Σημειώσεις για το μάθημα

HAEKTPONIKA

Νίκος Κονοφάος Καθηγητής ΑΠΘ

Θεσσαλονίκη 2020

ΒΑΣΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Ηλεκτρικά και Ηλεκτρονικά κυκλώματα - Διατάξεις και Συστήματα.

Κυκλώματα που εκτός από πηγές περιλαμβάνουν μόνον παθητικά στοιχεία ονομάζονται συνήθως παθητικά κυκλώματα, ενώ αν περιλαμβάνουν και άλλου τύπου ενεργά στοιχεία ονομάζονται ενεργά κυκλώματα. Η διάκριση αυτή δίνει τη βασική διαφορά μεταξύ ηλεκτρικών και ηλεκτρονικών κυκλωμάτων. Ως ηλεκτρικά κυκλώματα θωρούνται τα παθητικά κυκλώματα, δηλαδή απλοί συνδυασμοί παθητικών στοιχείων όπου για τον προσδιορισμό τάσεων ή ρευμάτων απαιτείται η εφαρμογή κάποιου σήματος σ' αυτά, ενώ τα ηλεκτρονικά κυκλώματα είναι ενεργά κυκλώματα η λειτουργία των οποίων μπορεί να θεωρηθεί ανεξάρτητη από την εφαρμογή σημάτων στην είσοδό τους.

Τις περισσότερες φορές τα ηλεκτρονικά κυκλώματα είναι σύνθετα κυκλώματα, με την έννοια ότι αποτελούνται ή προκύπτουν από την σε σειρά ή παράλληλη σύνδεση άλλων απλούστερων κυκλωμάτων. Ακόμη, κάθε συνδυασμός κυκλωμάτων, διατάξεων και μετατροπέων μπορεί να αποκαλείται ηλεκτρονικό σύστημα ή, απλώς σύστημα, δηλώνοντας μαζί με τον ολοκληρωμένο τρόπο λειτουργίας του τη συγκεκριμένη χρήση ή εφαρμογή του, όπως π.χ. συστήματα αυτομάτου ελέγχου, συστήματα εκπομπής και λήψης (τηλεπικοινωνιακά συστήματα), συστήματα μετρήσεων, επεξεργασίας σημάτων κ. α.

Σύνδεση πηγών & φορτίων στα ηλεκτρικά & ηλεκτρονικά κυκλώματα.

Για την εφαρμογή συνεχών (DC) ή εναλλασσομένων (AC) σημάτων τάσης ή έντασης στα ηλεκτρικά ή ηλεκτρονικά κυκλώματα χρησιμοποιούνται πηγές αντίστοιχων σημάτων. Οι πηγές αυτές είναι είτε ανεξάρτητες, όπως π.χ. όταν πρόκειται για γεννήτριες σημάτων ή για μετατροπές ενέργειας διαφόρων τύπων, είτε εξαρτημένες, δηλαδή όταν τα σήματα που παρέχουν θεωρούνται ότι εξαρτώνται από την τάση ή την ένταση ρεύματος σε κάποιο τμήμα του ίδιου ή ακόμη και άλλου κυκλώματος.

Στα ηλεκτρικά κυκλώματα, οι μόνες πηγές ηλεκτρικής ενέργειας είναι πηγές σημάτων και συνεπώς, η ενέργεια των σημάτων είναι η μόνη ενέργεια που παρέχεται στα κυκλώματα αυτά για τη λειτουργία τους. Σε αντιδιαστολή, στα ηλεκτρονικά κυκλώματα χρησιμοποιούνται και πηγές τροφοδοσίας, που παρέχουν την απαιτούμενη ενέργεια για τη λειτουργία των ηλεκτρονικών στοιχείων τους, ανεξαρτήτως του αν εφαρμόζεται παράλληλα και κάποιο σήμα στην είσοδό τους ή όχι. Έτσι, η μελέτη της λειτουργίας των ηλεκτρονικών κυκλωμάτων περιλαμβάνει την εύρεση τάσεων και ρευμάτων, τόσο με όσο και χωρίς την εφαρμογή σήματος εισόδου.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Η λειτουργία και οι ιδιότητες ενός κυκλώματος καθορίζονται τόσο από το είδος των στοιχείων που το αποτελούν όσο και από τη θέση και τον τρόπο σύνδεσής τους σ΄ αυτό, δηλαδή την τοπολογία του. Επομένως, βασική προϋπόθεση για την ανάλυση ενός κυκλώματος είναι η γνώση των στοιχείων του σε συνδυασμό με τη σωστή σχηματική παράσταση και κατανόηση της τοπολογίας του.

Η αναλυτική μελέτη της λειτουργίας ενός κυκλώματος περιλαμβάνει δύο φάσεις. Κατά την πρώτη, προσδιορίζονται οι σχέσεις μεταξύ των τάσεων ή των ρευμάτων στους αντίστοιχους βρόχους ή κόμβους του κυκλώματος, ενώ κατά τη δεύτερη, χρησιμοποιώντας τις βασικές σχέσεις λειτουργίας κάθε στοιχείου του κυκλώματος, προσδιορίζονται οι σχέσεις μεταξύ αυτών των τάσεων και των ρευμάτων. Συνολικά, η διαδικασία αυτή που λέγεται και επίλυση του κυκλώματος, καταλήγει στη διατύπωση μιας ή περισσοτέρων εξισώσεων με μεταβλητές τις τάσεις ή τα ρεύματα του κυκλώματος, από τη λύση των οποίων προσδιορίζονται τα ζητούμενα άγνωστα μεγέθη. Με τον τρόπο αυτό μπορεί, τελικά, να διατυπωθεί μια αναλυτική σχέση μεταξύ των σημάτων (τάσης ή ρεύματος) εισόδου και εξόδου του κυκλώματος, δηλαδή μεταξύ διέγερσης και απόκρισης που πολλές φορές αποτελεί τον τελικό σκοπό της ανάλυσης της λειτουργίας του κυκλώματος.

Η πρώτη φάση της επίλυσης ενός κυκλώματος αποτελεί ουσιαστικά τη διαδικασία εφαρμογής ενός εκ των δύο νόμων του Kirchhoff, οι οποίοι είναι αποτέλεσμα τόσο των βασικών ιδιοτήτων των κλάδων και των κόμβων του όσο και της ίδιας της φυσικής σημασίας του ότι αυτό θεωρείται «συγκεντρωμένο». Αυτό σημαίνει ότι η αναγνώριση των κλάδων, των κόμβων και των βρόχων, αποτελεί την πρώτη από μια σειρά ενεργειών απολύτως αναγκαίων για την επίλυση του κυκλώματος, καθώς συνδέεται άμεσα με την δυνατότητα προσδιορισμού των ρευμάτων και τάσεων που εμφανίζονται σε αυτό κατά τη λειτουργία του.

Φορές ρευμάτων και τάσεων - Κόμβος αναφοράς ή «γείωση».

Παρόλο ότι τόσο η τάση όσο και η ένταση του ρεύματος είναι μονόμετρα μεγέθη, όταν αναφέρονται σ΄ ένα κύκλωμα ή σ΄ ένα στοιχείο απαιτείται εκτός από το μέτρο τους να προσδιορίζεται και η φορά τους δηλαδή το πρόσημό τους. Έτσι, σ΄ ένα στοιχείο, η φορά της τάσης στα άκρα του και η φορά του ρεύματος που το διαρρέει είναι συσχετισμένες μεταξύ τους με τέτοιο τρόπο ώστε, θεωρώντας π.χ. ως θετική τη συμβατική φορά του ρεύματος σ΄ ένα κύκλωμα, να δεχόμαστε ότι ισχύει:

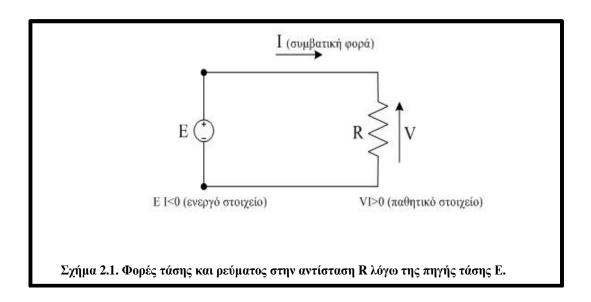
v(t) i(t)<0 για ενεργά στοιχεία (παροχή ενέργειας) και v(t) i(t)>0 για παθητικά στοιχεία (κατανάλωση ενέργειας).

Με τον συσχετισμό αυτό, ο ορισμός της φοράς του ρεύματος σ΄ έναν κλάδο ως ορθής ή θετικής έχει ως συνέπεια τον ορισμό της ορθής ή θετικής φοράς (πολικότητας) της τάσης μεταξύ των δύο κόμβων στα άκρα του κλάδου αυτού ανάλογα με το είδος του στοιχείου. Το αντίστοιχο ισχύει και για τη φορά του ρεύματος σ΄ έναν κλάδο όταν ορίζεται πρώτα η ορθή πολικότητα της τάσης στα άκρα του.

Για παράδειγμα, στο απλό κύκλωμα του σχήματος 2.1, η συμβατική φορά του ρεύματος στο κύκλωμα καθορίζεται από την πολικότητα της πηγής τάσης Ε που το προκαλεί. Θεωρώντας, τη φορά αυτή ως θετική, προσδιορίζεται αμέσως η θετική φορά της τάσης στα άκρα της αντίστοιχης R. Παράλληλα, εφόσον το πρόσημο του γινομένου τάσης ρεύματος εξαρτάται από το είδος του στοιχείου στο οποίο αναφέρεται, φαίνεται αμέσως ότι θα πρέπει να ισχύει:

-E. I+V. I=0
$$\acute{\eta}$$
 E. I=V. I

δηλαδή με άλλα λόγια η προσφερόμενη από την πηγή ισχύος θα είναι ίση προς την καταναλισκόμενη ισχύ από το υπόλοιπο κύκλωμα. Γενικότερα, όταν σ΄ ένα κύκλωμα δεν υπάρχουν πηγές συνεχούς τάσης ή ρεύματος που να υποδεικνύουν τη συμβατική (θετική) φορά του ρεύματος που προκαλούν, ή υπάρχουν πηγές μόνο εναλλασσόμενης τάσης ή ρεύματος, τότε μπορεί να ληφθεί ως ορθή ή θετική μια οποιαδήποτε φορά ρεύματος. Η φορά αυτή λέγεται φορά αναφοράς των ρευμάτων για το συγκεκριμένο κύκλωμα, οπότε οι φορές ή τα πρόσημα όλων των επί μέρους ρευμάτων και τάσεων προσδιορίζονται πλέον ως προς αυτήν.



Με την ίδια λογική μπορεί να ορισθεί και η πολικότητα ή φορά αναφοράς των τάσεων σ΄ ένα κύκλωμα, ο προσδιορισμός της οποίας συνοδεύεται τις περισσότερες φορές και με τον ορισμό ενός από τους κόμβους του κυκλώματος ως κόμβου αναφοράς για τις τάσεις. Ο κόμβος αυτός, που

ονομάζεται γείωση (ground) του κυκλώματος, θεωρείται ότι έχει δυναμικό μηδέν, και αποτελεί το σημείο αναφοράς για την τάση κάθε άλλου σημείου του ιδίου κυκλώματος.

Όταν ο κόμβος αναφοράς δεν υποδεικνύεται από το ίδιο το κύκλωμα, τότε αυτός επιλέγεται ανάμεσα σ΄ εκείνους τους κόμβους που είτε αποτελούν τα σημεία σύνδεσης των περισσοτέρων κλάδων, είτε αποτελούν σημείο σύνδεσης μεταξύ ενός εκ των δύο ακροδεκτών εισόδου και εξόδου του κυκλώματος. Με τον τρόπο αυτό, ο ορισμός της «γείωσης» σ΄ ένα κύκλωμα είτε διευκολύνει τον προσδιορισμό της τάσης στους κόμβους του είτε αποτελεί το σημείο αναφοράς για την τάση εισόδου και εξόδου του.

Επομένως, όταν δίνεται ένα κύκλωμα και ζητείται η ανάλυση της λειτουργίας του, η επόμενη ενέργεια μετά την αναγνώριση των κλάδων, των κόμβων και των βρόχων του είναι ο καθορισμός της φοράς αναφοράς για τα ρεύματα και του κόμβου αναφοράς για τις τάσεις, έτσι ώστε οι φορές ή τα πρόσημα όλων των τάσεων και των ρευμάτων του κυκλώματος να προσδιορίζονται ανάλογα.

