электронный научно-технический журнал
ИНЖЕНЕРНЫЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51036. ISSN 2307-0595

Моделирование управления квадрокоптером

08, август 2014

Гурьянов А. Е.

УДК: 519.711.2

Россия, МГТУ им. Баумана
andregur2009@yandex.ru

Введение

Квадрокоптер – летательный аппарат с четырьмя несущими винтами, у которого два противоположных винта вращаются в одном направлении, и два других- в обратном, при этом маневры осуществляются путем изменения скорости вращения винтов. Такие аппараты применяются для исследований во многих областях: проведение фото- и видеосъемки и поисковых операций, доставка небольших по размеру и весу грузов, инспектирование конструкций, а также в военных целях.

В связи с этим существует потребность в математической модели, которая смогла бы описать управление летательным аппаратом. Сложность заключается в том, что квадрокоптер имеет шесть степеней свободы, в то время как мы можем управлять всего четырьмя параметрами: скоростями вращения винтов.

Следующей важной задачей является построение стабилизирующего алгоритма. Управляемый четырьмя разнесенными винтами, квадрокоптер представляет собой нестабильную динамическую систему, которая в силу нелинейности математической модели должна быть стабилизирована сложными управляющими алгоритмами. Задачи управления пространственным движением беспилотных аппаратов рассматриваются, например, на основе модели движения центра масс, записанных в траекторной системе координат [1]. Однако, в случае с четырехвинтовым аппаратом удобнее использовать модель движения, учитывающую движение вокруг центра масс [2]. В научных публикациях имеются различные подходы к решению данной проблемы, включающие, например, использование ПИД-регуляторов [3], [4], управление с прогнозирующими моделями [5], применяющие скользящий режим [6], [3], backstepping-управление [7], [3]. В этой работе предложен метод, позволяющий при помощи линеаризации уравнений математической модели обратной связью перемещать аппарат в заданную в пространстве точку и поворачиваться на заданный угол вокруг вертикальной оси при минимальных дополнительных допущениях. Алгоритм должен быть достаточно прост для реализации и вычислений в реальном времени на оборудовании, находящемся на борту квадрокоптера.

В работе описан вывод математической модели квадрокоптера и на ее основе построен механизм стабилизации аппарата в заданной точке. Полученные результаты смоделированы в системе MATLAB и приведен пример последовательного передвижения аппарата в пространстве. Одна из перспективных задач, над которыми в данный момент идет работа – применение данного стабилизирующего механизма для управления реальным беспилотным аппаратом – Parrot AR.Drone 1.0.

1. Математическая модель квадрокоптера

Рассмотрим квадрокоптер (рис. 1) с известными физическими параметрами, движением которого можно управлять, изменяя скорости вращения винтов. Аппарат движется относительно неподвижной инерциальной системы отсчета, связанной с Землей и заданной перпендикулярными друг другу координатными осями Ox, Oy и Oz, причем ось Oz направлена противоположно вектору силы тяжести. С квадрокоптером связана строительная система координат, центр которой размещен в центре масс аппарата, а оси Ox_B, Oy_B и Oz_B параллельны и сонаправлены с осями неподвижной системы. Угловое положение аппарата задаем тремя углами Крылова: углами крена φ, тангажа θ и рыскания ψ, определяющими вращение вокруг осей Ox_B, Oy_B и Oz_B соответственно. Опишем математическую модель данного аппарата.

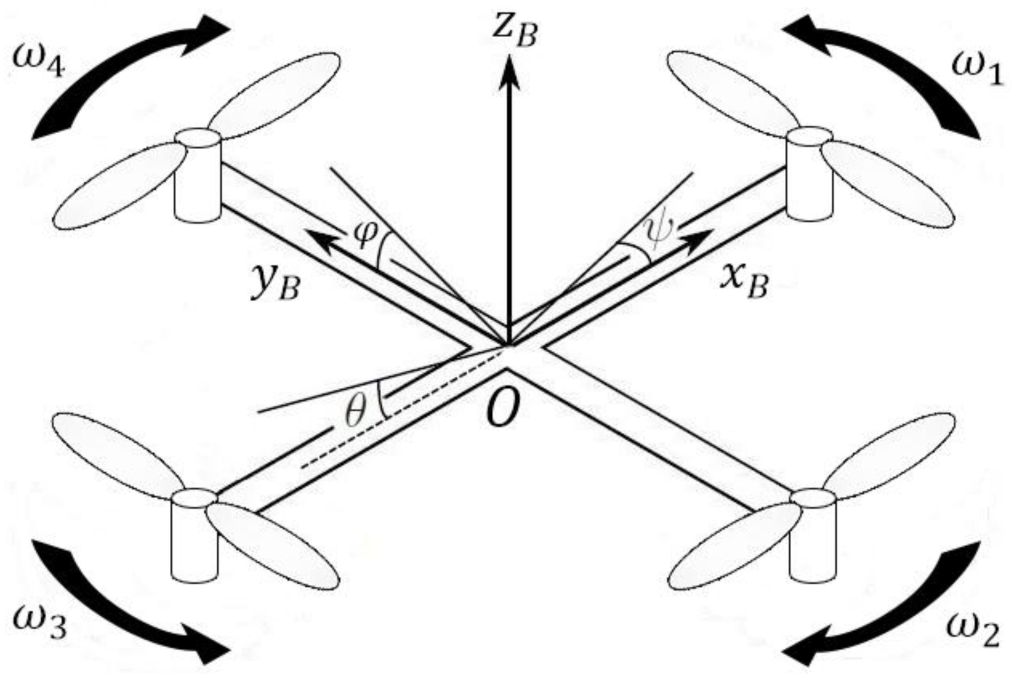

Рис. 1. Строительная система координат квадрокоптера

1.1. Кинематические уравнения

В строительной системе линейные скорости заданы вектором $\boldsymbol{V}_B$, а угловые сти – вектором $\boldsymbol{\nu}$:

$$\boldsymbol{V}_B = \begin{bmatrix} v_{x,B} \\ v_{y,B} \\ v_{z,B} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}.$$

