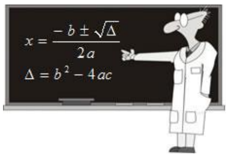


MATEMÁTICA

PROF. GILBERTO SANTOS JR

EQUAÇÃO DO 2º GRAU

SUMÁRIO

1 . REVISÃO DE EQUAÇÃO

1.1 Definição de equação

É toda sentença na qual

- possui incógnita (variável, letra) e
- possui igualdade.

Exemplos:

a) $x + 6 = 10$

b) $x^2 - 5x + 6 = 0$

Observações:

a) $6 + 4 = 10$ não é equação, é uma expressão numérica.

b) $x + 6$ não é equação, é uma expressão algébrica (binômio).

1.2 Grau de polinômios

Observe:

- $x + 6$ é polinômio de grau 1, pois o expoente de x é 1, logo, por exemplo, $x + 6 = 10$ é uma equação do 1º grau;
- $x^2 - 5x + 6$ é polinômio de grau 2, pois o maior expoente das variáveis é 2, logo, por exemplo, $x^2 - 5x + 6 = 0$ é uma equação do 2º grau;
- $x^3 + x^2 + x + 1$ é polinômio de grau 3, pois o maior expoente das variáveis é 3, logo, por exemplo, $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ é uma equação do 3º grau.

2 . DEFINIÇÃO DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Chama-se **equação do 2º grau** na incógnita x toda equação constituída de um polinômio de grau 2, expressa na forma

$$ax^2 + bx + c = 0$$

em que a, b e c são números reais e $a \neq 0$.

2.1 Coeficientes e incógnita de equação do 2º grau

Na equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$ os números a, b e c são chamados **coeficientes** e x é a **incógnita**.

Exemplos:

a) Na equação $2x^2 + 3x + 5 = 0$, os coeficientes são $a = 2$, $b = 3$ e $c = 5$.

b) Em $3x^2 - 4x + 1 = 0$, os coeficientes são $a = 3$, $b = -4$ e $c = 1$.

c) Em $-x^2 + 8x = 0$, os coeficientes são $a = -1$, $b = 8$ e $c = 0$.

d) Em $x^2 - 1 = 0$, os coeficientes são $a = 1$, $b = 0$ e $c = -1$.

e) Em $-4x^2 = 0$, os coeficientes são $a = -4$, $b = 0$ e $c = 0$.

3 . RAIZ DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Resolver uma equação significa encontrar as suas **raízes**.

Um número é raiz de uma equação quando, colocado em lugar da incógnita, a equação se transforma numa sentença verdadeira.

Exemplos:

Na equação $x^2 - 5x + 6 = 0$, substituindo o x por 2, obtemos:

$2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 0 \Longrightarrow$

$\Longrightarrow 4 - 10 + 6 = 0$

$\Longrightarrow -6 + 6 = 0$ (verdade).

Logo 2 é raiz da equação.

E ainda, substituindo o x por 3, obtemos:

$3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 0 \Longrightarrow$

$\Longrightarrow 9 - 15 + 6 = 0$

$\Longrightarrow -6 + 6 = 0$ (verdade).

Logo 3 também é raiz da equação.

Escrevemos que a solução da equação é $S = \{2, 3\}$.

Observação:

Substituindo o x por 4 na equação $x^2 - 5x + 6 = 0$, obtemos:

$4^2 - 5 \cdot 4 + 6 = 0 \Longrightarrow$

$\Longrightarrow 16 - 20 + 6 = 0$

$\Rightarrow -4 + 6 = 0$

$\Rightarrow 2 = 0$ (falso).

Logo 4 não é raiz da equação.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1) Dada a equação do 2º grau $x^2 - 6x + 8 = 0$, verifique se:

a) 1 é raiz da equação;
b) 2 é raiz da equação;
c) 3 é raiz da equação;
d) 4 é raiz da equação;
e) 5 é raiz da equação.

2) Encontre uma raiz para a equação do 2º grau $x^2 - 3x + 2 = 0$.

3) Quais dos números do cartão são raízes da equação $9x^2 - 3x - 2 = 0$?

1	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	-1

4 . RELAÇÃO DE GIRARD

4.1 ENCONTRAR EQUAÇÃO DO 2º GRAU A PARTIR DAS RAÍZES

Exemplo: As raízes de uma equação do 2º grau são 2 e 3, vamos encontrar essa equação:

Resolução:

A equação tem raiz 2, segue,

$x = 2 \Rightarrow x - 2 = 0$

A equação tem raiz 3, segue,

$x = 3 \Rightarrow x - 3 = 0$

Considerando o produto de $x - 2$ por $x - 3$

$(x - 2)(x - 3) = 0$

$\Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$

A equação é $x^2 - 5x + 6 = 0$.

