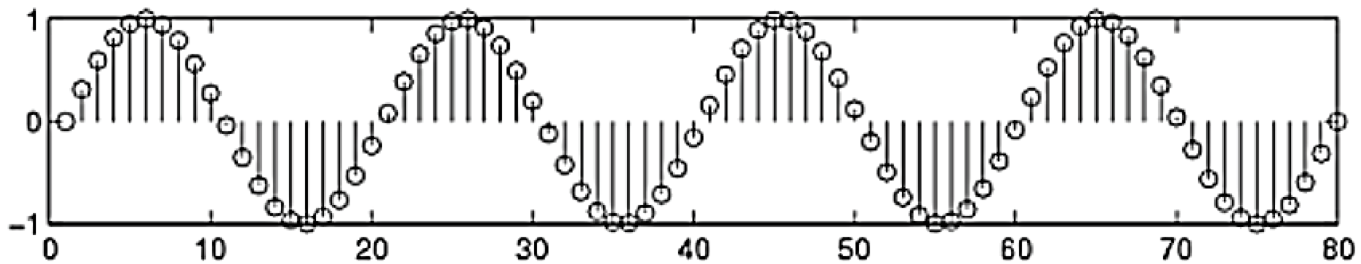


- Classificação dos Sinais -

- **Aleatório:** a natureza do sinal não está associada a nenhum modelo matemático preciso, que permita prever com exatidão o valor de $x(t)$, para qualquer t.

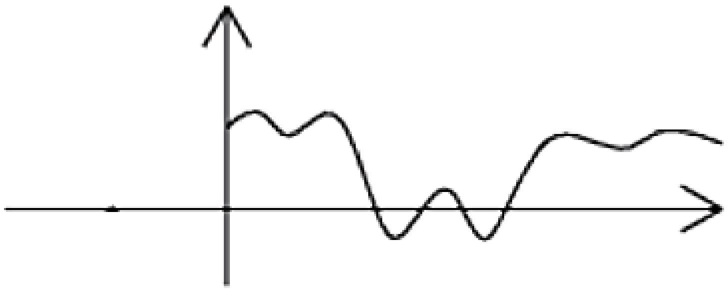


- **Determinístico:** $x(t)$ é determinado por uma função conhecida de t .

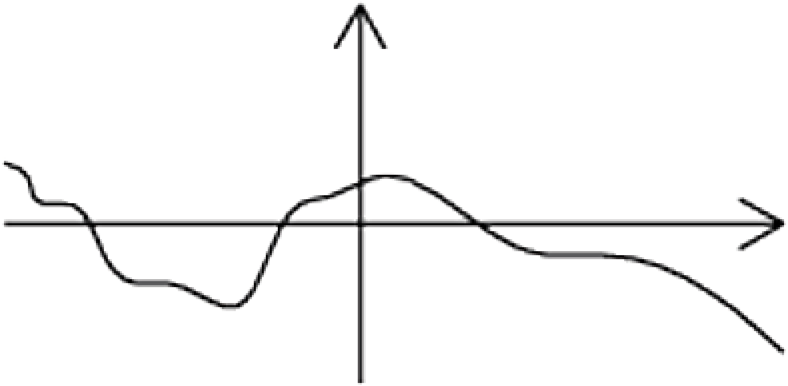


- Classificação dos Sinais -

- **Causal:** todo sinal $x(t)$, em que $x(t)=0$ se $t<0$.



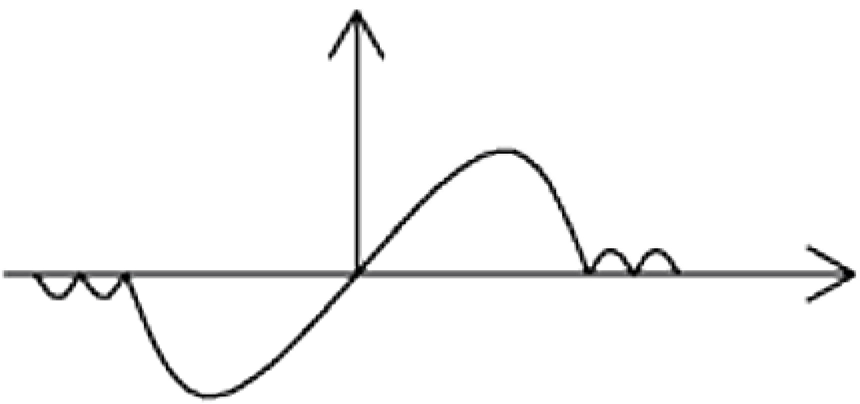
- **Não causal:** todo sinal $x(t)$, em que $x(t)\neq 0$ para algum instante $t<0$.