Матрица поворота от строительной системы к инерциальной системе имеет вид [8]:

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} C_\psi C_\theta & C_\psi S_\theta S_\varphi - S_\psi C_\varphi & C_\psi S_\theta C_\varphi + S_\psi S_\varphi \\ S_\psi C_\theta & S_\psi S_\theta S_\varphi + C_\psi C_\varphi & S_\psi S_\theta C_\varphi - C_\psi S_\varphi \\ -S_\theta & S_\varphi C_\theta & C_\varphi C_\theta \end{bmatrix},$$

где $C_x = \cos(x)\,, S_x = \sin(x)$. Матрица поворота ортогональна, следовательно матрица поворота от неподвижной системы отсчета к строительной системе $\boldsymbol{R}^{-1} = \boldsymbol{R}^T$. Связь между линейными скоростями в инерциальной и строительной системах задается соотношением:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{V}_B. \qquad (1)$$

Матрица перехода $\boldsymbol{W}$ для угловых скоростей от инерциальной системы отсчета к строительной получена в [9]. С ее помощью запишем соотношения

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \boldsymbol{W} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S_\theta \\ 0 & C_\varphi & S_\varphi C_\theta \\ 0 & -S_\varphi & C_\varphi C_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \boldsymbol{W}^{-1} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & S_\varphi T_\theta & C_\varphi T_\theta \\ 0 & C_\varphi & -S_\varphi \\ 0 & S_\varphi / C_\theta & C_\varphi / C_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}, \qquad (2)$$

где $T_x = tg(x)$.

1.2. Динамические уравнения

Обозначим вектор скорости квадрокоптера в инерциальной системе отсчета как $\boldsymbol{v}$. Второй закон Ньютона будет иметь вид:

$$m_t \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{f},$$

где m_t — общая масса аппарата, кг; $\boldsymbol{f}$ — вектор суммарной силы, приложенной к нему. Для перехода из неподвижной системы координат в подвижную [10], т.е. строительную систему, перепишем закон в виде

$$m_t \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = m_t \left(\frac{d_B \boldsymbol{v}}{dt} + \boldsymbol{w} \times \boldsymbol{v} \right) = \boldsymbol{f},$$

где $\frac{d_B \boldsymbol{v}}{dt}$ — линейное ускорение аппарата относительно строительной системы координат, $\boldsymbol{w}$ — угловая скорость вращения строительной системы относительно инерциальной системы, рад/с. Так как управляющая сила вычисляется и прикладывается в строительной системе, то полученное выражение следует записать в этой системе координат:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_{x,B} \\ \dot{v}_{y,B} \\ \dot{v}_{z,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r v_{y,B} - q v_{z,B} \\ p v_{z,B} - r v_{x,B} \\ q v_{x,B} - p v_{y,B} \end{bmatrix} + \frac{1}{m_t} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix}, \qquad (3)$$

где $\boldsymbol{v}_B = \boldsymbol{V}_B, \boldsymbol{w}_B = \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{f}_B = [f_x, f_y, f_z]^T$. Второй закон Ньютона для вращательного движения в земной неподвижной системе координат имеет вид

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{M},$$

где $\boldsymbol{L} -$ угловой момент, кг м^2/с; $\boldsymbol{M} -$ момент вращающей силы, Н м. Для перехода в строительную систему координат запишем его в следующем виде:

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \frac{d_B\boldsymbol{L}}{dt} + \boldsymbol{w} \times \boldsymbol{L} = \boldsymbol{M}.$$

В неинерциальной системе $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{J}\boldsymbol{w_B}$, где $\boldsymbol{J} -$ тензор инерции. Будем считать квадрокоптер шаром с радиусом R_S, м; массой M_s, кг; на расстоянии l, м, от центра которого расположены материальные точки с массой M_m, кг (рис. 2).

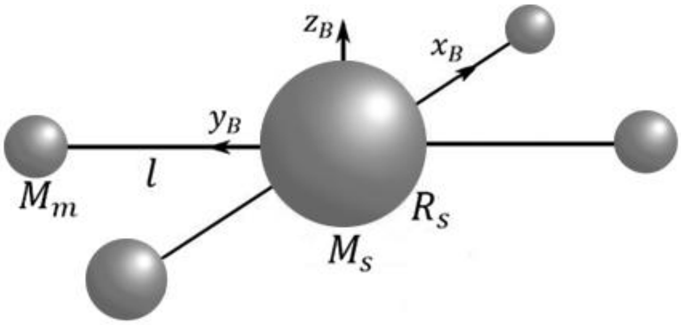

Рис. 2. Схематическое изображение квадрокоптера

Можно считать квадрокоптер симметричным телом, у которого главные оси инерции совпадают с осями строительной системы координат. Тогда его тензор инерции будет иметь вид