Επίλυση κυκλωμάτων και γραφήματα.

Οι ιδιότητες των κλάδων και των κόμβων στα κυκλώματα έχουν ως συνέπεια να μπορεί κάθε κλάδος, εκτός από απλή διαδρομή ρεύματος, να θεωρείται σαν ένα αυτόνομο και απλό ηλεκτρικό στοιχείο, η συμπεριφορά του οποίου περιγράφεται πλήρως από τη σχέση μεταξύ της τάσης στα άκρα του και του ρεύματος που το διαρρέει.

Η δυνατότητα αυτή έχει ιδιαίτερη σημασία στη Θεωρία Κυκλωμάτων, καθώς ο προσδιορισμός των ρευμάτων στους κλάδους ή των τάσεων στους κόμβους ενός κυκλώματος οδηγεί σ΄ ένα σύστημα εξισώσεων ρευμάτων ή τάσεων, οι οποίες είναι ανεξάρτητες από το είδος των στοιχείων που αποτελούν το κύκλωμα και εξαρτώνται μόνον από τα τοπολογικά χαρακτηριστικά του, δηλαδή τον τρόπο σύνδεσης των κλάδων και των κόμβων του.

Συνεπώς, αν για την επίλυση ενός κυκλώματος χρειάζεται να γίνει τοπολογική παράσταση του ηλεκτρικού του διαγράμματος, δηλαδή μια παράσταση των ρευμάτων και των τάσεων που το χαρακτηρίζουν κατά τη λειτουργία του, τότε αυτό θα έχει τη μορφή ενός γραφήματος ή γράφου (graph) των κλάδων και των κόμβων του. Το γράφημα αυτό είναι ένα σύνολο προσημασμένων κλάδων και κόμβων, όπου κάθε κλάδος παριστάνεται με μια απλή γραμμή και βρίσκεται πάντοτε μεταξύ των δύο κόμβων.

Ο τρόπος συμβολισμού των ρευμάτων και των τάσεων στα γραφήματα είναι ο ίδιος με τον αντίστοιχο τρόπο συμβολισμού τους στα τυπικά ηλεκτρικά διαγράμματα. Έτσι το ρεύμα ενός κλάδου συμβολίζεται με ένα κλειστό βέλος και η φορά του ορίζεται σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν. Όταν το βέλος δείγνει προς ένα κόμβο, τότε το αντίστοιχο ρεύμα θεωρείται ότι εισέρχεται στον κόμβο, ενώ,

στην αντίθετη περίπτωση, θεωρείται ότι εξέρχεται απ΄ αυτόν. Με δεδομένη τη φορά ενός ρεύματος η τάση ή αλλιώς, η πτώση τάσης μεταξύ των δύο κόμβων στα άκρα του αντίστοιχου κλάδου συμβολίζεται με ένα ανοικτό βέλος που δείχνει προς τον κόμβο με το θετικότερο δυναμικό και γράφεται ως διαφορά των αντίστοιχων δυναμικών έτσι ώστε να δηλώνεται η πολικότητά της. Άρα, η τάση μεταξύ δύο κόμβων α και β στα άκρα ενός κλάδου γράφεται ως:

$$v_{\alpha\beta}\!=v_a$$
 - v_β

και προφανώς, ισχύει:

$$v_{\alpha\beta} = -v_{\beta\alpha} = v_{\beta\alpha} = -(v_{\beta} - v_{\alpha}).$$

Νόμοι του Kichhoff.

Με το συνδυασμό των χαρακτηριστικών των κυκλωμάτων και των ιδιοτήτων των κλάδων και κόμβων, προκύπτουν αμέσως οι δύο περίφημοι νόμοι του Kichhoff, ο νόμος των ρευμάτων και ο νόμος των τάσεων, οι οποίοι και διατυπώνονται ως εξής:

Νόμος των ρευμάτων: Το αλγεβρικό άθροισμα των στιγμιαίων τιμών έντασης όλων των ρευμάτων που εισέρχονται σ ΄ένα κόμβο ή εξέρχονται απ΄ αυτόν είναι σε κάθε χρονική στιγμή μηδέν, δηλαδή:

$$\Sigma i_{km}(t) = 0$$

όπου με $i_{km}(t)$ συμβολίζεται η στιγμιαία τιμή έντασης του ρεύματος στον κλάδο (k) που εισέρχεται ή εξέρχεται από τον κόμβο (m).

Νόμος των τάσεων: Το αλγεβρικό άθροισμα των στιγμιαίων τιμών τάσεων στα άκρα όλων των στοιχείων ενός βρόχου είναι σε κάθε χρονική στιγμή μηδέν, δηλαδή:

$$\Sigma v_{km}(t) = 0$$

όπου με $v_{km}(t)$ παριστάνεται η στιγμιαία τιμή τάσης στα άκρα του κλάδου (k) που ανήκει στο βρόχο (m).

Οι δύο αυτοί νόμοι είναι θεμελιώδους σημασίας για την επίλυση ενός κυκλώματος, καθώς με αυτούς μπορούν να προσδιοριστούν όλες οι σχέσεις ρευμάτων και τάσεων σε οποιοδήποτε κύκλωμα. Πράγματι, τόσο με το νόμο των ρευμάτων όσο και με το νόμο των τάσεων, οι αντίστοιχες εξισώσεις που γράφονται για κόμβους και βρόχους, αποτελούν ουσιαστικά τους γραμμικούς περιορισμούς βάσει των οποίων τα ρεύματα και οι τάσεις ενός κυκλώματος συσχετίζονται μεταξύ τους και, μάλιστα, ανεξάρτητα από το είδος των στοιχείων που αποτελούν το κύκλωμα αυτό. Έτσι, όπως μπορεί να ελέγξει κανείς, για δύο ή και περισσότερα κυκλώματα που έχουν ακριβώς την ίδια συνδεσμολογία στοιχείων αλλά τα στοιχεία είναι διαφορετικά για κάθε κύκλωμα, οι εξισώσεις των

ρευμάτων και των τάσεων στους αντίστοιχους κόμβους και βρόχους θα έχουν ακριβώς την ίδια μορφή, χωρίς βεβαίως, αυτό να σημαίνει ότι θα έχουν και τις ίδιες τιμές.

ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ.

Κάθε κύκλωμα χαρακτηρίζεται από τον τρόπο λειτουργίας του και ταξινομείται σε μια ή περισσότερες κατηγορίες ανάλογα με τις ιδιότητες της μαθηματικής σχέσης που περιγράφει τη λειτουργία του. Έτσι, υπάρχουν γραμμικά ή μη γραμμικά κυκλώματα, αντιστρεπτά ή μη αντιστρεπτά, αιτιατά ή μη αιτιατά, χρονικώς αναλλοίωτα, ευσταθή, με ή χωρίς μνήμη κ.λ.π.

Εξετάζοντας και ιεραρχώντας τη σημασία καθεμιάς από αυτές τις κατηγορίες κυκλωμάτων ως προς τις μεθόδους μελέτης και ανάλυσης της λειτουργίας τους, προκύπτει ότι ο σημαντικότερος ίσως χαρακτηρισμός ενός κυκλώματος αναφέρεται στο αν η λειτουργία του είναι ή όχι γραμμική.

Γραμμικά και μη γραμμικά κυκλώματα.

Ένα κύκλωμα χαρακτηρίζεται ως γραμμικό όταν κατά τη λειτουργία του ισχύει η αρχή της υπέρθεσης ή επαλληλίας και η αρχή της αναλογίας. Έτσι, εφόσον η σχέση μεταξύ των σημάτων εισόδου και εξόδου ενός κυκλώματος καθορίζεται τελικά από τις σχέσεις τάσης - ρεύματος που αναπτύσσονται μεταξύ των στοιχείων του, προκύπτει ότι ένα κύκλωμα για το οποίο δεν ορίζονται αρχικές συνθήκες, δηλαδή που είναι αιτιατό και χωρίς μνήμη και αποτελείται από γραμμικά στοιχεία, θα είναι γραμμικό.

Συνεπώς, απλά κυκλώματα που εκτός από πηγές τάσης και ρεύματος, περιλαμβάνουν ωμικές αντιστάσεις, πυκνωτές και πηνία θα είναι γραμμικά, αρκεί οι αρχικές συνθήκες για τους πυκνωτές και τα πηνία να είναι μηδενικές, δηλαδή να μην υπάρχουν αρχικά φορτισμένοι πυκνωτές και πηνία που να διαρρέονται από αρχικά ρεύματα,

Όταν σ΄ ένα κύκλωμα υπάρχουν μη γραμμικά στοιχεία, δηλαδή στοιχεία στα οποία η σχέση τάσης - ρεύματος δεν ακολουθεί τις αρχές που αναφέρθηκαν παραπάνω, τότε το κύκλωμα αυτό θα χαρακτηρίζεται ως γραμμικό ή μη γραμμικό ανάλογα με τη γραμμικότητα ή μη της μαθηματικής σχέσης εισόδου - εξόδου που περιγράφει τη λειτουργία του. Για παράδειγμα, η λειτουργία των ηλεκτρονικών κυκλωμάτων που περιλαμβάνουν διάφορα μη γραμμικά στοιχεία όπως δίοδοι και τρανζίστορ δεν εξαρτάται μόνον από την ύπαρξη ή όχι των στοιχείων αυτών αλλά και από άλλους παράγοντες όπως τα όρια διακύμανσης των τάσεων και ρευμάτων λειτουργίας τους.

Επομένως, ένα κύκλωμα που κατά τη λειτουργία του σε μια διευρυμένη περιοχή τιμών τάσηςέντασης χαρακτηρίζεται γενικώς ως μη γραμμικό μπορεί να είναι κατά τμήματα γραμμικό, αν τα μη γραμμικά στοιχεία του μπορούν να θεωρηθούν γραμμικά για ένα ή περισσότερα τμήματα της περιοχής λειτουργίας τους. Με την ίδια λογική ένα σύνθετο κύκλωμα, που αποτελείται από δύο ή παραπάνω επιμέρους μη γραμμικά κυκλώματα, μπορεί να έχει γραμμική λειτουργία αρκεί η μή γραμμικότητα του ενός «υποκυκλώματος» να αντισταθμίζει τη μή γραμμικότητα του άλλου.

Γραφική παράσταση λειτουργίας κυκλώματος - Χαρακτηριστική συνάρτηση.

Η λειτουργία ενός κυκλώματος μπορεί να παρασταθεί γραφικά, εκφράζοντας το σήμα εξόδου του ως συνάρτηση του σήματος εισόδου. Όταν η συνάρτηση αυτή ορίζεται στο πεδίο του χρόνου και ανεξάρτητα από το αν αναφέρεται σε σήματα τάσης ή ρεύματος λέγεται χαρακτηριστική συνάρτηση (τάσης ή ρεύματος) ή απλώς, χαρακτηριστική εισόδου-εξόδου, ενώ όταν ορίζεται στο πεδίο των συχνοτήτων είναι γνωστή ως συνάρτηση μεταφοράς. Για τη γραφική παράσταση των χαρακτηριστικών ενός κυκλώματος χρησιμοποιείται ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων.

Γραμμικά και μη γραμμικά στοιχεία.

Ακριβώς όπως τα κυκλώματα, έτσι και κάθε απλό ή σύνθετο ηλεκτρικό στοιχείο χαρακτηρίζεται ως γραμμικό, κατά τμήματα γραμμικό ή μη γραμμικό ανάλογα με τη μορφή της γραμμικότητας ή μή της σχέσης τάσης-ρεύματος που περιγράφει τη λειτουργία η συμπεριφορά του σ΄ ένα κύκλωμα. Έτσι, ένα στοιχείο είναι ή θεωρείται γραμμικό όταν κατά τη λειτουργία του ισχύει η αρχή της υπέρθεσης ή επαλληλίας και η αρχή της αναλογίας είτε εξ ορισμού είτε λόγω συγκεκριμένων συνθηκών ή προϋποθέσεων.

