

Εργασία 2

Question 2

Ονοματεπώνυμο: Βλάχης Μαζούτης

A.M: 11152400118

Σε αυτό το PDF βρίσκεται η απάντηση στη 2η άσκηση της εργασίας 2.

Απάντηση

Οι καλύτεροι αλγόριθμοι είναι αυτοί με τις χαμηλότερες υπολογιστικές χρονικές πολυπλοκότητες. Επομένως, η σειρά από τον καλύτερο προς το χειρότερο αλγόριθμο, από τα αριστερά προς τα δεξιά, είναι:

$$B > A > E > Z > \Delta > I > H > \Gamma > \Theta > K$$

Ανάλυση

Καταρχάς να επισημανθεί ότι: Οι αλγόριθμοι με λογαριθμική υπολογιστική χρονική πολυπλοκότητα είναι καλύτεροι από αυτούς που έχουν πολυωνυμικοί, και αυτοί είναι καλύτεροι από τους εκθετικούς. Επομένως μπορούμε να φτιάξουμε μία "πρόχειρη" ακολουθία καθώς μερικές συγκρίσεις είναι προφανές. Γενικά, θα δείξουμε ότι η γειτονική (δεξιά) συνάρτηση κάθε αλγόριθμου στη παραπάνω ακολουθία είναι πιο αργή. Αρχικά, οι A και οι B είναι και οι δύο πολυωνυμικοί, αλλά ο A έχει μεγαλύτερο συντελεστή στον όρο n, άρα είναι χειρότερος. Εξάλλου:

$$500n + 500n > 500n + \log n \Leftrightarrow 500n > \log n$$

Πράγμα που ισχύει καθώς η δεξιά είναι λογαριθμική.

Έπειτα, ο E και ο Z είναι και οι δύο πολυωνυμικοί (τάξης $O(n^8)$), αλλά ο Z έχει μεγαλύτερο συντελεστή, και έχει έναν επιπλέον όρο n, άρα είναι πιο αργός. Ο Δ είναι επίσης πολυωνυμικός, καθώς:

$$2^{300 \log n} = 2^{\log n^{300}} = n^{300}$$

Άρα είναι της τάξης $O(n^{300})$ και άρα προφανώς πιο αργή από τις προηγούμενες που έχουν πολύ χαμηλότερο εκθέτη. Εδώ τελειώνουν οι πολυωνυμικές. Στη συνέχεια, από τις εκθετικές:

Ο I είναι εκθετικός με βάση 2: $2^{2^{\log n}} = 2^n$, η πιο γρήγορη από τις εκθετικές όπως θα δούμε (και προφανώς πιο αργή από τις πολυωνυμικές).

Ο αλγόριθμος H είναι επίσης εκθετικός με βάση 2: $2^{n+5} n \log n = 32 * 2^n n \log n$ και άρα προφανώς αργότερος από τον I, καθώς είναι της τάξης $O(2^n * n \log n)$. Εναλλακτικά:

$$H > I \Leftrightarrow 32 * 2^n n \log n > 2^n \Leftrightarrow 32 n \log n > 1$$

Που προφανώς ισχύει καθώς το δεξιά είναι σταθερό $O(1)$. (πολύ μεγαλύτερος εκθέτης, ίδια βάση).

Ο Γ είναι πάλι εκθετικός με βάση 2: $2^{3000n \log n}$ και προφανώς $3000n \log n > n \Leftrightarrow 3000 \log n > 1$ (ισχύει αφού δεξιά σταθερό), άρα ο εκθετικός όρος είναι πολύ μεγαλύτερος σε σχέση με του H, και άρα πιο αργός αλγόριθμος.

Ο αλγόριθμος Θ είναι εκθετικός με εκθέτη 2^n . Καθώς ο εκθέτης αυτός είναι ο ίδιος εκθετική συνάρτηση, είναι πολύ πιο αργός από τους προηγούμενους αλγορίθμους, που είχαν πολυωνυμικό εκθέτη. Τέλος, ο K είναι πάλι εκθετικός με βάση 2: $2^{2^{n+\log n}} = 2^{n*2^n}$ και άρα πιο αργός από τον Γ, αφού προφανώς $n*2^n > 2^n$ (πολύ μεγαλύτερος εκθέτης, ίδια βάση).