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}.$$

Компоненты тензора вычисляют по следующим формулам:

$$J_x = J_y = \frac{2M_sR_S{}^2}{5} + 2l^2M_m,$$

$$J_z = \frac{2M_sR_S{}^2}{5} + 4l^2M_m.$$

Обозначив $\boldsymbol{M}_B = \left[\tau_\varphi, \tau_\theta, \tau_\psi\right]^T$, окончательно получим:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \boldsymbol{J}^{-1}\left(\begin{bmatrix} 0 & r & -q \\ -r & 0 & p \\ q & -p & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_\varphi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix}\right),$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{J_y - J_z}{J_x}qr \\ \frac{J_z - J_x}{J_y}pr \\ \frac{J_x - J_y}{J_z}pq \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_x}\tau_\varphi \\ \frac{1}{J_y}\tau_\theta \\ \frac{1}{J_z}\tau_\psi \end{bmatrix}. \quad (4)$$

1.3. Получение модели для управления

Модель квадрокоптера, имеющая шесть степеней свободы, описывается уравнениями (1), (2), (3) и 4, однако ее необходимо дополнить выражениями, которые описывают силы и крутящие моменты, действующие на аппарат (рис. 3).

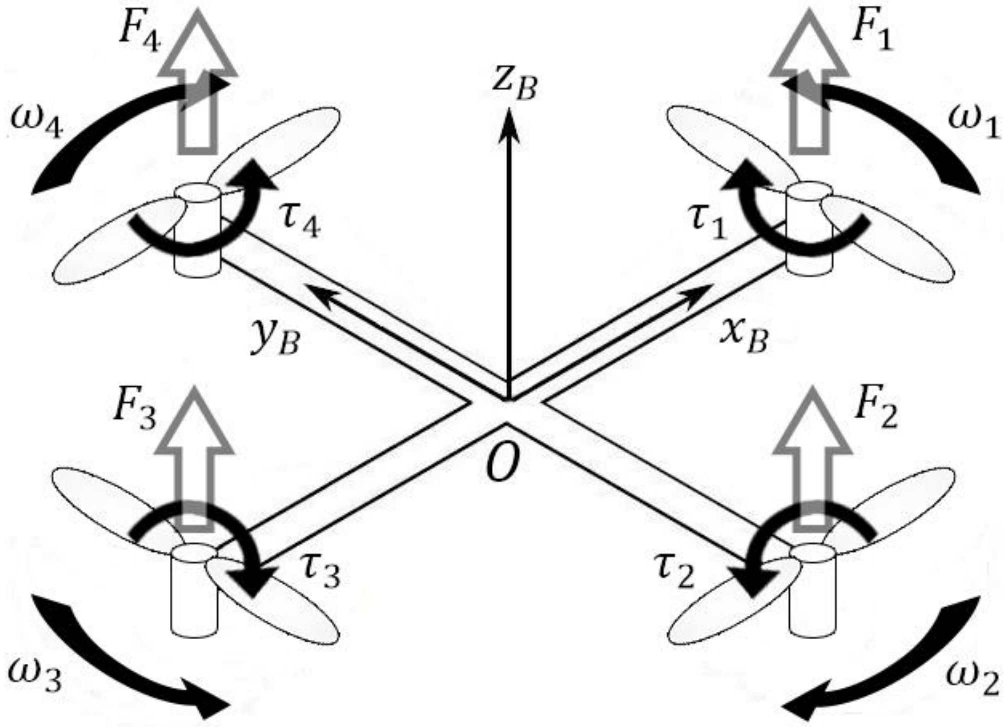

Рис. 3. Силы и крутящие моменты

Подъемная сила и крутящие моменты винтов прямо пропорциональны квадрату скорости их вращения [4]. Выражения для тяги и моментов имеют следующий вид:

$$\tau_\varphi = lk({\omega_4}^2 - {\omega_2}^2), \quad (5)$$

$$\tau_\theta = lk({\omega_3}^2 - {\omega_1}^2), \quad (6)$$

$$\tau_\psi = b(-{\omega_1}^2 + {\omega_2}^2 - {\omega_3}^2 + {\omega_4}^2), \quad (7)$$

$$F = k({\omega_1}^2 + {\omega_2}^2 + {\omega_3}^2 + {\omega_4}^2), \quad (8)$$

где $\omega_i -$ скорость вращения i-го винта, рад/с; k и $b -$ экспериментально определяемые постоянные.

Также на квадрокоптер действует сила тяжести:

$$\boldsymbol{F}_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_t g \end{bmatrix}.$$

В строительной системе координат она будет иметь вид

$$\boldsymbol{F}_{g,B} = \begin{bmatrix} m_t g \sin(\theta) \\ -m_t g \sin(\varphi)\cos(\theta) \\ -m_t g \cos(\varphi)\cos(\theta) \end{bmatrix}.$$

С учетом уравнений, полученных для F и $\boldsymbol{F}_{g,B}$, выражение (3) примет вид

$$\begin{bmatrix}\dot{v}_{x,B}\\ \dot{v}_{y,B}\\ \dot{v}_{z,B}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}rv_{y,B}-qv_{z,B}\\ pv_{z,B}-rv_{x,B}\\ qv_{x,B}-pv_{y,B}\end{bmatrix}+\frac{1}{m_t}\begin{bmatrix}0\\0\\F\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}g\sin(\theta)\\ -g\sin(\varphi)\cos(\theta)\\ -g\cos(\varphi)\cos(\theta)\end{bmatrix}. \qquad (9)$$

Упростим полученные уравнения движения. Будем считать, что углы φ и θ малы [11], тогда уравнение (2) можно записать как

$$\begin{bmatrix}\dot{\varphi}\\ \dot{\theta}\\ \dot{\psi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}p\\q\\r\end{bmatrix}. \qquad (10)$$