Η γραφική παράσταση της σχέσης που ισχύει κατά τη λειτουργία ενός στοιχείου ονομάζεται «χαρακτηριστική τάσης-ρεύματος» του στοιχείου και αποτελεί τον γεωμετρικό τόπο των σημείων λειτουργίας του στοιχείου, δηλαδή των σημείων εκείνων των οποίων οι συντεταγμένες τάσης-ρεύματος στο κατάλληλο σύστημα αξόνων περιγράφονται από τη συγκεκριμένη σχέση. Στην περίπτωση γραμμικών στοιχείων η χαρακτηριστική τάσης - ρεύματος θα είναι ευθεία γραμμή, ενώ αν πρόκειται για ένα γραμμικό ενεργό στοιχείο, η χαρακτηριστική αυτή θα είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα που ονομάζεται ευθεία φόρτου, τα άκρα του οποίου ορίζονται από τις μέγιστες τιμές τάσης και ρεύματος που μπορεί να παρέχει το στοιχείο αυτό.

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ.

Η λειτουργία κάθε κυκλώματος, ισοδυναμεί με μια μορφή επεξεργασίας του σήματος τάσης ή έντασης ρεύματος στην είσοδο του, που αποσκοπεί «στην εξαγωγή» της μεταφερόμενης ποσότητας πληροφορίας ή τη χρήση ενός μέρους της, και η οποία έχει ως αποτέλεσμα ένα αντίστοιχο σήμα στην έξοδό του.

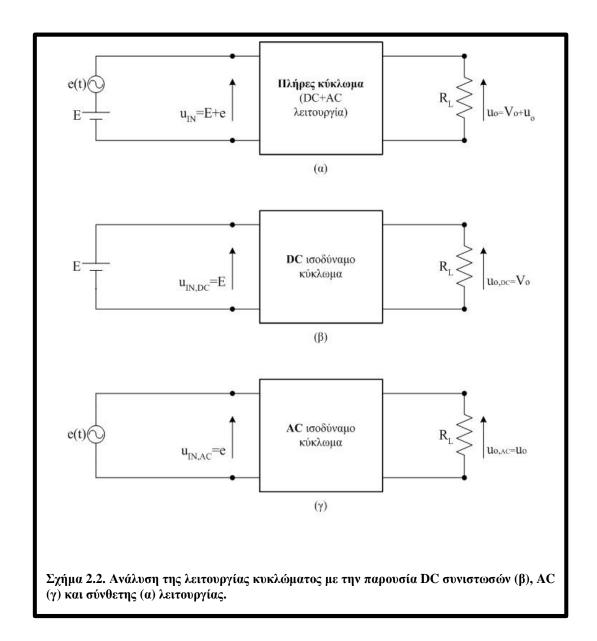
Γενικώς, τα σήματα εισόδου και εξόδου ενός κυκλώματος, καθώς και αυτά που εμφανίζονται στα διάφορα στοιχεία του κατά τη λειτουργία του, μπορεί να περιέχουν τόσο συνεχείς και σταθερές (DC) όσο και εναλλασσόμενες (AC) συνιστώσες. Επομένως, η ανάλυση της λειτουργίας κάθε κυκλώματος είναι δυνατόν να «διαχωρίζεται» στην ανάλυση της λειτουργίας του ως προς τις συνεχείς και σταθερές συνιστώσες των αντίστοιχων σημάτων και στην ανάλυση της λειτουργίας του ως προς τις εναλλασσόμενες συνιστώσες τους. Παρακάτω, εξετάζεται η μεθοδολογία ενός τέτοιου διαχωρισμού καθώς και της ανάλυσης των επί μέρους μορφών λειτουργίας, όπως επίσης και ο προσδιορισμός των λειτουργικών χαρακτηριστικών των ηλεκτρικών και ηλεκτρονικών κυκλωμάτων.

Στατική (DC) και δυναμική (AC) λειτουργία ενός κυκλώματος.

Η ανάλυση της λειτουργίας ενός κυκλώματος, έχει σκοπό την εύρεση της σχέσης του σήματος εξόδου του προς το σήμα εισόδου, δηλαδή της χαρακτηριστικής συνάρτησής του, και περιλαμβάνει μια διαδικασία επίλυσης του κυκλώματος με την οποία προσδιορίζονται οι τάσεις και τα ρεύματα στους κόμβους και τους κλάδους του. Οι τάσεις και τα ρεύματα αυτά μπορεί να έχουν σταθερές ή μεταβαλλόμενες τιμές, δηλαδή οι κυματομορφές τους μπορεί να περιέχουν συνεχείς και σταθερές (DC) ή και εναλλασσόμενες (AC) συνιστώσες, ανάλογα με το είδος των πηγών τάσης ή ρεύματος που δρουν σ΄ αυτό.

Για παράδειγμα, αν σ΄ ένα κύκλωμα που αποτελείται από απλά ηλεκτρικά στοιχεία υπάρχουν μόνο DC πηγές, οι τάσεις και τα ρεύματα στο κύκλωμα αυτό θα έχουν μόνο σταθερές τιμές (DC συνιστώσες), ενώ αν υπάρχουν και AC πηγές θα υπάρχουν αντίστοιχα και AC συνιστώσες. Συνεπώς, κάθε επιμέρους DC ή AC συνιστώσα των κυματομορφών τάσης ή ρεύματος σ΄ ένα κύκλωμα, μεταξύ των οποίων και του σήματος εξόδου του, θα είναι αποτέλεσμα της δράσης του αντίστοιχου είδους πηγών σ΄ αυτό.

Στο σχήμα 2.2 δίνεται παραστατικά η περίπτωση ενός απλού γραμμικού κυκλώματος, στην είσοδο του οποίου εφαρμόζεται ένα σήμα τάσης $V_{\rm in}(t)$ που περιέχει μια συνιστώσα σταθερής τιμής E και μια εναλλασσόμενη π.χ. ημιτονική συνιστώσα e(t). Το σήμα εξόδου του κυκλώματος αυτού στα άκρα μιας αντίστασης φορτίου R_L θα έχει αντίστοιχη μορφή με το σήμα εισόδου του, δηλαδή θα είναι ένα σήμα τάσης $v_o(t)$ που θα περιέχει μια DC συνιστώσα V_O και μια AC συνιστώσα $v_o(t)$. Επομένως, θεωρώντας τις συνιστώσες του σήματος εισόδου ανεξάρτητες μεταξύ τους, είναι φανερό ότι και οι αντίστοιχες συνιστώσες του σήματος εξόδου θα είναι ανεξάρτητες η μια από την άλλη. Με την έννοια αυτή, η ανάλυση της πλήρους λειτουργίας του κυκλώματος μπορεί να διαχωριστεί στην ανάλυση της λειτουργίας του ως προς τις DC και AC συνιστώσες του σήματος εισόδου. Στην πρώτη περίπτωση η ανάλυση ονομάζεται DC ανάλυση και αναφέρεται στην στατική ή DC λειτουργία του



κυκλώματος, ενώ στη δεύτερη λέγεται ΑC ανάλυση και αναφέρεται στην δυναμική ή ΑC λειτουργία του κυκλώματος.

Προφανώς, τόσο η DC όσο και η AC λειτουργία ενός κυκλώματος θα περιγράφεται από τη σχέση μεταξύ των αντιστοίχων συνιστωσών των σημάτων εισόδου - εξόδου. Έτσι, η χαρακτηριστική του συνάρτηση, που ορίζεται ως προς τις DC συνιστώσες των σημάτων εισόδου και εξόδου του όπως επίσης και η χαρακτηριστική συνάρτησή του που ορίζεται ως προς τις αντίστοιχες AC συνιστώσες, περιγράφουν την αντίστοιχη λειτουργία του συγκεκριμένου κυκλώματος. Γενικεύοντας τα παραπάνω συμπεραίνεται ότι η ανάλυση της λειτουργίας κάθε ηλεκτρικού ή ηλεκτρονικού κυκλώματος μπορεί να διαχωριστεί στην ανάλυση και μελέτη της αντίστοιχης DC και AC λειτουργίας του, ενώ τόσο η DC όσο και η AC λειτουργία ενός κυκλώματος προσδιορίζεται τελικά από την αντίστοιχη λειτουργία

όλων των στοιχείων του, συμπεριλαμβανομένων, προφανώς, και των συνδεδεμένων πηγών σήματος και τροφοδοσίας.

Έτσι η μορφή ενός κυκλώματος με την οποία αναλύεται είτε η DC είτε η AC λειτουργία του είναι αποτέλεσμα της διατήρησης ή της αντικατάστασης των στοιχείων που αποτελούν το συγκεκριμένο κύκλωμα, με βάση τα χαρακτηριστικά της λειτουργίας τους ως προς τις DC ή τις AC συνιστώσες των τάσεων και των ρευμάτων σ΄ αυτά. Με τον τρόπο αυτό, για κάθε κύκλωμα μπορεί να σχεδιαστεί μια ισοδύναμη μορφή του για την DC ή την AC λειτουργία του, δηλαδή μπορεί να σχεδιαστεί ένα DC ή AC ισοδύναμο κύκλωμα, η σχεδίαση δε αυτή αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση για την αντίστοιχη ανάλυση του πλήρους κυκλώματος.

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι «πρακτικοί κανόνες» αντικατάστασης των βασικών παθητικών και ενεργών στοιχείων με βάση την ισοδύναμη DC και AC λειτουργία τους για το σχεδιασμό του αντίστοιχου DC ή AC ισοδύναμου ενός κυκλώματος.

ΣΤΟΙΧΕΙΟ	DC ισοδύναμο	ΑС ισοδύναμο
		(προσεγγιστική μορφή)
Αντίσταση ή αγωγιμότητα	παραμένει όπως είναι	
Πυκνωτής	κατάργηση κλάδου	απλός κλάδος*
		(βραχυκύκλωμα)
Πηνίο	απλός κλάδος	κατάργηση κλάδου*
	(βραχυκύκλωμα)	
Πηγή συνεχούς τάσης	παραμένει όπως είναι	απλός κλάδος**
Πηγή συνεχούς ρεύματος	παραμένει όπως είναι	κατάργηση κλάδου**
Πηγή εναλλασσόμενης τάσης	απλός κλάδος**	παραμένει όπως είναι
	(βραχυκύκλωμα)	-
Πηγή εναλλασσόμενου	κατάργηση κλάδου**	παραμένει όπως είναι
Ρεύματος		

Πίνακας 1. Κανόνες ισοδυναμίας στοιχείων σε κυκλώματα.

Αντίσταση μεταξύ δύο σημείων ενός κυκλώματος - Αντίσταση εισόδου και αντίσταση εξόδου.

Σύμφωνα με το νόμο του Ohm, ο λόγος της τάσης V που εμφανίζεται μεταξύ των άκρων ενός δίπολου στοιχείου, όταν αυτό διαρρέεται από ρεύμα, προς την ένταση I του ρεύματος αυτού ορίζει την αντίσταση του συγκεκριμένου στοιχείου. Γενικεύοντας τη διαπίστωση αυτή είναι φανερό ότι ο λόγος της μεταβολής ΔV της τάσης μεταξύ δύο σημείων μιας διάταξης ή ενός κυκλώματος η οποία προκαλείται από μια μεταβολή ΔΙ του ρεύματος που ρέει μεταξύ των σημείων αυτών, προς τη μεταβολή αυτή, έχει διαστάσεις αντίστασης και, συνεπώς, ορίζει την αντίσταση που υπάρχει ή, γενικότερα, «φαίνεται» να υπάρχει μεταξύ των συγκεκριμένων σημείων.

^{*}Η ακριβής ισοδυναμία είναι το μέτρο της σύνθετης ή μιγαδικής αντίστασης ως αποτέλεσμα της μιγαδικής μορφής της ΑC λειτουργίας τους (βλ. κεφ. 6).

^{**}Για πραγματικές πηγές πρέπει να λαμβάνονται υπόψη και οι αντίστοιχες αντιστάσεις ή αγωγιμότητες εξόδου τους.