- Classificação dos Sinais -

- **Par:** todo sinal $x(t)$, em que $x(t)=x(-t)$.

- **Ímpar:** todo sinal $x(t)$, em que $x(t)=-x(-t)$.

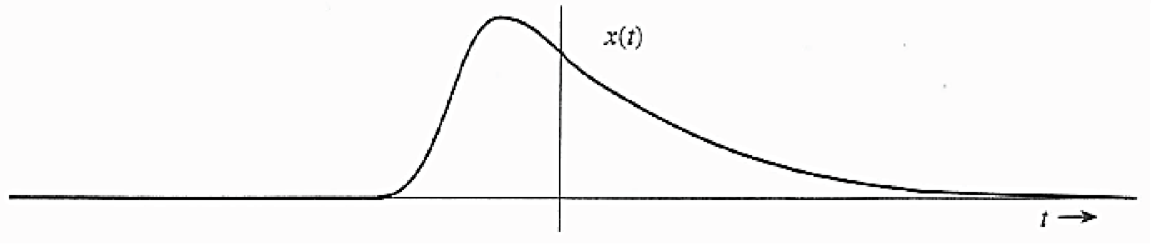


Prof. Dr. Regis C. P. Marques
regismarques@ifce.edu.br

- Classificação dos Sinais -

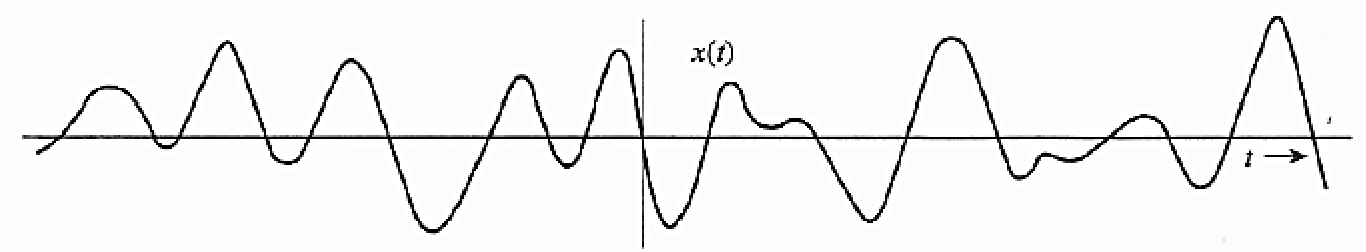
- **Sinal de energia:** todo sinal $x(t)$, cuja energia é finita.

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 \, dt$$



- **Sinal de potência:** todo sinal $x(t)$, cuja potência é finita e não nula.