Аналогично, выражение (4) упростится, если принять компоненты qr, pr и pq малыми:

$$\begin{bmatrix}\dot{p}\\ \dot{q}\\ \dot{r}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{J_x}\tau_\varphi\\ \frac{1}{J_y}\tau_\theta\\ \frac{1}{J_z}\tau_\psi\end{bmatrix}.$$

С учетом полученного выражения, производная от (10) примет вид

$$\begin{bmatrix}\ddot{\varphi}\\ \ddot{\theta}\\ \ddot{\psi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{J_x}\tau_\varphi\\ \frac{1}{J_y}\tau_\theta\\ \frac{1}{J_z}\tau_\psi\end{bmatrix}.$$

Продифференцируем (1), пренебрегая $\dot{\boldsymbol{R}}$, и получим

$$\begin{bmatrix}\ddot{x}\\ \ddot{y}\\ \ddot{z}\end{bmatrix}=\boldsymbol{R}\dot{\boldsymbol{V}}_B. \qquad (11)$$

Так как инерциальная система отсчета предполагается неподвижной, то можно подставить (9) в (11), пренебрегая первым слагаемым в правой части (9):

$$\begin{bmatrix}\ddot{x}\\ \ddot{y}\\ \ddot{z}\end{bmatrix}=-g\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}C_\psi S_\theta C_\varphi+S_\psi S_\varphi\\ S_\psi S_\theta C_\varphi-C_\psi S_\varphi\\ C_\varphi C_\theta\end{bmatrix}\frac{F}{m_t}.$$

Эту систему необходимо дополнить силой аэродинамического сопротивления [12]:

$$F_a=c_d\frac{\rho v^2}{2}S,$$

где c_d — коэффициент аэродинамической силы, ρ — плотность воздуха, кг/м^3; v — скорость набегающего потока воздуха, м/с; S — площадь поверхности аппарата, на которую действует набегающий поток, м^2.

В итоге математическая модель квадрокоптера приобретает следующий вид:

$$
\begin{cases}
\ddot{x} = \left(C_\psi S_\theta C_\varphi + S_\psi S_\varphi\right)\frac{F}{m_t} - sign(\dot{x}) c_d \frac{\rho \dot{x}^2}{2} S_x, \\
\ddot{y} = \left(S_\psi S_\theta C_\varphi - C_\psi S_\varphi\right)\frac{F}{m_t} - sign(\dot{y}) c_d \frac{\rho \dot{y}^2}{2} S_y, \\
\ddot{z} = C_\varphi C_\theta \frac{F}{m_t} - g - sign(\dot{z}) c_d \frac{\rho \dot{z}^2}{2} S_z, \\
\ddot{\varphi} = \frac{1}{J_x}\tau_\varphi, \\
\ddot{\theta} = \frac{1}{J_y}\tau_\theta, \\
\ddot{\psi} = \frac{1}{J_z}\tau_\psi,
\end{cases} . \quad (12)
$$

2. Построение стабилизирующего управления

Построим алгоритм, стабилизирующий квадрокоптер в заданной точке при помощи полиномов Баттерворта [13], описывающих переходный процесс и имеющих следующий вид:

$$b(p) = p^2 + 1.41421\omega_0 p + \omega_0^2.$$

Под стабилизацией в точке будем подразумевать, что центр беспилотника находится в заданных координатах, углы тангажа, крена, а также линейные скорости и ускорения аппарата равны нулю.

Для стабилизации квадрокоптера на высоте z_d, м, линеаризуем третье уравнение из выражения (12) обратной связью:

$$\ddot{z}^* = u,$$

где $u = C_\varphi C_\theta \frac{F}{m_t} - g - sign(\dot{z}) c_d \frac{\rho \dot{z}^2}{2} S_z$ Для решения задачи стабилизации положим

$$u = -c_{1,z}(z - z_d) - c_{2,z}\dot{z},$$

где $c_{1,z}$ и $c_{2,z}$ – коэффициенты полинома Баттерворта. Тогда можно записать выражение для желаемой тяги:

$$F^* = \frac{m_t\left(g + sign(\dot{z}) c_d \frac{\rho \dot{z}^2}{2} S_z - c_{1,z}(z - z_d) - c_{2,z}\dot{z}\right)}{\cos(\varphi)\cos(\theta)}. \quad (13)$$

Будем считать, что горизонтальные перемещения производятся на одной высоте, т.е. $\ddot{z} = 0$ и $\dot{z} = 0$. Также будем считать, что во время перемещений аппарат не изменяет угол ψ, и, выполнив соответствующий поворот системы координат, его можно принять равным нулю.

Желаемые ускорения:

$$\ddot{x}^* = -c_{1,x}(x - x_d) - c_{2,x}\dot{x},$$
$$\ddot{y}^* = -c_{1,y}(y - y_d) - c_{2,y}\dot{y},$$

где x_d, y_d – желаемые, задаваемые вручную координаты. Выражения для желаемых углов крена и тангажа выводятся из первых трех уравнений системы (12):

$$\theta^* = arctg\left(\frac{\left(\ddot{x}^* + sign(\dot{x}) c_d \frac{\rho \dot{x}^2}{2} S_x\right)}{g + sign(\dot{z}) c_d \frac{\rho \dot{z}^2}{2} S_z}\right),$$

$$\varphi^* = -arctg\left(\frac{\left(\ddot{y}^* + sign(\dot{y})c_d\frac{\rho\dot{y}^2}{2}S_y\right)\cos(\theta)}{g + sign(\dot{z})c_d\frac{\rho\dot{z}^2}{2}S_z}\right).$$