Όταν τα σημεία αυτά αποτελούν τα άκρα εισόδου ενός κυκλώματος (ή μιας διάταξης), η αντίσταση αυτή ονομάζεται αντίσταση εισόδου και συμβολίζεται ως $R_{\rm IN}$ ενώ, όταν τα σημεία αυτά είναι τα άκρα εξόδου, λέγεται αντίσταση εξόδου, $R_{\rm OUT}$, δηλαδή θα είναι:

$$R_{IN} = \Delta V_{IN} / \Delta I_{IN}$$

και $R_{OUT} = \Delta V_{OUT} / \Delta I_{OUT}$

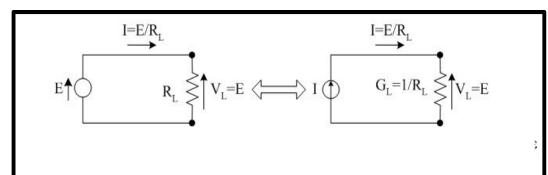
όπου, προφανώς, οι δείκτες $_{\rm IN}$ και $_{\rm OUT}$ αναφέρονται αντίστοιχα στην είσοδο και την έξοδο του κυκλώματος.

Με αντίστοιχο τρόπο και διαχωρίζοντας τις DC και AC συνιστώσες των τάσεων και των ρευμάτων σ΄ ένα κύκλωμα, όπως στην προηγούμενη παράγραφο, ορίζονται οι DC και AC τιμές της αντίστασης εισόδου και εξόδου του, οπότε θα ισχύει:

$$R_{IN.DC} = V_{IN} / I_{IN}$$
 $\kappa \alpha \iota$ $R_{IN.AC} = R_{in} = v_{in} / i_{in}$

 $R_{OUT,DC} = V_{OUT} / I_{OUT} \kappa \alpha i$ $R_{OUT,AC} = R_{out} = v_{out} / i_{out}$

Μετασχηματισμοί πηγών.



Σχήμα 2.3. Μετασχηματισμοί ιδανικών πηγών τάσης και ρεύματος συνδεδεμένων σε γνωστή αντίσταση φορτίου.

Πολλές φορές, η επίλυση του κυκλώματος που περιλαμβάνει ή είναι συνδεδεμένο σε μια ή περισσότερες πηγές τάσης ή ρεύματος θα μπορούσε να απλοποιηθεί κατά πολύ αν ήταν δυνατόν να αντικατασταθεί π. χ. μια πηγή τάσης από μια αντίστοιχη πηγή ρεύματος ή το αντίστροφο. Πράγματι, μια τέτοια ισοδύναμη αντικατάσταση μπορεί να πραγματοποιηθεί σχετικά εύκολα, κάτω όμως από συγκεκριμένες προϋποθέσεις. Έτσι, μια ιδανική πηγή τάσης E, που είναι συνδεδεμένη σε μια αντίσταση φορτίου R_L , μπορεί να αντικατασταθεί αμέσως από μια ιδανική πηγή ρεύματος, με τιμή ρεύματος που θα πρέπει να είναι $I = E/R_L$. Αντίστοιχα, μια ιδανική πηγή ρεύματος I, όταν είναι συνδεμένη σε μια αγωγιμότητα φορτίου $G_L=1/R_L$, μπορεί να αντικατασταθεί από μια ιδανική πηγή τάσης, τέτοια ώστε η τιμή της τάσης στα άκρα του φορτίου να είναι $E=I/G_L=IR_L$. Όπως φαίνεται στο

σχήμα 2.3 και οι δύο περιπτώσεις αφορούν ουσιαστικά σε μετασχηματισμό που εξαρτάται από τον συγκεκριμένο κάθε φορά συνδυασμό πηγής φορτίου και όχι σε απλή αντικατάσταση μιας πηγής.

Με παρόμοιο τρόπο αντιμετωπίζονται και οι περιπτώσεις των πραγματικών πηγών. Έτσι, μια πραγματική πηγή τάσης $v_s(t)$ με εσωτερική αντίσταση (ή αντίσταση εξόδου) R_{SE} , που είναι συνδεδεμένη στην είσοδο ενός κυκλώματος με αντίσταση εισόδου R_{IN} , θα μπορούσε να αντικατασταθεί από μια πραγματική πηγή ρεύματος $i_s(t)$ με εσωτερική αγωγιμότητα (ή αγωγιμότητα εξόδου) G_{SI} , αρκεί το ρεύμα που θα διαρρέει την R_{IN} να προκαλεί στα άκρα της μια πτώση τάσης ν I_{IN} ίση με την πτώση τάσης που υπήρχε λόγω της πηγής $v_s(t)$. Πράγματι, όπως φαίνεται στο σχήμα I_{IN} κατά τη λειτουργία της πηγής τάσης θα είναι:

$$\mathbf{v}_{\mathrm{IN}}(t) = \mathbf{R}_{\mathrm{IN}} \cdot \mathbf{v}_{\mathrm{s}}(t) / (\mathbf{R}_{\mathrm{SE}} + \mathbf{R}_{\mathrm{IN}})$$

$$\mathbf{i}_{\mathrm{IN}}(t) = \mathbf{v}_{\mathrm{s}}(t) / (\mathbf{R}_{\mathrm{SE}} + \mathbf{R}_{\mathrm{IN}})$$

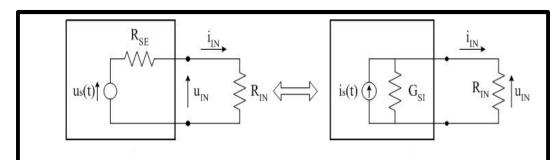
ενώ για τη λειτουργία με πηγή ρεύματος θα πρέπει:

$$\begin{split} i_{IN}(t) = & \ G_{IN} \ \ . \ i_s(t) \, / \, (G_{SI} + G_{IN}) \\ v_{IN}(t) = & \ i_s(t) \, / \, (G_{SI} + G_{IN}) \end{split}$$

όπου, προφανώς G_{IN} =1/ R_{IN} . Επομένως, για να είναι δυνατή η ισοδύναμη αντικατάσταση της πραγματικής πηγής τάσης $v_s(t)$ από την πραγματική πηγή ρεύματος $i_s(t)$, θα πρέπει, σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν, να ισχύει:

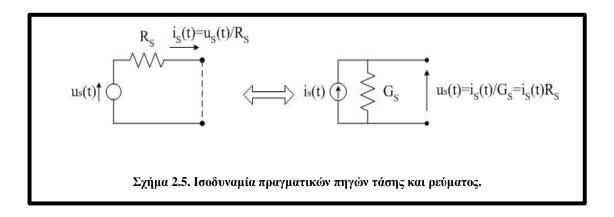
$$\frac{\mathbf{R_{IN}}}{\mathbf{R_{SE}} + \mathbf{R_{IN}}} \quad \mathbf{v_s(t)} = \frac{\mathbf{i_s(t)}}{\mathbf{G_{SI}} + \mathbf{G_{IN}}}$$

και αντιστρόφως, για την ισοδύναμη αντικατάσταση της πηγής ρεύματος από την πηγή τάσης θα πρέπει:



Σχήμα 2.4. Ισοδυναμία πραγματικών πηγών τάσης και ρεύματος συνδεδεμένων σε κύκλωμα με αντίσταση εισόδου RIN

Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει αμέσως ότι για την ισοδύναμη αντικατάσταση είτε μιας πραγματικής πηγής τάσης, που είναι συνδεδεμένη σ΄ ένα φορτίο ή κύκλωμα με μια πηγή ρεύματος είτε μιας πηγής ρεύματος με μια αντίστοιχη πηγή τάσης, θα πρέπει, κατ΄ αρχήν, να ισχύει $R_{SE} = 1/G_{SI} = R_S$. Έτσι, στην πρώτη περίπτωση, η πηγή ρεύματος θα έχει τιμή την τιμή του ρεύματος που θα διαρρέει την εσωτερική της αντίσταση όταν βραχυκυκλωθούν τα άκρα της πηγής τάσης και στη δεύτερη, η τιμή της πηγής τάσης θα είναι ίση με την τάση στα ανοικτά άκρα της πηγής ρεύματος. Δηλαδή, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.5 εφόσον $R_{SE} = 1/G_{SI} = R_S$, τότε θα πρέπει: $\mathbf{v}_s(\mathbf{t}) = R_S$. $\mathbf{i}_s(\mathbf{t})$.



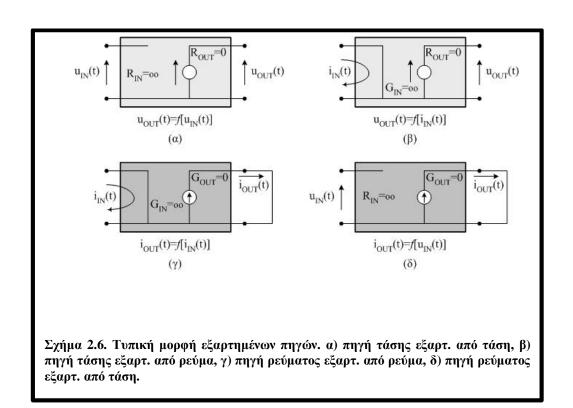
Εξαρτημένες πηγές τάσης και ρεύματος.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η λειτουργία κάθε ηλεκτρικού και ηλεκτρονικού κυκλώματος περιγράφεται μαθηματικά με μια συνάρτηση, τη λεγόμενη χαρακτηριστική συνάρτηση του κυκλώματος. Η συνάρτηση αυτή ορίζεται από τη σχέση μεταξύ του σήματος απόκρισης στην έξοδο του κυκλώματος ως προς το σήμα διέγερσης στην είσοδό του και σε κάθε περίπτωση αναφέρεται σε μια γραμμική ή μη γραμμική σχέση μεταξύ δύο σημάτων τάσης ή ρεύματος με DC ή AC συνιστώσες. Με βάση αυτά, ένας απλός τρόπος ανάλυσης και μελέτης της ισοδύναμης λειτουργίας ενός κυκλώματος είναι ο ορισμός και η χρήση μιας πρότυπης μορφής «κυκλώματος» ή «στοιχείου», η λειτουργία του οποίου θα καλύπτει τις απαιτήσεις ισοδύναμης περιγραφής κάθε είδους λειτουργίας κυκλώματος ή και στοιχείου. Πράγματι, αν αναλογιστεί κανείς ότι η απόκριση ενός κυκλώματος με ένα - απλό ή σύνθετο και με σταθερό ή μεταβαλλόμενο μέτρο- σήμα τάσης ή ρεύματος δεν είναι τίποτε άλλο παρά μια ισοδύναμη λειτουργία πηγής αντίστοιχου σήματος και ότι η διέγερσή του δεν είναι τίποτε άλλο από ένα σήμα τάσης ή ρεύματος που αναπτύσσεται στην αντίσταση ή αγωγιμότητα εισόδου του, τότε συμπεραίνεται ότι:

Η λειτουργία ενός οποιουδήποτε κυκλώματος ισοδυναμεί με τη λειτουργία μιας κατάλληλης πηγής σήματος τάσης ή ρεύματος, του οποίου τα χαρακτηριστικά εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά

του σήματος στην είσοδο του συγκεκριμένου κυκλώματος και τον τρόπο λειτουργίας του. Μια τέτοια πηγή ονομάζεται εξαρτημένη ή ελεγχόμενη πηγή, ανάλογα δε με τη μορφή της λειτουργίας για την οποία χρησιμοποιείται ως θεωρητικό ισοδύναμο μπορεί να ανήκει σε ένα από τα παρακάτω τέσσερα είδη, με την αντίστοιχη έκφραση για την χαρακτηριστική συνάρτηση της λειτουργίας τους:

- Πηγή τάσης (σήμα εξόδου) εξαρτημένη από τάση (σήμα εισόδου): $v_{OUT}(t) {=} f\left[v_{IN}(t)\right],$
- Πηγή τάσης εξαρτημένης από ρεύμα : $v_{OUT}(t) = f[i_{IN}(t)],$
- Πηγή ρεύματος εξαρτημένη από ρεύμα: $i_{OYT}(t) = f[i_{IN}(t)]$,
- Πηγή ρεύματος εξαρτημένη από τάση: $i_{OUT}(t) = f[v_{IN}(t)]$.



Οι εξαρτημένες πηγές τάσης ή ρεύματος, ως πρότυπα ή μοντέλα λειτουργίας κυκλωμάτων και στοιχείων, χαρακτηρίζονται από άπειρη αντίσταση εισόδου και μηδενική αντίσταση εξόδου ή, αντίστοιχα, από άπειρη αγωγιμότητα εισόδου και μηδενική αγωγιμότητα εξόδου. Στο σχήμα 2.6 δίνεται η τυπική μορφή κάθε εξαρτημένης πηγής.