$$P_x = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 \, dt$$



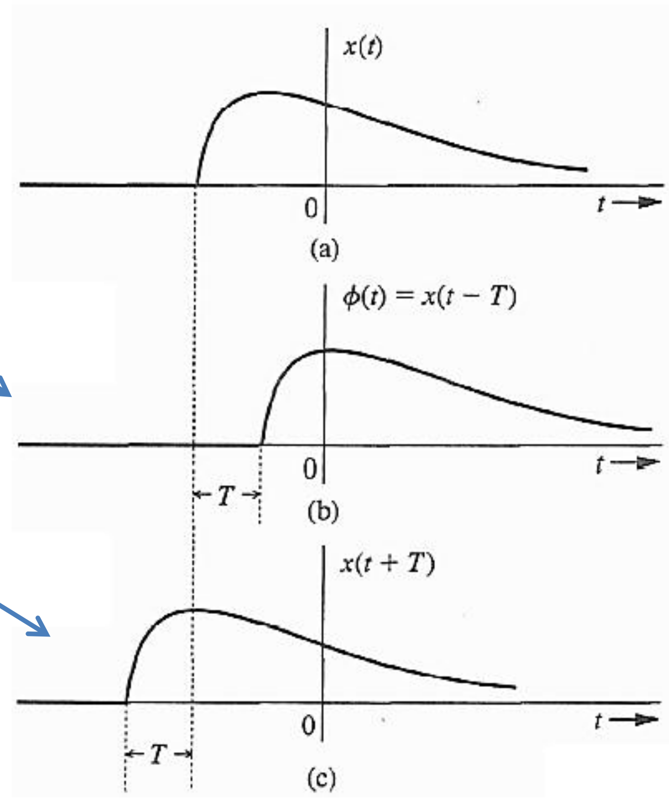
Operações fundamentais

- Operações fundamentais -

- **Deslocamento no tempo**

Atraso

Adiantamento

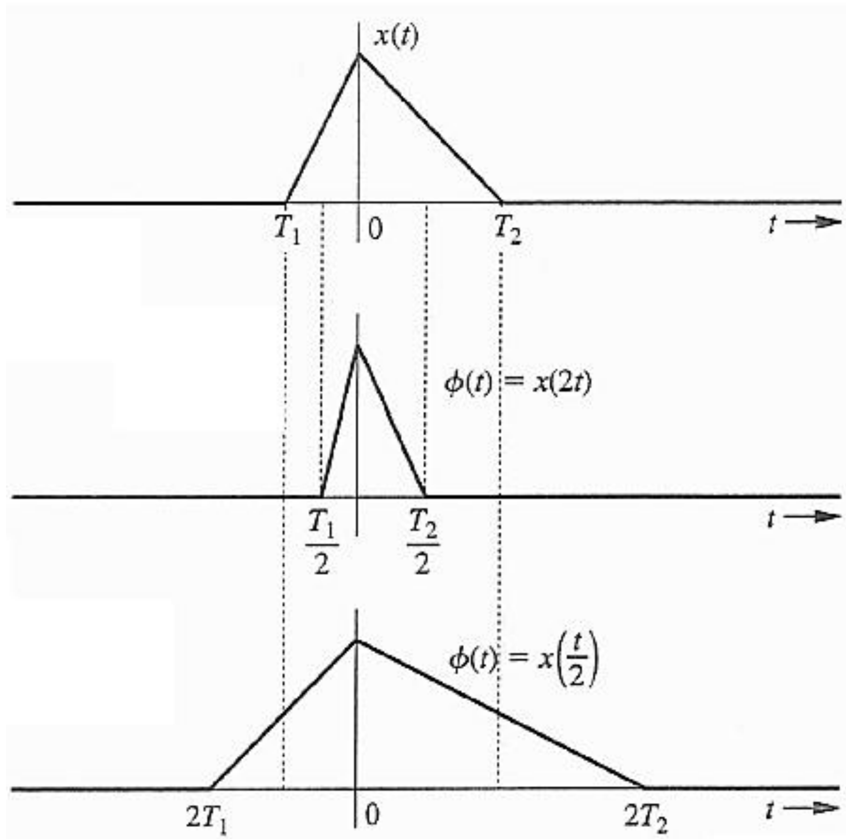


- Operações fundamentais -

- **Escalonamento no tempo**

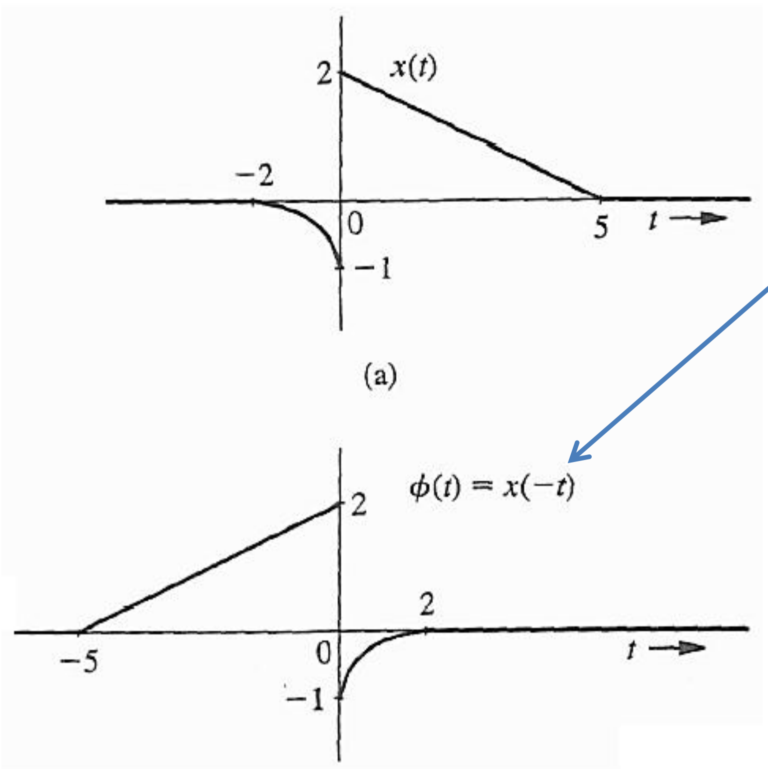
Compressão

Expansão



Importante: existem casos em que tanto o escalonamento no tempo, quanto o deslocamento no tempo são