По аналогии с подъемом на желаемую высоту, используем последние три уравнения (12) и запишем выражения для желаемых моментов:

$$\tau_\varphi{}^* = J_x\left(-c_{1,\varphi}(\varphi - \varphi^*) - c_{2,\varphi}\dot{\varphi}\right),$$
$$\tau_\theta{}^* = J_y\left(-c_{1,\theta}(\theta - \theta^*) - c_{2,\theta}\dot{\theta}\right),$$
$$\tau_\psi{}^* = J_z\left(-c_{1,\psi}(\psi - \psi^*) - c_{2,\psi}\dot{\psi}\right).$$

Угол ψ^* для горизонтальных поворотов задается вручную, в начальном и конечном положениях угловая скорость и угловое ускорение равны нулю. Подставив эти значения в уравнения (5) – (8), получим уравнения для желаемых угловых скоростей:

$$\omega_1{}^* = \sqrt{\frac{F^*}{4k} - \frac{\tau_\theta{}^*}{2kl} - \frac{\tau_\psi{}^*}{4b}},$$
$$\omega_2{}^* = \sqrt{\frac{F^*}{4k} - \frac{\tau_\varphi{}^*}{2kl} + \frac{\tau_\psi{}^*}{4b}},$$
$$\omega_3{}^* = \sqrt{\frac{F^*}{4k} + \frac{\tau_\theta{}^*}{2kl} - \frac{\tau_\psi{}^*}{4b}},$$
$$\omega_4{}^* = \sqrt{\frac{F^*}{4k} + \frac{\tau_\varphi{}^*}{2kl} + \frac{\tau_\psi{}^*}{4b}}. \tag{14}$$

Коэффициенты полиномов Баттерворта считаются по следующей формуле [13]:

$$c_{2,i} = 1.41421\frac{t_{\text{п}}^1}{t_{\text{п},i}}, \quad c_{1,i} = \left(\frac{t_{\text{п}}^1}{t_{\text{п},i}}\right)^2, \quad t_{\text{п}}^1 = 2.9,$$

где $t_{\text{п},i}$ − время соответствующего переходного процесса, с; $t_{\text{п}}^1$ − время нормированного переходного процесса, с.

Окончательно математическая модель квадрокоптера примет следующий вид:

$$\begin{cases}
\ddot{x} = \left(C_\psi S_\theta C_\varphi + S_\psi S_\varphi\right)\dfrac{k(\omega_1{}^2 + \omega_2{}^2 + \omega_3{}^2 + \omega_4{}^2)}{m_t} - sign(\dot{x})c_d\dfrac{\rho\dot{x}^2}{2}S_x, \\
\ddot{y} = \left(S_\psi S_\theta C_\varphi - C_\psi S_\varphi\right)\dfrac{k(\omega_1{}^2 + \omega_2{}^2 + \omega_3{}^2 + \omega_4{}^2)}{m_t} - sign(\dot{y})c_d\dfrac{\rho\dot{y}^2}{2}S_y, \\
\ddot{z} = C_\varphi C_\theta\dfrac{k(\omega_1{}^2 + \omega_2{}^2 + \omega_3{}^2 + \omega_4{}^2)}{m_t} - g - sign(\dot{z})c_d\dfrac{\rho\dot{z}^2}{2}S_z, \\
\ddot{\varphi} = (\omega_4{}^2 - \omega_2{}^2)\dfrac{lk}{J_x}, \\
\ddot{\theta} = (\omega_3{}^2 - \omega_1{}^2)\dfrac{lk}{J_y}, \\
\ddot{\psi} = (-\omega_1{}^2 + \omega_2{}^2 - \omega_3{}^2 + \omega_4{}^2)\dfrac{b}{J_z}, \\
\ddot{\omega}_1 = -c_{1,\omega}(\omega_1 - \omega_1{}^*) - c_{2,\omega}\dot{\omega}_1, \\
\ddot{\omega}_2 = -c_{1,\omega}(\omega_2 - \omega_2{}^*) - c_{2,\omega}\dot{\omega}_2, \\
\ddot{\omega}_3 = -c_{1,\omega}(\omega_3 - \omega_3{}^*) - c_{2,\omega}\dot{\omega}_3, \\
\ddot{\omega}_4 = -c_{1,\omega}(\omega_4 - \omega_4{}^*) - c_{2,\omega}\dot{\omega}_4,
\end{cases}$$

где $\omega_i{}^*, i = \overline{1,4}$ вычисляются по цепочке из всех уравнений, начиная с (13) и заканчивая (14). Время каждого переходного процесса выбирается заранее исходя из возможностей аппарата и желаемой динамики процесса.

3. Моделирование

На основе полученной математической модели реализован программный комплекс в среде MATLAB R2013a. За основу для моделирования взят AR.Drone 1.0 и добавлены следующие ограничения: $126 < \omega_i < 490\ , i = \overline{1,4}$. Максимальный угол наклона – 5 градусов. Скорость вращения винтов, при которой аппарат парит на одном месте $\omega_i = 340$ рад/с. Параметры для моделирования приведены в табл. 1:

Таблица 1. Параметры для моделирования

Параметр	Значение	Размерность
g	9.81	$м/с^2$
M_s	0.5	кг
m	0.05	кг
R	0.1	м
l	0.3	м
k	$1.4851 * 10^{-5}$	—
b	$0.7426 * 10^{-6}$	—
c_d	0.4	—
S_x	0.01	$м^2$
S_y	0.03	$м^2$
S_z	0.03	$м^2$
ρ	1.2	$кг/м^3$
$t_{п,\varphi}$	0.15	с
$t_{п,\theta}$	0.15	с
$t_{п,\omega}$	0.05	с

Значения $t_{п,x}, t_{п,y}, t_{п,z}$ и $t_{п,\psi}$ вычисляются автоматически в зависимости от того, как сильно должна измениться соответствующая переменная.