Όπως είναι φανερό, η σχηματική παράσταση των εξαρτημένων πηγών δεν αποτελεί κύκλωμα αλλά ισοδύναμη παράσταση της (εξαρτημένης) λειτουργίας είτε δύο τμημάτων ενός απλού κυκλώματος, είτε δύο ξεχωριστών κυκλωμάτων. Έτσι, η μελέτη της λειτουργίας ενός κυκλώματος με

χρήση εξαρτημένων πηγών περιλαμβάνει την επίλυση ενός τμήματος (ή κυκλώματος) εισόδου και ενός τμήματος (ή κυκλώματος) εξόδου, ενώ η εξαρτημένη πηγή μπορεί να συμβολίζει είτε τη λειτουργία ενός σύνθετου ηλεκτρικού στοιχείου όπως π.χ. ενός τρανζίστορ, είτε την εξάρτηση της λειτουργίας δύο τμημάτων ενός σύνθετου ή πολύπλοκου κυκλώματος.

Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί ότι στις περιπτώσεις γραμμικής (ή κατά τμήματα γραμμικής) εξάρτησης μεταξύ σήματος εξόδου και εισόδου, η λειτουργία των εξαρτημένων πηγών αντιστοιχεί σε λειτουργία ενίσχυσης σημάτων τάσης ή ρεύματος. Συγκεκριμένα, ανάλογα με το είδος της θεωρούμενης εξαρτημένης πηγής, διακρίνονται οι εξής μορφές λειτουργίας:

- Ενίσχυση τάσης με συντελεστή ενίσχυσης: $A_v = v_{OUT} / v_{IN} (καθαρός αριθμός)$
- Ενίσχυση διαντίστασης με συντελεστή ενίσχυσης: $A_{rm}=v_{OUT}$ / I_{in} (σε Ω)
- Ενίσχυση ρεύματος με συντελεστή ενίσχυσης: $A_i = i_{OUT} / i_{IN}$ (καθαρός αριθμός)
- Ενίσχυση διαγωγιμότητας με συντελεστή ενίσχυσης: $A_{gm} = i_{OUT}/v_{IN}$ (σε Ω^{-1})

όπου προφανώς, κάθε ονομασία υποδεικνύει τη φυσική διάσταση του λόγου του σήματος εξόδου προς το σήμα εισόδου. Όπως θα δούμε παρακάτω, όταν ο λόγος αυτός παραμένει σταθερός, τότε η αντίστοιχη λειτουργία ονομάζεται γραμμική ενίσχυση ενώ, όταν μεταβάλλεται με κάποιον τρόπο, ονομάζεται «παραμετρική ενίσχυση».

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Όπως αναφέρθηκε, η ανάλυση ή η επίλυση ενός κυκλώματος μπορεί να διευκολυνθεί αν, αντί να εφαρμοστούν κατ΄ ευθείαν γενικές μέθοδοι επίλυσης όπως η μέθοδος των βρόχων ή των κόμβων, ληφθούν υπόψιν οι ιδιότητες ή τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της λειτουργίας του.

Έτσι, ο διαχωρισμός της λειτουργίας σε στατική (DC) και δυναμική (AC) και η χρήση των αντίστοιχων DC και AC ισοδυνάμων, η εισαγωγή της έννοιας της ισοδύναμης λειτουργίας και η χρήση των καταλλήλων κάθε φορά ισοδύναμων κυκλωμάτων ή προτύπων ισοδύναμης λειτουργίας αλλά και η απλή διερεύνηση και ο προσδιορισμός της σχέσης τάσης-ρεύματος σε δύο ανοικτά άκρα ενός κυκλώματος αποτελούν σημαντικά εργαλεία και τεχνικές που υποβοηθούν την ολοκληρωμένη ανάλυση και μελέτη της λειτουργίας ενός οποιουδήποτε σύνθετου ή απλού κυκλώματος με απλό και συστηματικό τρόπο.

Παρακάτω εξετάζονται τεχνικές που εφαρμόζονται ειδικά για την ανάλυση γραμμικών κυκλωμάτων και οι οποίες βασίζονται στις ιδιότητες και τα θεωρήματα που διέπουν τη λειτουργία τέτοιων κυκλωμάτων.

Η αρχή της επαλληλίας ή υπέρθεσης.

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν, η αρχή της επαλληλίας σε συνδυασμό με την αρχή της αναλογίας αποτελούν ιδιότητες ορισμού της λειτουργίας των γραμμικών κυκλωμάτων.

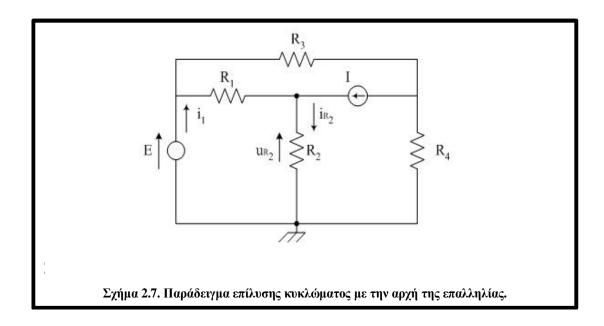
Η αρχή της επαλληλίας ή της υπέρθεσης είναι μια γενική αρχή που ισχύει σε κάθε φυσικό σύστημα, όπου «αίτιο» και «αποτέλεσμα» συνδέονται με μια σταθερή σχέση αναλογίας, και υποδεικνύει ότι το συνολικό αποτέλεσμα ενός πλήθους αιτίων θα είναι ίσο προς το άθροισμα των επιμέρους αποτελεσμάτων κάθε μεμονωμένου αιτίου.

Στα ηλεκτρικά και ηλεκτρονικά κυκλώματα, η έννοια αιτίου-αποτελέσματος είναι ταυτόσημη με το σχήμα λειτουργίας «διέγερση – απόκριση», οπότε η ισχύς της αρχής της επαλληλίας, σημαίνει ότι: «Όταν η απόκριση ενός κυκλώματος σε μια οποιαδήποτε διέγερσή του είναι ανάλογη προς τη διέγερση αυτή, τότε η συνολική απόκρισή του σ΄ ένα πλήθος διαφορετικών και ταυτόχρονων διεγέρσεων θα είναι ίση με το άθροισμα των επιμέρους αποκρίσεων που θα προκαλούσε κάθε διέγερση ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες».

Με τη διατύπωσή της αυτή, η αρχή της επαλληλίας μπορεί αμέσως να χρησιμοποιηθεί για την απλοποίηση της ανάλυσης ή της επίλυσης γραμμικών κυκλωμάτων, καθώς το σήμα απόκρισης ή εξόδου τους, όταν εφαρμόζονται περισσότερα του ενός σήματα εισόδου, θα είναι εξ ορισμού πλέον ίσο με το άθροισμα των σημάτων εξόδου που θα προκαλούσε καθένα από αυτά τα σήματα ξεχωριστά και με την προϋπόθεση ότι όλα τα υπόλοιπα θα μηδενιστούν.

Για παράδειγμα, στο κύκλωμα του σχήματος 2.7, υπάρχουν και δρουν ταυτόχρονα δύο ανεξάρτητες και ιδανικές πηγές, η πηγή της τάσης Ε και η πηγή του ρεύματος Ι. Για τον προσδιορισμό της τάσης ή της έντασης ρεύματος στην αντίσταση R_2 , ένας τρόπος είναι να εφαρμοστεί η μέθοδος των κόμβων ή των βρόχων, και να λυθεί το αντίστοιχο σύστημα εξισώσεων. Εφόσον όμως πρόκειται για κύκλωμα που αποτελείται από γραμμικά στοιχεία, δηλαδή πρόκειται για γραμμικό κύκλωμα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατ΄ ευθείαν η αρχή της επαλληλίας.

Έτσι, μηδενίζοντας πρώτα τη δράση της ιδανικής πηγής τάσης Ε, μπορεί να προσδιοριστεί η συνιστώσα της ζητούμενης τάσης ν $_{R2}$ (ή της έντασης ρεύματος i_{R2}), που οφείλεται ή προκαλείται από τη δράση της πηγής ρεύματος Ι. Στη συνέχεια, αποκαθιστώντας την πηγή τάσης και μηδενίζοντας τη δράση της ιδανικής πηγής ρεύματος Ι, προσδιορίζεται η αντίστοιχη συνιστώσα τάσης (ή ρεύματος) που προκαλείται από τη δράση της πηγής τάσης. Τέλος, η ζητούμενη τάση v_{R2} (ή ένταση ρεύματος i_{R2}) βρίσκεται προσθέτοντας τις δύο επιμέρους συνιστώσες τάσης (ή ρεύματος). Προφανώς ο μηδενισμός της δράσης καθεμιάς από τις πηγές θα έχει ως συνέπεια μια αντίστοιχη μεταβολή του κυκλώματος.



Στην πρώτη περίπτωση, η τάση στα άκρα της R_2 που οφείλεται στη δράση της πηγής ρεύματος I θα είναι ίση προς την τάση στα άκρα του παράλληλου συνδυασμού των R_1 και R_2 οπότε, αν είναι γνωστή η τιμή της R_2 θα ισχύει:

$$v_{R2(1)} = I(R_1//R_2)$$

όπου προφανώς το ρεύμα που διαρρέει την R_2 προκύπτει ότι είναι:

$$\mathbf{i}_{\mathbf{R2}(\mathbf{I})} = \frac{\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{I}}{\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2}$$

Με αντίστοιχο τρόπο βρίσκεται ότι, μηδενίζοντας τη δράση της πηγής ρεύματος I, η τάση στα άκρα της R_2 που οφείλεται στην πηγή τάσης E και οι αντίστοιχες σχέσεις αφήνονται για εξάσκηση. Έτσι, όταν στο κύκλωμα δρουν ταυτόχρονα και οι δύο πηγές, η συνολική τάση στα άκρα της αντίστασης R_2 θα είναι το άθροισμα των επιμέρους συνιστωσών της, καθεμιά από τις οποίες οφείλεται στη δράση της αντίστοιχης κάθε φορά πηγής, ενώ, το συνολικό ρεύμα που διαρρέει την R_2 θα δίνεται από τη σχέση

$$i_{R2}=v_{R2}/R_{2}$$

Συνοψίζοντας τα παραπάνω, σημειώνονται τα εξής:

- 1. Η αρχή της επαλληλίας ή της υπέρθεσης ισχύει σε κάθε τύπου γραμμικό κύκλωμα ή σύστημα και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αναλυτική περιγραφή της λειτουργίας του.
- 2. Όταν σ΄ ένα γραμμικό κύκλωμα το σήμα εισόδου που εφαρμόζεται αποτελείται από διάφορες συνιστώσες ή εφαρμόζονται περισσότερα από ένα σήματα εισόδου (διέγερσης), τότε το σήμα

- εξόδου θα είναι ένα σύνθετο σήμα που θα περιέχει ως συνιστώσες τις αποκρίσεις σε κάθε μια από τις συνιστώσες του σήματος εισόδου ή σε καθένα από τα διαφορετικά σήματα εισόδου.
- 3. Ο μηδενισμός της δράσης όλων των ανεξάρτητων πηγών τάσης ή ρεύματος εκτός από μία, ισοδυναμεί με την εφαρμογή ενός μόνον σήματος εισόδου ή ενός σήματος σε μια μόνο συνιστώσα.
- 4. Όταν πρόκειται για ανεξάρτητες και ιδανικές πηγές, ο μηδενισμός δράσης των μεν πηγών τάσης αντιστοιχεί σε βραχυκύκλωμα των άκρων τους, των δε πηγών ρεύματος σε άνοιγμα του κλάδου στον οποίο ανήκουν έτσι ώστε να μην υπάρχει ροή ρεύματος.
- 5. Όταν πρόκειται για ανεξάρτητες αλλά πραγματικές πηγές, τότε ο μηδενισμός της δράσης τους έχει ως αποτέλεσμα να διατηρούνται στη θέση τους τόσο η εσωτερική αντίσταση των πηγών τάσης όσο και η εσωτερική αγωγιμότητα των πηγών ρεύματος.
- 6. Σε καμιά περίπτωση δεν μπορεί να εφαρμοστεί μηδενισμός δράσης σε εξαρτημένη πηγή τάσης ή ρεύματος. Όταν όμως η εξάρτηση τέτοιων πηγών αναφέρεται σε κάποια ανεξάρτητη ιδανική ή πραγματική πηγή, τότε ο μηδενισμός της ανεξάρτητης πηγής επηρεάζει προφανώς και την εξαρτημένη.
- 7. Η εφαρμογή της αρχής της επαλληλίας μπορεί να γίνει και στο επίπεδο του DC ή του AC ισοδύναμου ενός γραμμικού κυκλώματος, καθώς επίσης και μόνο στο DC ή μόνο στο AC ισοδύναμο οποιουδήποτε κυκλώματος, αρκεί το ισοδύναμο αυτό να είναι ή να θεωρείται γραμμικό.
- 8. Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν, η αρχή της επαλληλίας εφαρμόζεται κανονικά και για τα κυκλώματα ή συστήματα που είναι γραμμικά κατά περίπτωση.