realizadas, por exemplo, y(t)=x(2t-6). Neste caso o deslocamento deve ser realizado primeiro.

- **Reversão no tempo**



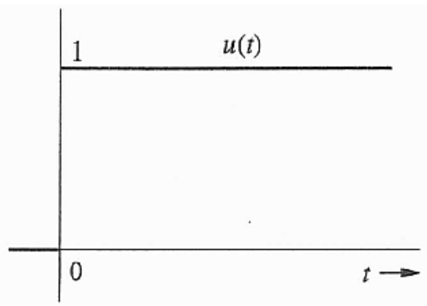
O sinal é rotacionado em torno do eixo y.

Prof. Dr. Regis C. P. Marques
regismarques@ifce.edu.br

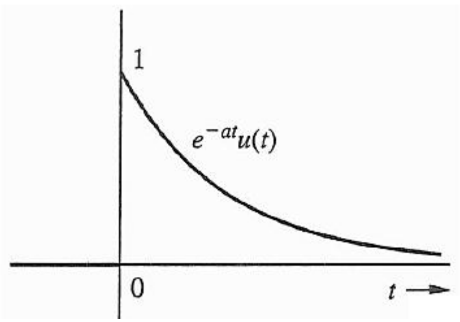
Sinais ou funções básicas

- Sinais ou funções básicas -

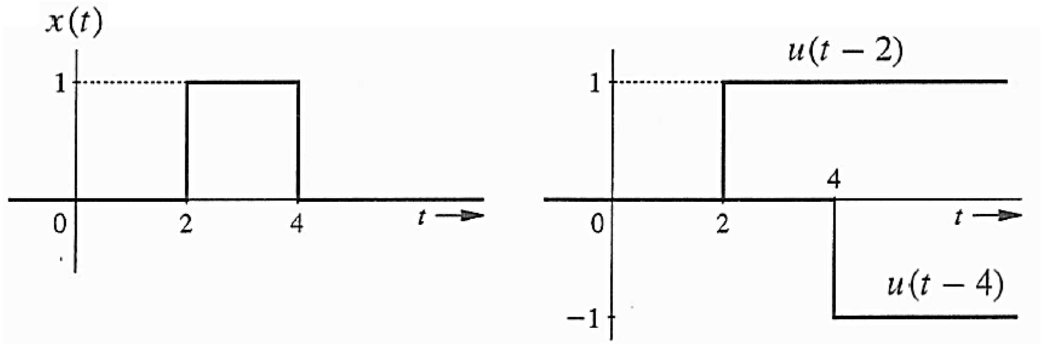
Degrau



Exponencial

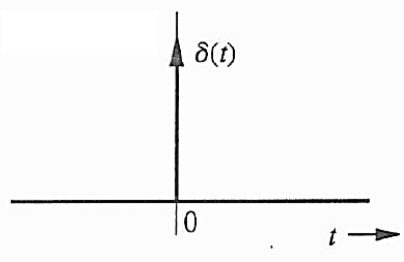


Pulso = u(t-2)-u(t-4)