De um modo geral, uma equação de raízes m e n é encontrada por

$$(x - m)(x - n) = 0$$

ou, então,

$$x^2 - \underbrace{(m+n)x}_{\text{soma das raízes}} + \underbrace{mn}_{\text{produto das raízes}} = 0$$

Observações:

- $(x - m)(x - n)$ é chamada forma fatorada da equação do 2º grau $x^2 - (m + n)x + mn = 0$, sendo m e n raízes da referida equação;
- $x^2 - (m + n)x + mn = 0$ é chamada *relação de Girard* sendo m e n raízes da referida equação.
- $x^2 - (m + n)x + mn = 0$ é chamada *relação de Girard*, sendo m e n raízes da referida equação.
- Em muitas biografias a relação de Girard é escrita assim:

$$\begin{cases} m + n = -\dfrac{b}{a} \rightarrow \text{ soma da raízes} \\ mn = \dfrac{c}{a} \rightarrow \text{ produto das raízes} \end{cases}$$

Sendo a, b e c coeficientes de $ax^2 + bx + c = 0$.

Demonstração:

$$\begin{matrix} \text{Raiz } m\text{: } x = m \Rightarrow x - m = 0 \\ \text{Raiz } n\text{: } x = n \Rightarrow x - n = 0 \end{matrix} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow (x - m)(x - n) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - mx - nx + mn = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - (m + n)x + mn = 0$ (I)

Equação do 2º grau é da forma $ax^2 + bx + c = 0$, sendo

$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ (II)

Comparando (I) e (II)

$-(m + n) = \frac{b}{a}$ e $mn = \frac{c}{a} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} m + n = -\dfrac{b}{a} \\ mn = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1) Forme uma equação do 2º grau das raízes 3 e 4.

Resolução:

$(x - 3)(x - 4) = 0$

$\Rightarrow x^2 - 4x - 3x + 12 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$

A equação é $x^2 - 7x + 12 = 0$.

2) Forme uma equação do 2º grau das raízes 5 e 7.

Resolução:

$x^2 - (5 + 7)x + 5 \cdot 7 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 12x + 35 = 0$

A equação é $x^2 - 12x + 35 = 0$.

EXERCÍCIO PROPOSTO

4) Forme uma equação do 2º grau em cada caso:

a) das raízes 2 e 5.
b) das raízes 3 e 5.
c) das raízes 2 e 3.
d) das raízes 6 e 3.
e) das raízes -6 e -3.
f) das raízes $x' = 2$ ou $x'' = 2$.
g) das raízes $x' = x'' = 3$.

4.2 ENCONTRAR AS RAÍZES A PARTIR DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Utilizando a *relação de Girard* para encontrar raízes de equação do 2º grau:

Exemplo: Dada a equação do 2º grau $x^2 - 7x + 12 = 0$, encontrar as raízes de uma equação por relação de Girard:

Resolução:

$x^2 - 7x + 12 = x^2 - (3 + 4)x + 3 \cdot 4 = 0$

Comparando com $x^2 - (m + n)x + mn = 0$, logo as raízes são $m = 3$ ou $n = 4$.

A solução da equação é $S = \{3, 4\}$.

EXERCÍCIO PROPOSTO

5) Encontre as raízes das equações do 2º grau:

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$

b) $x^2 - 7x + 10 = 0$

c) $x^2 - 8x + 12 = 0$

d) $x^2 + 4x + 4 = 0$

e) $x^2 - 8x + 15 = 0$

f) $x^2 - 9x + 18 = 0$

g) $2x^2 - 16x + 24 = 0$

h) $x^2 - 6x + 9 = 0$

i) $x^2 - 8x + 16 = 0$

j) $x^2 - 10x + 25 = 0$

5 . ENCONTRAR AS RAÍZES DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU INCOMPLETA

Na definição de equação do 2º grau, $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, porque se $a = 0$, $a \cdot 0^2 + bx + c = 0 \implies bx + c = 0$ que é uma equação do 1º grau (ver Tópico 1.2 Grau de polinômios). Agora, se $b = 0$ e $c = 0$, $ax^2 + bx + c = 0 \implies ax^2 + 0 \cdot x + 0 = 0 \implies ax^2 = 0$ continua sendo uma equação do 2º grau.