Изначально аппарат висит в точке (0;0;1), все углы Крылова равны нулю, скорости вращения винтов $\omega_i = 340$ рад/с.

Сначала дадим команду повернуться на угол $\psi^* = 45$ град. Затем полетим в точку (0;1;2), там повернемся к углу $\psi^* = 30$ град и в конце переместимся в (1;-1;2). Графики изменения пространственных координат, углов Крылова и скоростей вращения двигателей представлены на рис. 4 – рис. 6.

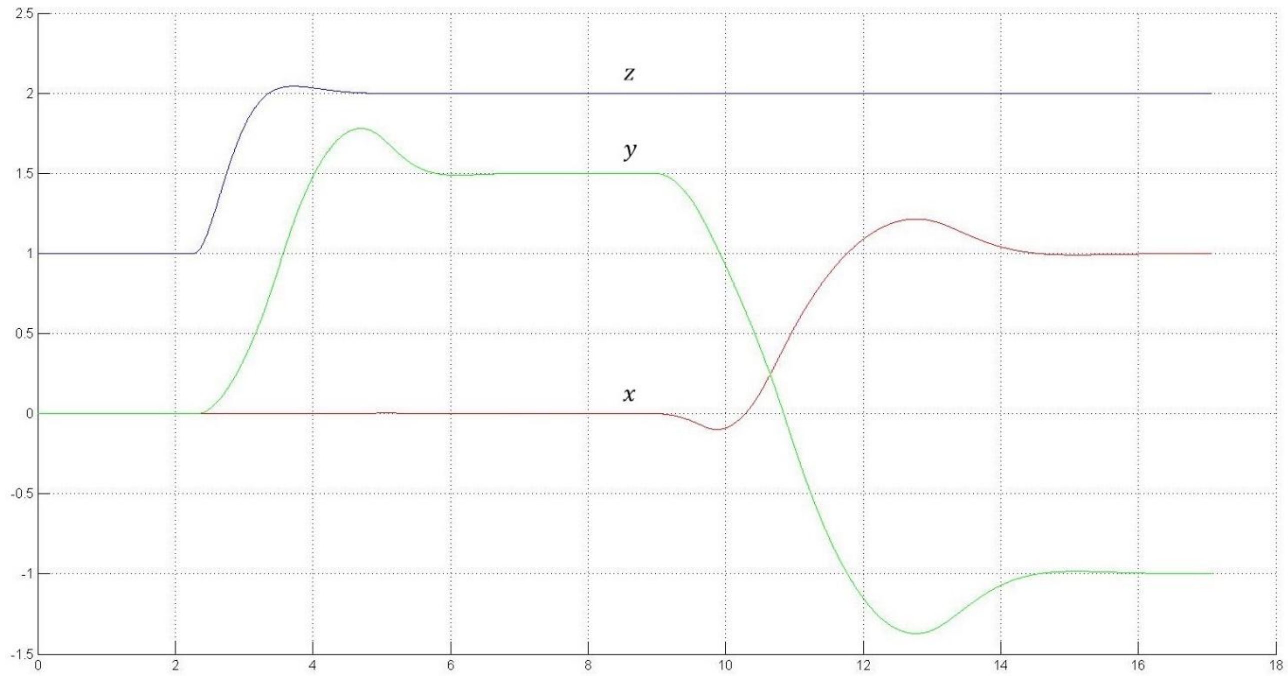

Рис. 4. Пространственные координаты

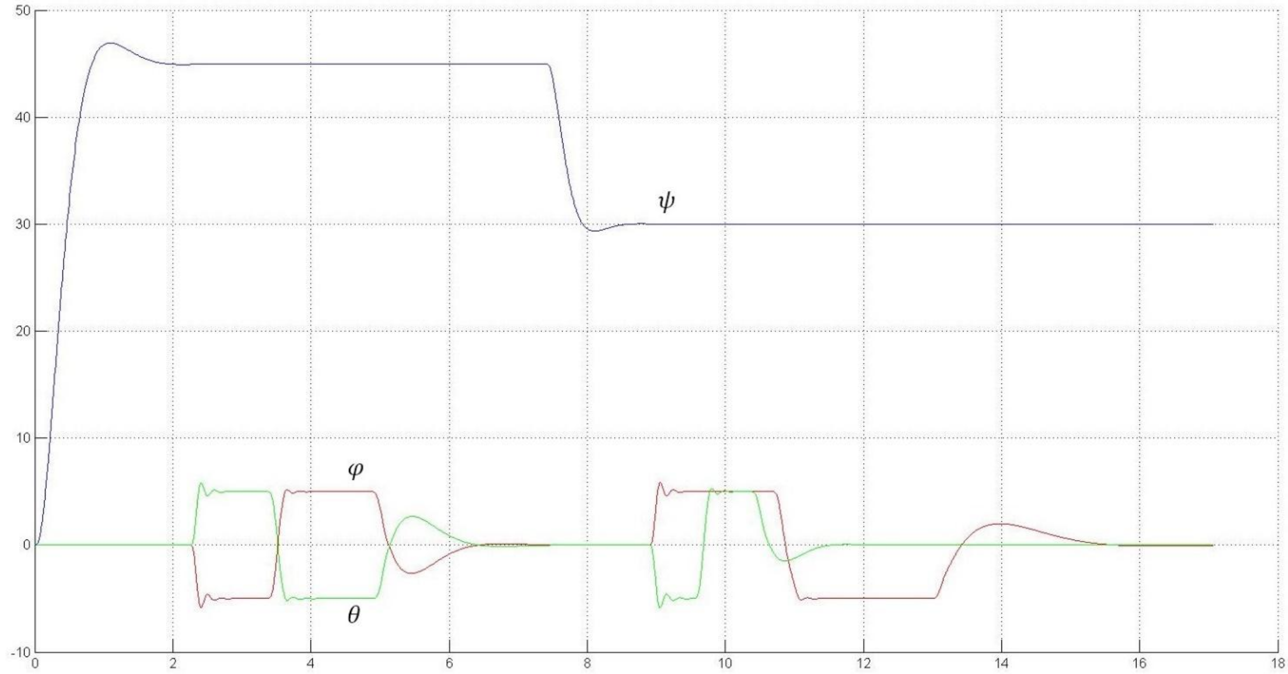

Рис. 5. Углы Крылова

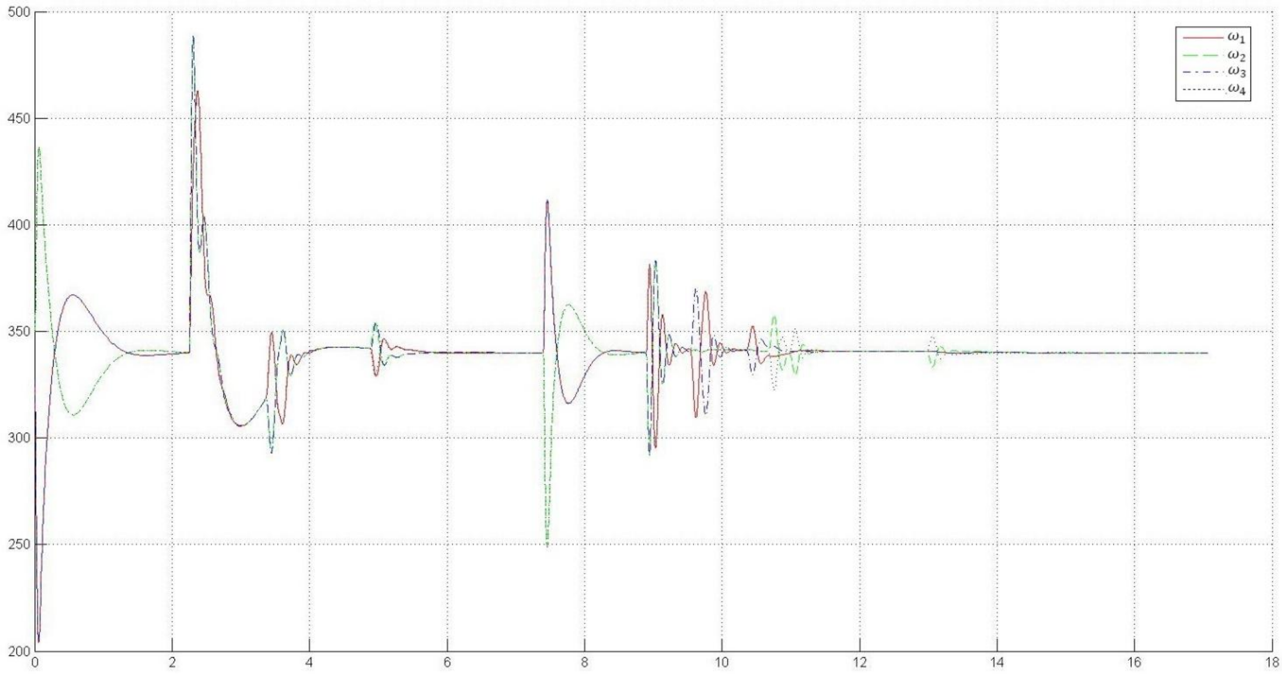

Рис. 6. Скорости вращения винтов

Интерфейс программы представлен на рис. 7.