- Sinais ou funções básicas -

Impulso



$$\delta(t) = 0 \qquad t \neq 0$$

Área unitária

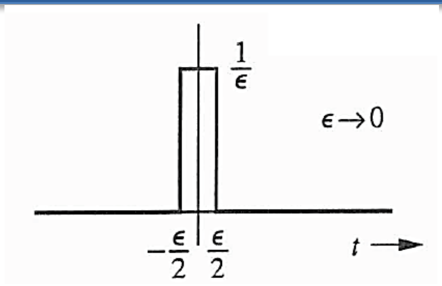
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\, dt = 1$$

Amostragem

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)\delta(t - T)\, dt = \phi(T)$$

- Sinais ou funções básicas -

Aproximação do impulso por um pulso

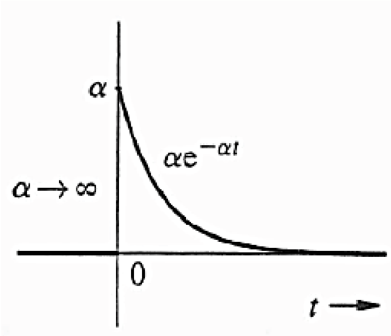


Aproximação:

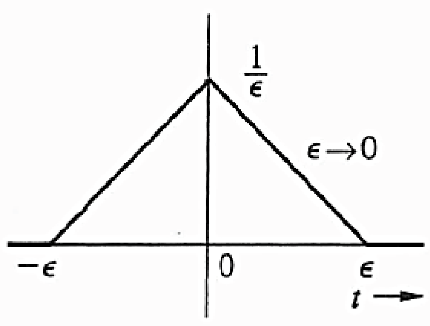
$\delta_{\in}(t) = (1/\in)\ u(1+\in/2) - u(1-\in/2)$

$$\delta(t) = \lim_{\in \to 0} \delta_{\in}(t)$$

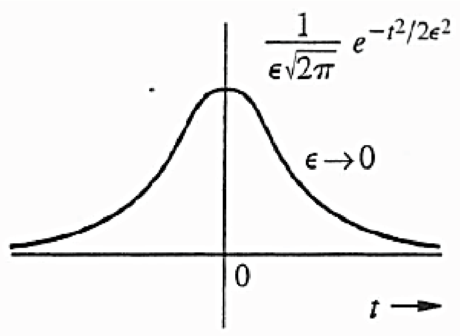
Exponencial



Triangular



Gaussiana



- **Exponencial complexa:** seja $x(t)=e^{st}$, s=σ+jω. Logo

$$e^{st} = e^{(\sigma+j\omega)t} = e^{\sigma t}e^{j\omega t} = e^{\sigma t}(\cos \omega t + j \sin \omega t)$$

e seu conjugado é

$$e^{s^*t} = e^{\sigma-j\omega} = e^{\sigma t}e^{-j\omega t} = e^{\sigma t}(\cos \omega t - j \sin \omega t)$$

Por fim, temos que

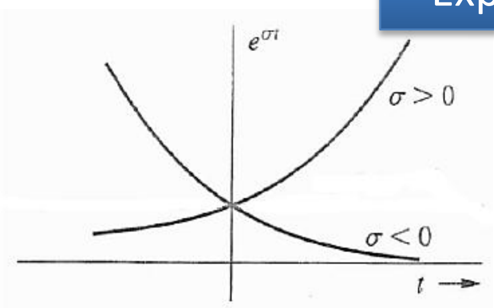
$$e^{\sigma t} \cos \omega t = \frac{1}{2}(e^{st} + e^{s^*t})$$

Pode-se interpretar este resultado, sabendo-se que e^{st} tem módulo $e^{\sigma t}$ e ângulo ±jω.

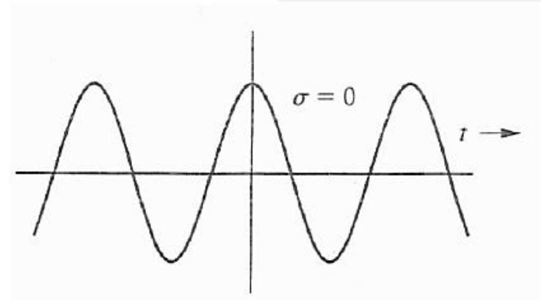
- Sinais ou funções básicas -

- **Exponencial complexa:** a exponencial complexa pode então ser utilizada para expressar outros função importantes.