Vamos aprender a calcular as raízes de equação do 2º grau com $b = 0$ ou $c = 0$.

5.1 Caso 1 - Quando b = 0

Exemplo 1: Na equação $x^2 - 16 = 0$, temos $a = 1$, $b = 0$ e $c = -16$. Vamos determinar as suas raízes:

$x^2 - 16 = 0 \implies$

$\implies x^2 = 16$

$\implies x' = 4$ ou $x'' = -4$.

A solução da equação é $S = \{-4, 4\}$.

Exemplo 2: Na equação $x^2 - 25 = 0$, temos $a = 1$, $b = 0$ e $c = -25$. Vamos determinar as suas raízes:

$x^2 - 25 = 0 \implies$

$\implies x^2 = 25$

$\implies x' = 5$ ou $x'' = -5$.

A solução da equação é $S = \{-5, 5\}$.

Exemplo 3: Determinar as raízes da equação $4x^2 - 9 = 0$.

Resolução:

$4x^2 - 9 = 0 \implies$

$\implies 4x^2 = 9$

$\implies x^2 = \frac{9}{4}$

$\implies x' = \frac{3}{2}$ ou $x'' = -\frac{3}{2}$

A solução da equação é $S = \left\{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\}$.

Exemplo 4: Dada equação $x^2 - 5 = 0$, Determinar as raízes.

Resolução:

$x^2 - 5 = 0 \implies$

$\implies x^2 = 5$

$\implies x = \pm\sqrt{5}$

$\implies x' = \sqrt{5}$ ou $x'' = -\sqrt{5}$

A solução da equação é $S = \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$.

Exemplo 5: Dada equação $x^2 + 2 = 0$, Determinar as raízes.

Resolução:

$x^2 + 2 = 0 \implies$

$\implies x^2 = -2$

Todo número real elevado a expoente par o resultado é de sinal positivo, logo não existe x que atenda essa equação, essa equação não tem raízes reais.

A solução da equação é $S = \varnothing$.

EXERCÍCIO PROPOSTO

6) Resolva as equações:

a) $x^2 - 4 = 0$

b) $x^2 = 9$

c) $49 = x^2$

d) $9x^2 = 16$

e) $4x^2 - 25 = 0$

f) $x^2 = 2$

g) $x^2 + 1 = 0$

h) $4x^2 = 100$

i) $3x^2 = 2$

j) $-2x^2 + 5 = 0$

l) $2x^2 + 11 = 0$

5.2 Caso 2 - Quando c = 0

Exemplo 1: Na equação $x^2 - 2x = 0$, temos $a = 1$, $b = -2$ e $c = 0$. Vamos resolvê-la.

Observe no 1º membro que o fator de x é comum (repete). Podemos colocá-lo em evidência:

$x^2 - 2x = 0 \implies$

$\implies x(x - 2) = 0$

$\implies x = 0$ ou $x - 2 = 0$, se um produto de números reais é igual a zero, então um dos fatores é zero.

$\implies x' = 0$ ou $x'' = 2$

$S = \{0, 2\}$.

Exemplo 2: Resolver a equação $3x^2 - 10x = 0$.

Resolução:

No 1º membro que o fator de x é comum (repete). Nesse caso sempre devemos colocá-lo em evidência para resolver a equação.

$3x^2 - 10x = 0 \implies$

$\implies x(3x - 10) = 0$

$\implies x = 0$ ou $3x - 10 = 0$,

$\implies x = 0$ ou $3x = 10$

$\implies x' = 0$ ou $x'' = \frac{10}{3}$

$S = \left\{0, \frac{10}{3}\right\}$.

EXERCÍCIO PROPOSTO

7) Resolva as equações do 2º grau:

a) $x^2 - 2x = 0$

b) $x^2 + 5x = 0$

c) $3x^2 - x = 0$

d) $2x^2 + x = 0$

e) $-x^2 + 4x = 0$

f) $-2x^2 - 7x = 0$

g) $4x^2 + 5x = 0$

h) $3x^2 + 7x = 0$

EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO

8) Resolva as equações do 2º grau:

a) $3x^2 + 7 = 0$

b) $x^2 - 16 = 0$

c) $x^2 - 16x = 0$

d) $x^2 = 100$

e) $7 = 3x^2$

f) $x^2 = 5x$

g) $-4x^2 + 5 = 0$

h) $2x^2 + 3 = 0$

i) $5x^2 = 0$

j) $5x^2 = 3x$

l) $5x^2 = 3$

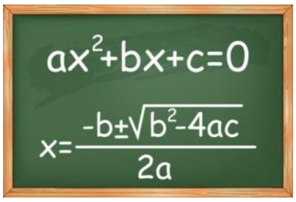
m) $x^2 = x$

EXERCÍCIO CONTEXTUALIZADO

9) Os 40 alunos de uma classe sentam-se em n fileiras de carteiras, cada uma com $n + 3$ carteiras. Se não sobra carteira vazia, quantos alunos há em cada fileira?

