

FUNÇÃO DO 1º GRAU

DEFINIÇÃO

Chama-se função do 1.º grau toda função definida de $\mathcal{M} \rightarrow \mathcal{M}$ por $f(x) = ax + b$ com $a, b \in \mathcal{M}$ e $a \neq 0$.

Exemplos:

$f(x) = 5x - 3$, onde $a = 5$ e $b = -3$ (função afim)

$f(x) = 6x$, onde $a = 6$ e $b = 0$ (função linear)

$f(x) = x$, onde $a = 1$ e $b = 0$ (função identidade)

GRÁFICO DA FUNÇÃO DO 1.º GRAU

O gráfico de uma função do 1.º grau é uma reta não-paralela nem ao eixo x nem ao eixo y . Seu domínio é $D(f) = \mathcal{M}$ e sua imagem é $\text{Im}(f) = \mathcal{M}$.

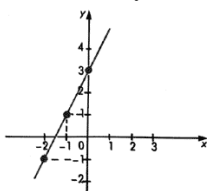
1.º exemplo: Construir o gráfico da função $y = 2x + 3$ ($a = 2 > 0$)

Resolução: Sabendo que o gráfico da função $y = 2x + 3$ é do 1.º grau, precisamos somente conhecer dois de seus pontos para traçá-lo. Esses dois pontos podem ser obtidos atribuindo-se dois valores arbitrários para x e determinando suas ../imagens (y).

Para $x = 0$ $y = 3$

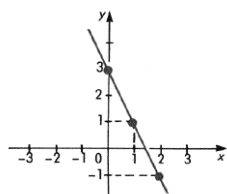
Para $x = -2$ $y = -1$

Para $x = -1$ $y = 1$



2.º exemplo: Construir o gráfico da função

$f(x) = -2x + 3$ ($a = -2 < 0$)



Conclusão:

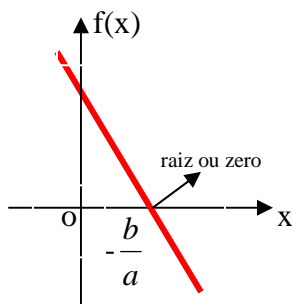
Se $a > 0$, a função $y = ax + b$ é crescente.

Se $a < 0$, a função $y = ax + b$ é decrescente.

ZERO OU RAIZ DA FUNÇÃO DO 1.º GRAU

Chama-se zero ou raiz da função do 1.º grau $f(x) = ax + b$ o valor de x para o qual $f(x) = 0$, logo:

$$ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = -\frac{b}{a}.$$

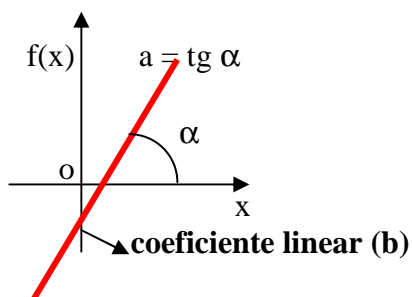


Observação: geometricamente, o zero da função do 1.º grau é a abscissa do ponto em que a reta corta o eixo x . Então, no exemplo, temos:

COEFICIENTES ANGULAR E LINEAR DA RETA:

O coeficiente de x , a , é chamado **coeficiente angular da reta**, que é o valor da tangente do ângulo do α que a reta forma com o eixo Ox , medido do eixo para a reta no sentido anti-horário.

O termo constante b , é, chamado **coeficiente linear da reta**, que é o valor da ordenada do ponto em que a reta corta o eixo Oy .



Observando os gráficos dos exemplos anteriores, podemos concluir que:

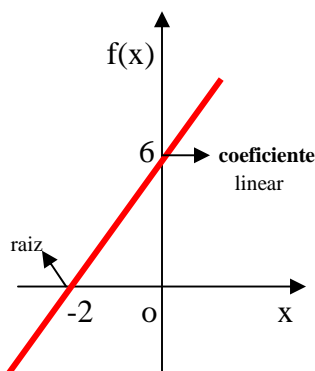
- 1º) Quando o coeficiente angular é positivo, ou seja, $a > 0$, a função é crescente.
- 2º) Quando o coeficiente angular é negativo, ou seja, $a < 0$, a função é decrescente.

Exemplos

1) Determinar a raiz e fazer a representação gráfica das funções:

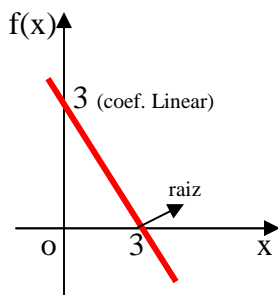
a) $f(x) = 3x + 6$

Resolução: $3x + 6 = 0 \Rightarrow 3x = -6 \Rightarrow x = -2$ (raiz)



b) $f(x) = -x + 3$

Resolução: $-x + 3 = 0 \Rightarrow -x = -3 \Rightarrow x = 3$ (raiz)



2) Determine os coeficientes angular e linear das retas representadas pelas funções abaixo e classifique-as em crescente ou decrescente.

a) $f(x) = 5x + 9$

Resolução: Coeficiente angular $a=5$, linear $b=9$.
 $a = 5 > 0$, logo, é crescente a função.