Σύγκριση της χρήσης της αρχής της επαλληλίας με τις γενικές μεθόδους επίλυσης κυκλωμάτων.

Η χρήση της αρχής της επαλληλίας για την εύρεση τάσεων ή ρευμάτων σε γραμμικά κυκλώματα με τον εκ περιτροπής μηδενισμό της δράσης όλων πλην μιας κάθε φορά από τις ανεξάρτητες πηγές τάσης ή ρεύματος, είναι μια απλή, αλλά διαφορετική στην ουσία της διαδικασία. Πράγματι, με την αρχή της επαλληλίας προσδιορίζονται μόνον τα ζητούμενα μεγέθη και με την προϋπόθεση βεβαίως, ότι είναι γνωστά όλα τα αναγκαία στοιχεία του κυκλώματος.

Ακριβώς γι΄ αυτόν το λόγο πολλές φορές, σε περιπτώσεις γραμμικών κυκλωμάτων που περιλαμβάνουν ανεξάρτητες ιδανικές πηγές τάσης και ρεύματος, η εφαρμογή της μεθόδου των

κόμβων ή των βρόχων ή ακόμα και η απλή εφαρμογή των νόμων του Kirchhoff μπορεί να συνδυαστεί με την αρχή της επαλληλίας. Έτσι όταν εφαρμόζεται η μέθοδος των κόμβων, μπορούμε να μηδενίσουμε τη δράση των ανεξάρτητων ιδανικών πηγών τάσης και να αποφύγουμε την εισαγωγή ως αγνώστου του ρεύματος που διαρρέει μια πηγή τάσης. Η τεχνική αυτή είναι γνωστή ως «τεχνική των υπερκόμβων», ενώ με αντίστοιχο τρόπο, δηλαδή με το μηδενισμό της δράσης των ιδανικών πηγών ρεύματος, περιγράφεται η «τεχνική των υπερβρόχων» με την οποία αποφεύγεται η εισαγωγή ως αγνώστων των τάσεων στα άκρα των πηγών αυτών.

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ THEVENIN KAI NORTON

Ο συνδυασμός της δυνατότητας προσδιορισμού της σχέσης τάσης - ρεύματος και της αντίστοιχης χαρακτηριστικής μεταξύ δύο οποιονδήποτε ανοικτών άκρων ενός κυκλώματος με την έννοια της ισοδύναμης λειτουργίας του, υποδεικνύει εμμέσως ότι «κάθε κύκλωμα, η λειτουργία του οποίου είναι γνωστή ως προς τα δύο άκρα του, π.χ. τα άκρα εξόδου του, μπορεί να αντικατασταθεί από ένα κατάλληλο απλό ισοδύναμο κύκλωμα με δύο ανοικτά άκρα και με την ίδια ακριβώς λειτουργία με το αρχικό».

Παρακάτω παρουσιάζονται δύο σημαντικά θεωρήματα, το θεώρημα του Thevenin και το θεώρημα του Norton, με τα οποία θεμελιώνεται η δυνατότητα και ορίζονται οι προϋποθέσεις για την ισοδύναμη αντικατάσταση κάθε γραμμικού κυκλώματος ως προς τα δύο ανοικτά άκρα του με ένα απλό κύκλωμα κατάλληλης μορφής. Όπως θα φανεί παρακάτω, αν και τα θεωρήματα αυτά διατυπώνονται αποκλειστικά για γραμμικά και ωμικά κυκλώματα, η ισχύς τους καλύπτει κάθε είδους γραμμικά κυκλώματα, ενώ η σημασία τους επεκτείνεται και σε περιπτώσεις ανάλυσης κυκλωμάτων που περιλαμβάνουν μη γραμμικά στοιχεία, καθώς και σε περιπτώσεις ανάλυσης τμημάτων μη γραμμικών κυκλωμάτων.

Το θεώρημα του Thevenin.

Το θεώρημα του Thevenin διατυπώνεται ως εξής: Κάθε γραμμικό ωμικό κύκλωμα με δύο ανοικτά άκρα μπορεί να αντικατασταθεί, ως προς τη λειτουργία που ορίζεται γι΄ αυτά τα άκρα, από ένα ισοδύναμο κύκλωμα, που ονομάζεται ισοδύναμο Thevenin και περιλαμβάνει μια ανεξάρτητη ιδανική πηγή τάσης, U_{Th} συνδεδεμένη σε σειρά με μια ωμική αντίσταση, R_{Th} .

Η πηγή αυτή ονομάζεται πηγή Thevenin και η τιμή της τάσης της είναι ίση προς την τιμή της τάσης που επικρατεί μεταξύ των ανοικτών άκρων του κυκλώματος, ενώ η τιμή της αντίστασης, που

ονομάζεται αντίσταση Thevenin, είναι ίση προς την τιμή της αντίστασης που «φαίνεται» μεταξύ των ανοικτών άκρων όταν έχει μηδενιστεί η δράση όλων των ανεξάρτητων πηγών τάσης και ρεύματος του κυκλώματος.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στην έννοια της ισοδύναμης αντικατάστασης ως προς τη λειτουργία του κυκλώματος, όπως αυτή ορίζεται για τα ανοικτά άκρα του. Πράγματι, το θεώρημα Thevenin αναφέρεται αποκλειστικά στην «εξωτερική» ή λειτουργική αντικατάσταση ενός γραμμικού κυκλώματος από το αντίστοιχο ισοδύναμο και σε καμία περίπτωση στην «εσωτερική» ισοδυναμία του αρχικού γραμμικού κυκλώματος με το ισοδύναμο αυτό. Αυτό μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί αν εξεταστεί η ισχύς που καταναλώνεται κατά τη λειτουργία ενός κυκλώματος και του αντίστοιχου ισοδύναμου Thevenin.

Το θεώρημα του Norton.

Το θεώρημα Norton είναι το δυϊκό ισοδύναμο του θεωρήματος Thevenin και διατυπώνεται ως εξής: Κάθε γραμμικό ωμικό κύκλωμα με δύο ανοικτά άκρα, μπορεί να αντικατασταθεί, ως προς τη λειτουργία που ορίζεται γι αυτά τα άκρα από ένα ισοδύναμο κύκλωμα, που ονομάζεται ισοδύναμα Norton και περιλαμβάνει μια ανεξάρτητη ιδανική πηγή ρεύματος, i_N συνδεδεμένη παράλληλα με μια αγωγιμότητα G_N .

Η πηγή αυτή ονομάζεται πηγή Norton και η τιμή της έντασής της θα είναι ίση προς την τιμή της έντασης ρεύματος που διαρρέει τα άκρα του κυκλώματος όταν αυτά βραχυκυκλωθούν, ενώ η τιμή της αγωγιμότητας που ονομάζεται αγωγιμότητα Norton, είναι ίση προς την τιμή αγωγιμότητας που «φαίνεται» μεταξύ των ανοικτών άκρων όταν έχει μηδενιστεί η δράση όλων των ανεξάρτητων πηγών τάσης και ρεύματος του κυκλώματος.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει και πάλι να επισημανθεί ότι, όπως στο θεώρημα Thevenin, έτσι και στο θεώρημα Norton η έννοια της ισοδύναμης αντικατάστασης ενός γραμμικού κυκλώματος ως προς τη λειτουργία του όπως ορίζεται για τα ανοικτά άκρα του, αναφέρεται αποκλειστικά στην «εξωτερική» η λειτουργική ισοδυναμία με το αντίστοιχο ισοδύναμο και σε καμία περίπτωση στην «εσωτερική» ισοδυναμία του αρχικού γραμμικού κυκλώματος με το ισοδύναμο αυτό.

ΕΥΘΕΙΑ ΦΟΡΤΟΥ ΚΑΙ ΣΗΜΕΙΟ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ

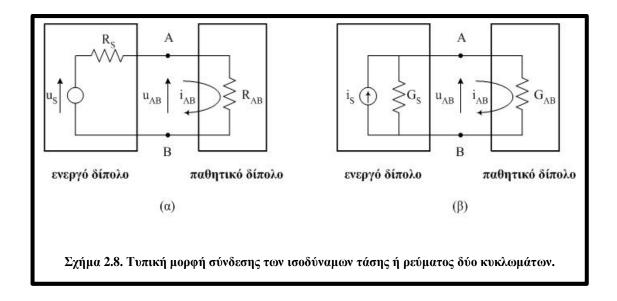
Κάθε κύκλωμα μπορεί να θεωρηθεί ως προς δύο ανοικτά άκρα του σαν ένα απλό διπολικό στοιχείο, ανάλογα δε με τη χρήση των άκρων, το δίπολο αυτό θα θεωρείται ως παθητικό ή ως

ενεργό. Πράγματι στην περίπτωση ενός κυκλώματος στην είσοδο του οποίου υπάρχει συνδεδεμένη μια πραγματική πηγή τάσης ή ρεύματος, μεταξύ των άκρων εισόδου του κυκλώματος ορίζεται κατά τα γνωστά, η αντίσταση ή αγωγιμότητα εισόδου του. Χρησιμοποιώντας τα όσα αναφέρθηκαν για την ισοδύναμη λειτουργία και την αντικατάσταση των κυκλωμάτων, είναι φανερό ότι σε ό,τι αφορά τη λειτουργία της αντίστοιχης πηγής, η αντίσταση ή η αγωγιμότητα εισόδου του κυκλώματος αποτελεί το παθητικό δίπολο στοιχείο που, ως ισοδύναμο του κυκλώματος, καθορίζει και την ακριβή τιμή της τάσης και του ρεύματος εισόδου στο κύκλωμα, δηλαδή τις συγκεκριμένες για την περίπτωση αυτή συνθήκες λειτουργίας της συνδεδεμένης πηγής.

Αντίστοιχα, όταν στην έξοδο ενός π. χ. γραμμικού κυκλώματος υπάρχει συνδεδεμένο ένα φορτίο, η εφαρμογή του θεωρήματος Thevenin ή Norton οδηγεί στην ισοδύναμη αντικατάσταση του κυκλώματος από μια (πραγματική) πηγή τάσης ή ρεύματος (με την αντίστοιχη αντίσταση ή αγωγιμότητα εξόδου της), στην έξοδο της οποίας είναι συνδεμένο το φορτίο. Δηλαδή, το αρχικό κύκλωμα έχει αντικατασταθεί από ένα ενεργό δίπολο, τα χαρακτηριστικά λειτουργίας του οποίου καθορίζονται τόσο από τα χαρακτηριστικά του αρχικού κυκλώματος όσο και από το συγκεκριμένο φορτίο. Στο σχήμα 2.8 δίνεται παραστατικά η μορφή των δύο αυτών περιπτώσεων που, όπως μπορεί εύκολα να αναγνωριστεί, αποτελούν την απεικόνιση μιας τυπικής περίπτωσης σύνδεσης μιας πραγματικής πηγής τάσης ή ρεύματος (ή ενός ισοδύναμου κατά Thevenin ή Norton) σ΄ένα φορτίο (ή στην είσοδο ενός κυκλώματος).