10) Uma sala de aula com 45 carteiras tem n fileiras de carteiras e cada fileira com $n + 4$ carteiras. Mostrando cálculos, quantas fileiras de carteiras têm nessa sala de aula?

6 . A FÓRMULA DAS RAÍZES DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU COMPLETA



6.1 A fórmula de Bhaskara

A fórmula de Bhaskara[1] é um método resolutivo para equação do 2° grau cujo nome homenageia o grande matemático indiano que a demonstrou pela primeira vez.

Essa fórmula é um método para encontrar as raízes reais de uma equação do segundo grau - $ax^2 + bx + c = 0$ - fazendo uso de seus coeficientes – a, b e c.

Em sua forma original, a fórmula de Bhaskara é dada pela seguinte expressão:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

6.2 O delta (Δ)

Discriminante é a expressão $b^2 - 4ac$ presente dentro da raiz da fórmula de Bhaskara, é comumente representado pela letra grega Δ (Delta). Portanto:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Nesta etapa substitua o valor dos coeficientes – a, b e c - da equação do segundo grau na fórmula do Δ e com os cálculos devidos encontre o seu valor.

O discriminante recebe esse nome pelo fato de discriminar os resultados do seguinte maneira:

- Se $\Delta > 0$ então a equação possui dois resultados (distintos) reais;
- Se $\Delta = 0$, então a equação possui apenas um resultado real;
- Se $\Delta < 0$, então a equação não possui resultados reais.

Portanto para calcular as raízes de uma equação do segundo grau, primeiramente calcule o valor do Δ.

6.3 Resolução pela fórmula de Bhaskara

Já calculado o valor do Δ, a fórmula de Bhaskara utilizada é da seguinte forma:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Nesta etapa basta substituir o valor de Δ e dos coeficientes – a e b - da equação do segundo grau.

Observação:

Note que na fórmula de Bhaskara existe um sinal $\pm$. Esse indica quem deve ser realizados dois cálculos. O primeiro para o caso em que o número que o segue seja positivo e o segundo para o caso em que o número que o segue seja negativo. É comum nomear cada um desses resultados como x' e x'' ou x_1 e x_2. Observe:

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ou} \quad x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Exemplos:

a) Vamos resolver a equação do 2º grau $x^2 - 5x + 6 = 0$ pela fórmula de Bhaskara.

Resolução:

Primeiro temos que saber quais são os valores dos coeficientes a, b e c, portanto,

[1] **Bhaskara Akaria,** também conhecido como **Bhaskaracharya**, nasceu na cidade de Vijayapura, na Índia, em 1114, e viveu até meados de 1185. De família de astrólogos indianos tradicionais, o pai, astromante de renome, chamava-se de Mahesvara. Nesse contexto, Bhaskara seguiu a tradição familiar, porém dedicou-se sobretudo à Matemática e à Astronomia. Foi professor, astrólogo, astrônomo, um dos mais importantes matemáticos do século XII. Foi também chefe do observatório astronômico de Ujjain, escola de matemática muito bem conceituada no período. Tornou-se famoso por ter complementado a obra do ilustre matemático e astrônomo indiano Brahmagupta (598-668), dando a solução geral da equação $x^2 - ny^2 = 1$; $n, x, y \in \mathbb{N}$ e $n > 1$. No Brasil, por volta de 1960, o nome de Bhaskara passou a designar a fórmula de resolução da equação do 2º grau. Historicamente existem registros de sua existência cerca de 4000 anos antes, em textos escritos pelos babilônios. Na Grécia (500 a.C.) também já se conhecia a resolução de algumas equações e era feito de forma geométrica. O método empregado por Bhaskara nas resoluções das equações quadráticas é do matemático indiano Sridhara (870-930 d.C.) e reconhecido pelo próprio Bhaskara. A fórmula para extrair essas raízes veio com um matemático francês, François Viète (1540-1603), que foi quem procurou dar um tratamento mais formal e algébrico para obter uma fórmula geral. (Fonte: WIKIPÉDIA. Bhaskara II. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Bhaskara_II>. Acesso em: 1 set. 2018.)