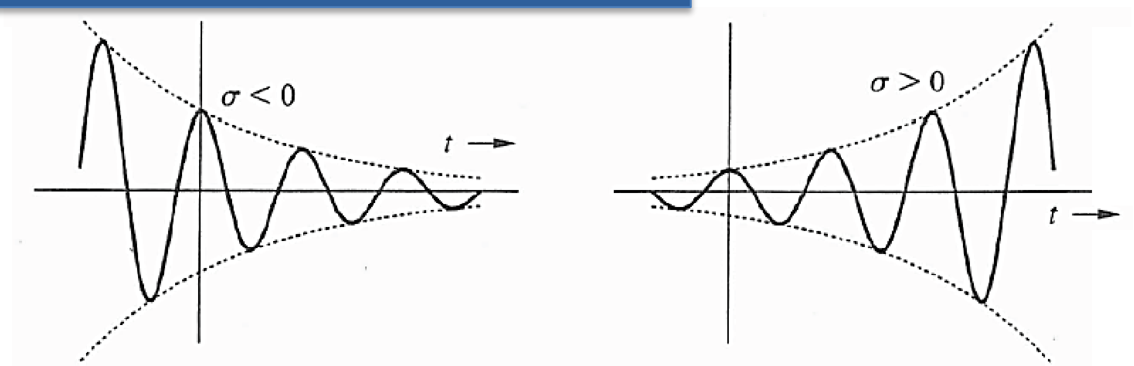
Exponencial, ω=0



seno/cosseno, σ=0

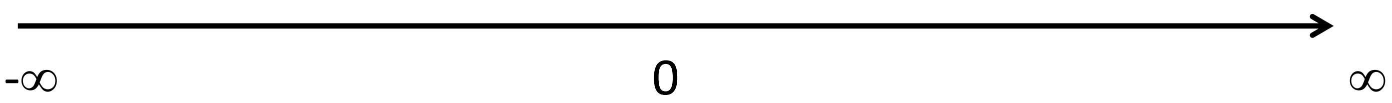


Harmônica exponencialmente amortecida, s=$\sigma \pm j\omega$

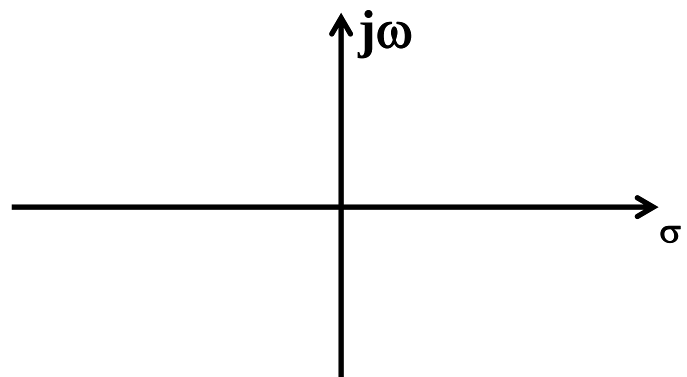


- **Exponencial complexa e o plano complexo**

- É de conhecimento que o conjunto dos número reais é representado por uma reta.