Συγκεκριμένα, γράφοντας τις εξισώσεις τάσεων και ρευμάτων για τα κυκλώματα του σχήματος 2.8(α) και (β) θα είναι αντίστοιγα:

$$\mathbf{v}_{\mathbf{A}\mathbf{B}} = \mathbf{v}_{\mathbf{s}} - \mathbf{R}_{\mathbf{s}} \, \mathbf{i}_{\mathbf{A}\mathbf{B}}$$



ή αλλιώς

$$\mathbf{i_{AB}} = \mathbf{-} \ \mathbf{v_{AB}} + \mathbf{v_s}$$
 $\mathbf{R_S}$ Kal $\mathbf{i_{AB}} = \mathbf{i_s} - \mathbf{G_s} \mathbf{v_{AB}}$

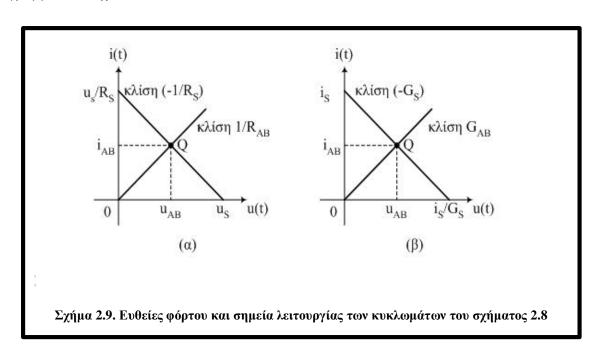
Οι δύο αυτές εξισώσεις είναι τυπικά ίδιες και η γραφική τους παράσταση σ΄ένα σύστημα αξόνων τάσης - ρεύματος θα είναι ευθεία γραμμή που διέρχεται από δύο σημεία με συντεταγμένες, η πρώτη $[v_{AB}=0, i_{AB}=v_s/R_S]$, $[v_{AB}=v_s, i_{AB}=0]$ και η δεύτερη $[i_{AB}=i_s, v_{AB}=0]$ και $[i_{AB}=0, v_{AB}=i_s/G_S]$.

Οι ευθείες αυτές είναι ευθείες φόρτου που ορίζονται στα άκρα των αντίστοιχων ενεργών δίπολων ή ισοδύναμων κυκλωμάτων και αποτελούν τον γεωμετρικό τόπο των σημείων με συντεταγμένες τα επιτρεπτά ζεύγη των στιγμιαίων τιμών ρεύματος και τάσης σ' αυτά τα άκρα.

Στο σχήμα 2.9 δίνονται οι δύο ευθείες φόρτου που αντιστοιχούν στις παραπάνω εξισώσεις για το i_{AB} . Λαμβάνοντας υπόψη την χαρακτηριστική τάσης -ρεύματος του παθητικού δίπολου - φορτίου R_{AB} ή G_{AB} - τότε, αν η ευθεία φόρτου και η χαρακτηριστική του αντίστοιχου στοιχείου τέμνονται, το σημείο τομής Q θα έχει συντεταγμένες το κοινό ζεύγος τιμών τάσης - ρεύματος μεταξύ των άκρων του κυκλώματος και των άκρων του φορτίου. Το σημείο Q λέγεται σημείο λειτουργίας ή σημείο ηρεμίας του κυκλώματος ή του φορτίου.

Ευθεία φόρτου και σημείο λειτουργίας γραμμικού κυκλώματος συνδεδεμένου με μη γραμμικό φορτίο.

Τα όσα αναφέρθηκαν παραπάνω αποτελούν την τυπική περίπτωση χάραξης της ευθείας φόρτου και προσδιορισμού του σημείου λειτουργίας ενός γραμμικού κυκλώματος με φορτίο ένα γραμμικό στοιχείο



Με αντίστοιχο τρόπο αντιμετωπίζεται και η περίπτωση γραμμικού κυκλώματος και μη γραμμικού φορτίου. Για παράδειγμα, στο σχήμα $2.10(\alpha)$ θεωρούμε το ισοδύναμο, κατά Thevenin, ενός γραμμικού κυκλώματος, στην έξοδο του οποίου συνδέεται ένα μη γραμμικό ωμικό στοιχείο Σ με χαρακτηριστική $i_{\Sigma}(t)=f[v_{\Sigma}(t)]$, όπως φαίνεται στο σχήμα $2.10(\beta)$. Η ευθεία φόρτου του κυκλώματος προκύπτει αμέσως από την εξίσωση τάσεων στο βρόχο που σχηματίζεται και η οποία είναι:

$$v_{\Sigma}=v_{s}$$
 - $i_{\Sigma}R_{S}$

ενώ το σημείο τομής της ευθείας και της χαρακτηριστικής του στοιχείου Σ είναι κατά τα γνωστά πλέον το σημείο της λειτουργίας Q. Υποθέτοντας ότι η τάση v_s έχει σταθερή (DC) τιμή V_s , τότε και οι συντεταγμένες του σημείου λειτουργίας Q θα έχουν σταθερές τιμές $[I_{\Sigma Q}, V_{\Sigma Q}]$, οπότε η παραπάνω σχέση θα γράφεται ως εξής:

$$V_{\Sigma O} = V_S - I_{\Sigma O} R_S$$

που αποτελεί την εξίσωση λειτουργίας του συγκεκριμένου ισοδύναμου κυκλώματος για $v_s(t) = V_s$ και με φορτίο το συνδεδεμένο στα άκρα του συγκεκριμένο στοιχείο Σ .

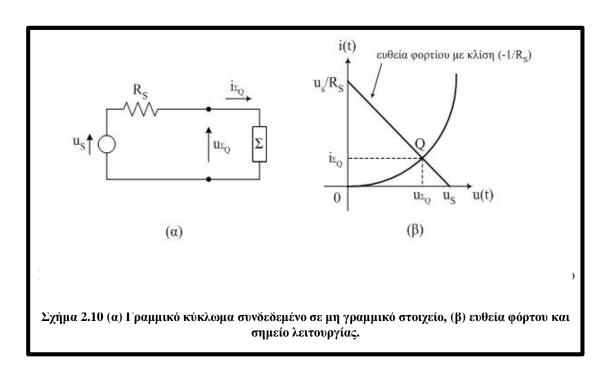
Ο λόγος της τάσης λειτουργίας $v_{\Sigma Q}$ προς το ρεύμα λειτουργίας $i_{\Sigma Q}$ προσδιορίζει την στιγμιαία τιμή της ωμικής αντίστασης που εμφανίζει το στοιχείο Σ ως φορτίο στις συγκεκριμένες συνθήκες λειτουργίας. Η στιγμιαία αυτή τιμή αντίστασης λέγεται στατική αντίσταση ή DC αντίσταση του στοιχείου, ισχύει δηλαδή ότι:

$$R_{\Sigma Q} \!=\! V_{\Sigma Q} / I_{\Sigma Q}$$

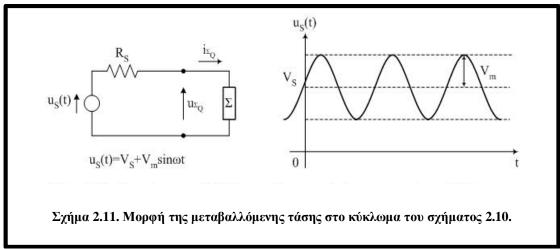
Αν τώρα θεωρήσουμε ότι η τάση v_s μεταβάλλεται με κάποιον τρόπο γύρω από την σταθερή της V_s , περιέχει δηλαδή όπως φαίνεται στο σχήμα 2.11 και μια μικρή AC συνιστώσα π.χ. ημιτονικής μορφής v_s = V_m sinωt με πλάτος V_m < V_s ,τότε έχουμε:

$$(V_{\Sigma Q} + V_{m\Sigma Q} sin\omega t) = (V_S + V_m sin\omega t) - (I_{\Sigma Q} + I_{m\Sigma Q} sin\omega t) R_S$$

όπου $V_{m\Sigma Q} sin\omega t = v_{\Sigma q}$ και $I_{m\Sigma Q} sin\omega t = i_{\Sigma q}$ είναι αντίστοιχες ημιτονικές (AC) συνιστώσες τάσης και ρεύματος στο στοιχείο Σ γύρω από τις σταθερές $V_{\Sigma Q}$ και $I_{\Sigma Q}$, τις συντεταγμένες του σημείου λειτουργίας Q.



Οι ακραίες τιμές τάσης και ρεύματος αντιστοιχούν σε δύο ακραίες θέσεις της ευθείας φόρτου, παράλληλες προς την αρχική ενώ, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.12, η ημιτονική μεταβολή της τάσης ν $_{\rm s}$ και κατ΄ επέκταση του ρεύματος $_{\rm i}$ θα έχει ως αποτέλεσμα την «παλινδρομική» κίνηση της ευθείας φόρτου μεταξύ των δύο ακραίων θέσεών της. Με τον ίδιο τρόπο «μετακινείται» και το σημείο λειτουργίας $_{\rm c}$ καθώς για κάθε στιγμιαία θέση της ευθείας φόρτου - μεταξύ των ακραίων θέσεών της- υπάρχει και διαφορετικό σημείο τομής της με τη χαρακτηριστική του φορτίου.



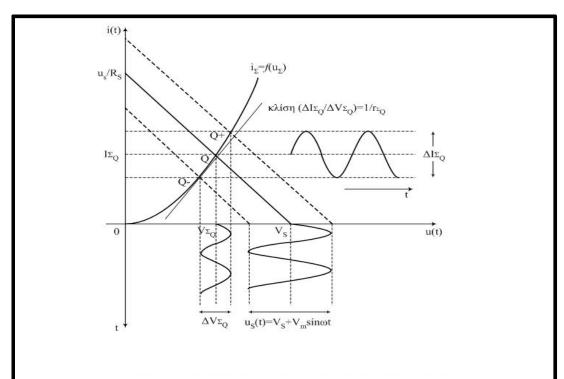
Επομένως, οι ημιτονικές συνιστώσες τάσης και ρεύματος στο κύκλωμα έχουν ως αποτέλεσμα την αντίστοιχη μετακίνηση του σημείου Q μεταξύ των ακραίων θέσεων Q_+ και Q_- με συντεταγμένες $[V_{\Sigma Q} + V_{m\Sigma Q}, I_{\Sigma Q} + I_{m\Sigma Q}],$ τότε, σε κάθε στιγμιαία θέση του μετακινούμενου σημείου λειτουργίας θα ορίζεται και μια αντίστοιχη στιγμιαία τιμή

στατικής αντίστασης για το στοιχείο Σ. Έτσι, εφόσον το στοιχείο Σ είναι μη γραμμικό, κάθε τέτοια τιμή στατικής αντίστασης θα διαφέρει από τις άλλες και συνεπώς, θεωρώντας μόνον την ΑC λειτουργία του κυκλώματος, το στοιχείο Σ θα «συμμετέχει» σ΄αυτήν μόνον με τις μεταβολές της στατικής του αντίστασης. Η μεταβολή της DC αντίστασης του στοιχείου αποτελεί μια AC συνιστώσα αντίστασης, που ονομάζεται δυναμική ή AC αντίσταση του στοιχείου.