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 6 \end{cases}$$

Depois substituir os valores de a, b e c na fórmula do Δ, e assim, encontrar o seu valor, observe:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6$

$\Delta = 25 - 24$

$\Delta = 1$

Agora, a fórmula de Bhaskara,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{2} \quad \rightarrow \quad x' = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\searrow \quad x'' = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Portanto, as raízes da equação são

$x' = 3$ ou $x'' = 2$

e a solução $S = \{2, 3\}$.

b) Resolver a equação do 2º grau $x^2 - 8x + 7 = 0$ pela fórmula de Bhaskara.

Resolução:

Os coeficientes a, b e c,

$$x^2 - 8x + 7 = 0 \begin{cases} a = 1 \\ b = -8 \\ c = 7 \end{cases}$$

Substituindo os valores de a, b e c na fórmula do Δ:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7$

$\Delta = 64 - 28$

$\Delta = 36$

Agora, a fórmula de Bhaskara,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{8 \pm 6}{2} \quad \rightarrow \quad x' = \frac{8+6}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$\searrow \quad x'' = \frac{8-6}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Portanto, as raízes da equação são

$x' = 7$ ou $x'' = 1$

e a solução $S = \{1, 7\}$.

c) Resolver a equação do 2º grau $x^2 - 4x + 4 = 0$ pela fórmula de Bhaskara.

Resolução:

Os coeficientes a, b e c,

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 4 \end{cases}$$

Substituindo os valores de a, b e c na fórmula do Δ:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4$

$\Delta = 16 - 16$

$\Delta = 0$

Agora, a fórmula de Bhaskara,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{4 \pm 0}{2} \quad \rightarrow \quad x' = \frac{4+0}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\searrow \quad x'' = \frac{4-0}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

As raízes da equação são iguais, logo

$x' = x'' = 2$

e a solução $S = \{2\}$.

d) Resolver a equação do 2º grau $x^2 - 2x + 6 = 0$ pela fórmula de Bhaskara.

Resolução:

Os coeficientes a, b e c,

$$x^2 - 2x + 6 = 0 \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 6 \end{cases}$$

Substituindo os valores de a, b e c na fórmula do Δ:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6$

$\Delta = 4 - 24$

$\Delta = -20$

Agora, a fórmula de Bhaskara,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{-20}}{2 \cdot 1}$$

Sabemos por estudos anteriores que $\sqrt{-20} \notin \mathbb{R}$, então

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{-20}}{2 \cdot 1} \notin \mathbb{R}$$

Logo, a equação não tem raízes reais.

A solução da equação é $S = \varnothing$.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

11) Resolva as equações do 2º grau aplicando a fórmula de Bhaskara:

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$

b) $x^2 - 4x + 3 = 0$

c) $x^2 - 7x + 12 = 0$

d) $x^2 - 6x + 9 = 0$

f) $2x^2 - 14x + 20 = 0$

g) $x^2 + 2x + 4 = 0$

h) $x^2 - 8x + 16 = 0$

i) $x^2 - 8x + 12 = 0$

e) $x^2 - 7x + 10 = 0$ **j)** $x^2 - 2x + 6 = 0$

12) O que se pode dizer das raízes de uma equação do 2º grau se:

a) Seu discriminante for igual a zero? ($\Delta = b^2 - 4ac = 0$)

b) Seu discriminante for positivo? ($\Delta = b^2 - 4ac > 0$)

c) Seu discriminante for negativo? ($\Delta = b^2 - 4ac < 0$)

Nunca deixe que lhe digam:
Que não vale a pena
Acreditar no sonho que se tem
Ou que seus planos
Nunca vão dar certo
Ou que você nunca
Vai ser alguém...
Renato Russo

Apostila atualizada em 13/9/2018

Gostou da Apostila? Você a encontra no site: http://gilsilva10.wixsite.com/inicio/apostilas-de-matematica-e-fundament Link! Dê uma olhada.

Referências

MAZZIEIRO, A.; MACHADO, P. **Descobrindo e aplicando a Matemática**: Ensino Fundamental. 2. Ed. Belo Horizonte: Dimensão, 2015. (9º Ano).

IEZZI, G.; DOCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e Realidade**: Ensino Fundamental. 4. Ed. São Paulo: Atual, 2000. (8ª Série).

SILVA, L. **Fórmula de Bhaskara** Disponível em: < http://brasilescola.uol.com.br/matematica/formula-bhaskara.htm >. Acesso em: 4 mar. 2018.

WIKIPÉDIA. **Bhaskara II.** Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Bhaskara_II>. Acesso em: 1 set. 2018.