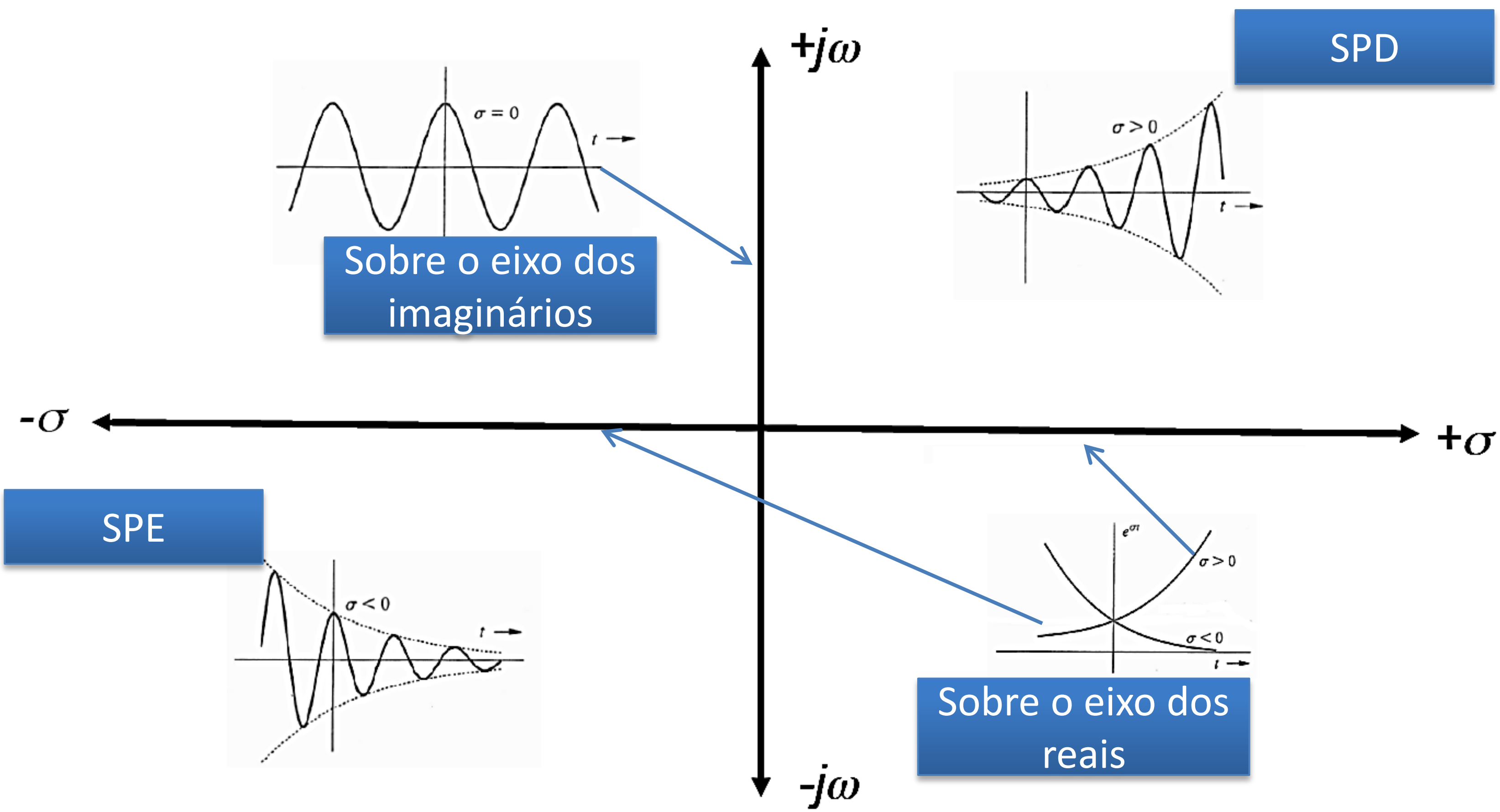
- Sendo que a única interseção entre o conjunto dos reais e dos imaginários é o zero. Esse segundo é representado por uma reta perpendicular, cruzando os reais em zero.



- Este plano é chamado plano S, pois localiza todos os pontos $s=\sigma+j\omega$.

- Sinais ou funções básicas -

- **Exponencial complexa e o plano complexo:** as funções estudadas podem ser relacionadas com o plano, tal que:



IFCe – Instituto Federal do Ceará
Departamento de Telemática
Prof. Dr. Regis C. P. Marques
regismarques@ifce.edu.br

Funções pares e ímpares

- Funções pares e ímpares -

- **Exponencial complexa e o plano complexo**

- Todo sinal pode ser representado como a soma de duas componentes par e ímpar:

$$x(t) = \underbrace{\tfrac{1}{2}[x(t) + x(-t)]}_{\text{par}} + \underbrace{\tfrac{1}{2}[x(t) - x(-t)]}_{\text{ímpar}}$$

Propriedade do produto:

par x ímpar = ímpar
ímpar x ímpar = par
par x par = par

Exemplo: encontre as componentes, par e ímpar da função

$x(t)=e^{-at}$