Πράγματι, θεωρώντας τις μεταβαλλόμενες συντεταγμένες του σημείου λειτουργίας Q κατά την παλινδρομική του κίνηση πάνω στην χαρακτηριστική του στοιχείου και μεταξύ δύο ακραίων θέσεών του, φαίνεται αμέσως ότι ο λόγος:

$\Delta V_{\Sigma Q}/\Delta I_{\Sigma Q}$,

που έχει διαστάσεις αντίστασης, μεταβάλλεται με αντίστοιχο τρόπο. Έτσι, ως δυναμική ή AC αντίσταση $\mathbf{r}_{\Sigma Q}$ του μη γραμμικού στοιχείου στο σημείο λειτουργίας \mathbf{Q} ορίζεται η οριακή τιμή αυτού του λόγου, όταν $\mathbf{\Delta I}_{\Sigma Q} \Rightarrow \mathbf{0}$, δηλαδή:



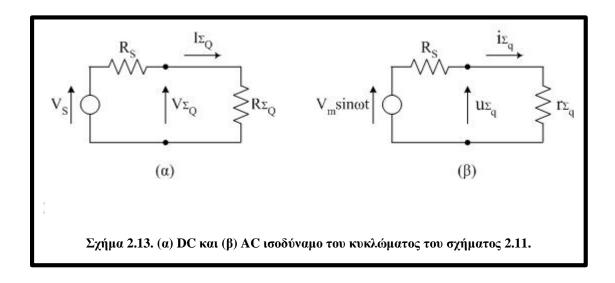
Σχήμα 2.12 Μετακίνηση της ευθείας φόρτου και του σημείου λειτουργίας του κυκλώματος του σχήματος 2.11 και δυναμική αντίσταση του στοιχείου Σ στο σημείο Q.

$$\mathbf{r}_{\Sigma Q} = \mathbf{Iim} \qquad \frac{\Delta V_{\Sigma Q}}{\Delta I_{\Sigma Q}} = \frac{\mathbf{d}V_{\Sigma Q}}{\mathbf{d}I_{\Sigma Q}}$$

ή όταν
$$V_m << V_S$$
: $r_{\Sigma Q} = \underbrace{v_{\Sigma Q}}_{i_{\Sigma Q}}$

Ταυτόχρονα το αντίστροφο της $r_{\Sigma Q}$ δηλαδή η δυναμική αγωγιμότητα του στοιχείου Σ στο σημείο Q ή αλλιώς, η παράγωγος της χαρακτηριστικής του στοιχείου $r_{\Sigma}(t)=f[v_{\Sigma}(t)]$ στο σημείο λειτουργίας Q θα είναι η κλίση της εφαπτόμενης στο σημείο αυτό. Συνοψίζοντας, στο σχήμα 2.12 φαίνεται:

- 1. Κατ΄ αρχήν η ευθεία φόρτου και το σημείο λειτουργίας Q του κυκλώματος του σχήματος 2.11 όταν $v_s(t) = V_s$. Οι συντεταγμένες του σημείο Q ορίζουν τη στατική ή DC αντίσταση του στοιχείου Σ , ενώ το αντίστοιχο DC ισοδύναμο του κυκλώματος θα έχει τη μορφή του σχήματος 2.13 (α).
- 2. Στη συνέχεια όταν $v_s(t) = V_S + V_m sinωt$, τότε η ευθεία φόρτου όσο και το σημείο Q «μετακινούνται» με το συγκεκριμένο ημιτονικό ρυθμό μεταξύ δύο ακραίων θέσεων.
- 3. Ο λόγος των συντεταγμένων του «μετακινούμενου» σημείου Q ορίζει για κάθε (στιγμιαία) θέση του μια αντίστοιχη τιμή (στιγμιαίας) αντίστασης και συνολικά, μια κατά προσέγγιση ημιτονική μεταβολή της στατικής αντίστασης του στοιχείου Σ. Με τον ίδιο τρόπο, τόσο η τάση ΔV_{ΣQ} στα άκρα του στοιχείο όσο και το ρεύμα ΔI_{ΣQ} που το διαρρέει θα έχουν κατά προσέγγιση ημιτονική μορφή με πλάτος, αντίστοιχα V_{mΣQ} και I_{mΣQ}.
- 4. Η προσέγγιση αυτή εκφράζεται με τη σχέση που ορίζει τη δυναμική η ΑC αντίσταση r_{ΣQ} του στοιχείου για το συγκεκριμένο σημείο Q της DC λειτουργίας του και αντιστοιχεί στην προβολή των μεταβαλλόμενων τιμών τάσης-ρεύματος του κυκλώματος στην εφαπτομένη της χαρακτηριστικής του στοιχείου στο σημείο Q. Έτσι στο AC ισοδύναμο του κυκλώματος που δίνεται στο σχήμα 2.13 (β), το στοιχείο Σ εμφανίζεται ως μια αντίσταση με τιμή r_{ΣQ}.

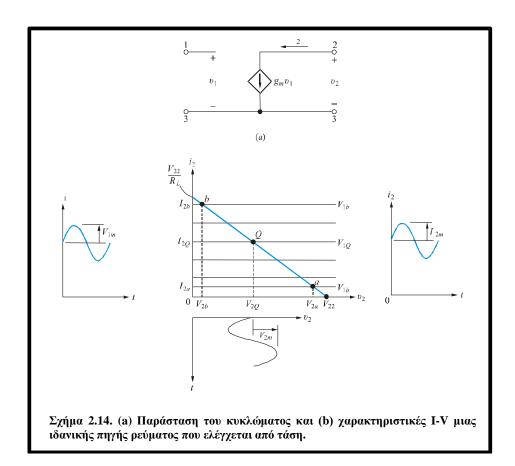


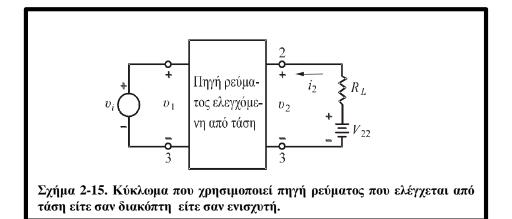
Η ΙΔΑΝΙΚΗ ΠΗΓΗ ΡΕΥΜΑΤΟΣ ΠΟΥ ΕΛΕΓΧΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΑΣΗ

Η ιδανική πηγή ρεύματος που ελέγχεται από τάση (σχήμα 2.14α) , είναι ένα στοιχείο με τρεις ακροδέκτες όπου η τάση ελέγχου v_i εφαρμόζεται στους ακροδέκτες 1-3 και η πηγή ρεύματος g_m v_i

ενεργεί στους ακροδέκτες 2-3. Η παράμετρος g_m που ονομάζεται διαγωγιμότητα ή αμοιβαία αγωγιμότητα (transconductance), συσχετίζει την ισχύ της πηγής με την τάση ελέγχου. Στο σχήμα 2.14b φαίνονται οι χαρακτηριστικές εξόδου της πηγής ρεύματος που ελέγχεται από την τάση, όπου σχεδιάζεται μια γραμμή φορτίου που αντιστοιχεί στην R_L και στην V_{22} . Η γραμμή φορτίου παριστάνει την εξίσωση του 2ου Κανόνα του Kirchhoff για τον βρόχο εξόδου (που περιέχει τους ακροδέκτες 2-3) στο κύκλωμα του $\Sigma \chi$. 2.15. Στο σημείο α της γραμμής φορτίου, που αντιστοιχεί σε $v_1 = V_{1\alpha}$, η τάση v_2 είναι «μεγάλη» ενώ το ρεύμα i_2 είναι «μικρό». Οι τιμές αυτές προσεγγίζουν την συμπεριφορά ανοικτού διακόπτη. Παρόμοια, η λειτουργία του κυκλώματος στο σημείο b της γραμμής φορτίου, για το οποίο $v_1 = V_{1b}$, δείχνει να περνά μέσα από την συσκευή «μεγάλο» ρεύμα με «μικρή» πτώση τάσης κατά μήκος της. Η περίπτωση αυτή προσεγγίζεται με την λειτουργία κλειστού διακόπτη. Κατά συνέπεια, μια τάση σήματος $v_i = v_1$ που εφαρμόζεται μεταξύ των ακροδεκτών 1 και 3 μπορεί να ελέγχει την κατάσταση του διακόπτη στους ακροδέκτες 2-3. Δηλαδή, αν η v_i μεταβληθεί από $V_{1\alpha}$ σε V_{1b} , αυτό που θα παρατηρηθεί μεταξύ των ακροδεκτών 2 και 3 θα είναι το κλείσιμο του διακόπτη που αρχικά ήταν ανοικτός. Αντίστοιχα, μια μεταβολή της v_i από V_{1b} σε V_{1a} προκαλεί το άνοιγμα του διακόπτη.

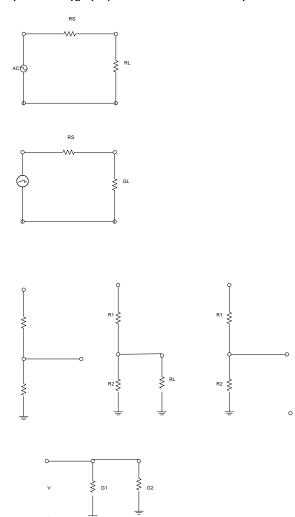
Στο σχήμα 2.14β φαίνεται ακόμη η συμπεριφορά του κυκλώματος του σχήματος 2.15 όταν v_i = $V_{1Q}+V_{1m}$ sinωt. Αυτό φαίνεται από την ημιτονοειδή μεταβολή της v_1 γύρω από το σημείο της ηρεμίας V_{1Q} . Η αντίστοιχη τάση εξόδου v_2 είναι και αυτή ημιτονοειδής με μέγιστο πλάτος V_{2m} που έχει υπερτεθεί πάνω στην στάθμη ηρεμίας V_{2Q} . Αντίστοιχα, το i_2 αποτελείται από την υπέρθεση της συνεχούς συνιστώσας I_{2Q} και της ημιτονοειδούς συνιστώσας με μέγιστο πλάτος I_{2m} . Συχνότερα, το πλάτος της ημιτονοειδούς συνιστώσας της τάσης εξόδου V_{2m} είναι μεγαλύτερο από το V_{1m} , δηλαδή το πλάτος της ημιτονοειδούς συνιστώσας εισόδου και έτσι πετυχαίνεται η απολαβή τάσης (ενίσχυση).





Σύνοψη και σχέσεις στοιχείων Βασικής Ηλεκτροτεχνίας

Παρακάτω συνοψίζονται όσα αναφέρθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους με χρήση σχέσεων και διαγραμμάτων κυκλωμάτων. Οι αντικαταστάσεις βοηθούν στην κατανόηση πολύπλοκων κυκλωμάτων και πρέπει να χρησιμοποιούνται κατάλληλα.



1. Πηγές τάσης και έντασης.

$$V_{L} = \frac{e_{s}}{\frac{R_{s}}{R_{L}} + 1} \qquad i_{L} = \frac{i_{s}}{\frac{G_{s}}{G_{L}} + 1}$$

2. Διαιρέτες τάσης και ρεύματος

$$V_2 = R_2 \frac{V_1}{R_1 + R_2}$$
 $V_2 = R_2 // R_L \frac{V_1}{R_2 // R_L + R_1}$ $V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} (V_1 - R_1 I_L)$

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Τμήμα Πληροφορικής

$$I_2 = I_1 \frac{G_2}{G_1 + G_2}$$

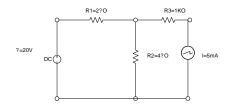
3. Αντίσταση μεταξύ δύο σημείων μιας διάταξης.

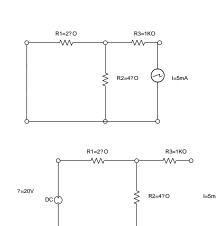
$$R = \frac{\Delta V}{\Delta I}$$

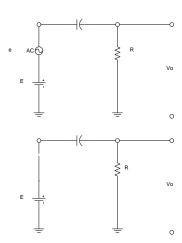
1. Μέση και ενεργός τιμή σήματος.

$$V_{m} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} V_{(t)} \cdot dt$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} V^{2}_{(t)} \cdot dt}$$







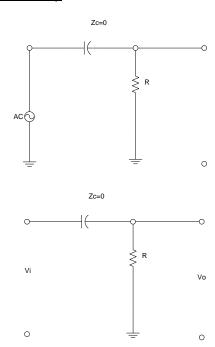
5. Η αρχή της Επαλληλίας.

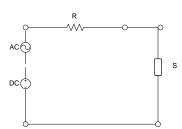
Μηδενίζουμε το αποτέλεσμα της άλλης πηγής.

$$V_{I} = I_{2}R_{2} = I\frac{G_{2}}{G_{1} + G_{2}} \cdot R_{2}$$
$$V_{E} = E \cdot \frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2}}$$

$$\boldsymbol{V_{R}}_2 = \boldsymbol{V_I} + \boldsymbol{V_E}$$

6. Αποκοπή DC τάσης με πυκνωτή.





7. Ευθεία φόρτου και δυναμική αντίσταση στοιχείου.

$$E = I \cdot R + V \Rightarrow I = \frac{E - V}{R} \Rightarrow I = -\frac{1}{R} \cdot V + \frac{E}{R}$$

$$\alpha. \ V=0 \Rightarrow I = \frac{E}{R}$$

$$\beta$$
. I=0 \Rightarrow V=E

Σε σειρά με την E τοποθετούμε μια πηγή ημιτονικής τάσης $\,e=E_m\cdot sin\,\omega t$, $E_m\!\!<\!\!E$

Στατική αντίσταση :
$$R_A = \frac{V_A}{I_A}$$

$$\Delta \text{υναμική αντίσταση}: \ r_{\delta} = \lim_{\Delta I \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta I} = \frac{dV}{dI} = \frac{1}{\left(\frac{dI}{dV}\right)}$$

Επίσης :
$$r_{\delta} = \frac{V}{I}$$