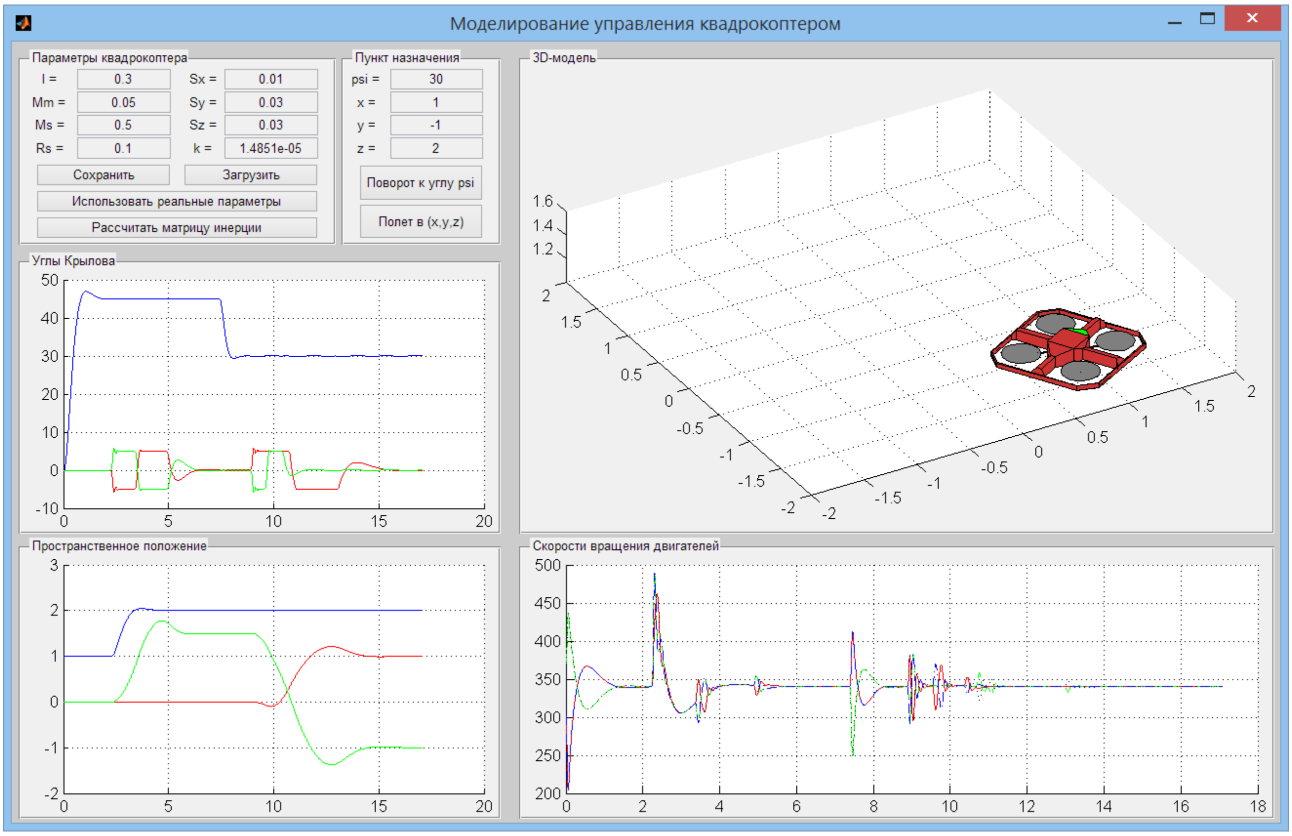

Рис. 7. Интерфейс программы

Заключение

В работе представлена и последовательно выведена математическая модель квадрокоптера, входными воздействиями в которой являются скорости вращения винтов. На основе модели синтезировано стабилизирующее управление, основывающееся на линеаризации нелинейных уравнений обратной связью. Полученная система управления позволяет поворачиваться на заданный угол и перемещаться в заданную в пространстве точку. Результаты исследования промоделированы при помощи программного комплекса, построенного в среде MATLAB, показана работоспособность и эффективность примененного метода. В дальнейшем планируется применить приведенную модель для управления реальным аппаратом - Parrot AR.Drone 1.0.

Список литературы

1. Канатников А.Н., Крищенко А.П., Ткачев С.Б. Допустимые пространственные траектории беспилотного летательного аппарата в вертикальной плоскости. Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2012. №3. Режим доступа: http://technomag.bmstu.ru/doc/367724.html (дата обращения 17.04.2014).
2. Белинская Ю.С. Реализация типовых маневров четырехвинтового вертолета. Молодежный научно-технический вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. №4. Режим доступа: http://sntbul.bmstu.ru/doc/551872.html (дата обращения 20.04.2014).
3. Dikmen I.C., Arisoy A., Temeltas H. Attitude control of a quadrotor. 4th International Conference on Recent Advances in Space Technologies, 2009. Pp. 722-727.
4. Luukkonen T. Modelling and Control of Quadcopter. School of Science, Espoo, August 22, 2011. P. 26. Режим доступа: http://sal.aalto.fi/publications/pdf-files/eluu11_public.pdf (дата обращения 16.05.2014).
5. Zhao W., Hiong Go T. Quadcopter formation flight control combining MPC and robust feedback linearization. Journal of the Franklin Institute. Vol.351, Issue 3, March 2014. Pp. 1335-1355. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2013.10.021
6. Bouadi H., Tadjine M. Nonlinear Observer Design and Sliding Mode Control of Four Rotors Helicopter. World Academy of Science, Engineering and Technology, Vol. 25, 2007. Pp. 225-229.
7. Madani T., Benallegue A. Backstepping control for a quadrotor helicopter. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2006. Pp. 3255-3260.
8. Murray R.M., Li Z, Sastry S.S. A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation. SRC Press, 1994. P. 474.
9. Alderete T.S. “Simulator Aero Model Implementation” NASA Ames Research Center, Moffett Field, California. P. 21. Режим доступа: http://www.aviationsystemsdivision.arc.nasa.gov/publications/hitl/rtsim/Toms.pdf (дата обращения 25.05.2014).

10. Механика в техническом университете. В 8 т. Т. 1. Курс теоретической механики / ред. Колесников К.С. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. 736 с.
11. Beard R.W. Quadrotor Dynamics and Control. Brigham Young University, October 3, 2008. P. 47. Режим доступа: http://rwbclasses.groups.et.byu.net/lib/exe/fetch.php?media=quadrotor:beardsquadrotornotes.pdf (дата обращения 20.05.2014).
12. Мартынов А.К. Экспериментальная аэродинамика. М.: Государственное издательство оборонной промышленности, 1950. 479 с.
13. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы. СПб: Питер, 2005. 337 с.