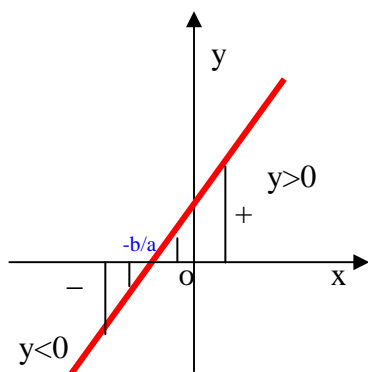
b) $f(x) = -4x+8$

Resolução: Coeficiente angular $a = -4$, linear $b = 8$.
 $a = -4 < 0$, logo, é decrescente a função.

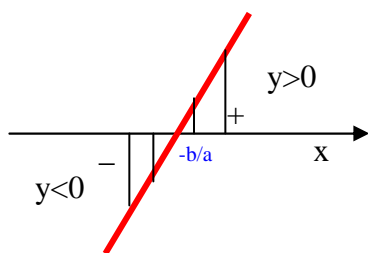
ESTUDO DO SINAL DA FUNÇÃO DE 1º GRAU

Estudar o sinal da função de 1º grau $y = ax + b$ significa determinar para quais valores de x a função é positiva, nula ou negativa. No estudo do sinal devemos considerar 2 casos:

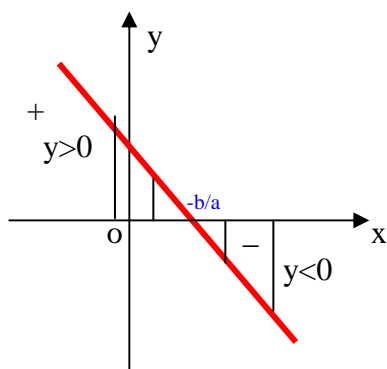
1º caso: $a > 0$ (função crescente)



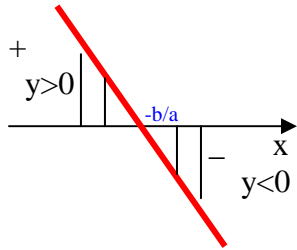
$$\bullet x > -\frac{b}{a} \Rightarrow y > 0 \quad \bullet x = -\frac{b}{a} \Rightarrow y = 0 \quad \bullet x < -\frac{b}{a} \Rightarrow y < 0$$



2º caso: $a < 0$ (função decrescente)



$$\bullet x < -\frac{b}{a} \Rightarrow y > 0 \quad \bullet x = -\frac{b}{a} \Rightarrow y = 0 \quad \bullet x > -\frac{b}{a} \Rightarrow y < 0$$

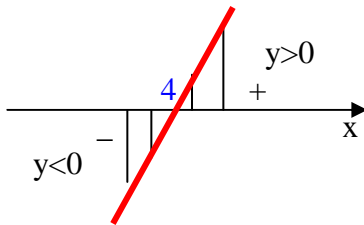


Exemplo: Estudar o sinal das funções:

a) $y = x - 4$

Resolução: $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

Como $a = 1 > 0$, a função é crescente, logo:



$$\bullet x > 4 \Rightarrow y > 0$$

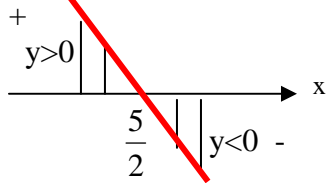
$$\bullet x = 4 \Rightarrow y = 0$$

$$\bullet x < 4 \Rightarrow y < 0$$

b) $y = -2x + 5$

Resolução: $-2x + 5 = 0 \Rightarrow -2x = -5 \quad (-1 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2})$

Como $a = -2 < 0$, a função é decrescente, logo:



$$\bullet x < 5/2 \Rightarrow y > 0$$

$$\bullet x = 5/2 \Rightarrow y = 0$$

$$\bullet x > 5/2 \Rightarrow y < 0$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO DA APRENDIZAGEM

1) Classifique as funções do 1º grau abaixo em afim(A), linear(L) e identidade(I);

a) $y = 3x$ resp: L b) $f(x) = x$ resp: I c) $f(x) = 4x - 7$ resp: A d) $y = -5x + 9$ resp: A

2) Determine **m**, de modo que $f(x) = (4m + 16)x - 6$, seja uma função:

a) constante resp: $m = -4$ b) do 1º grau resp: $m \neq -4$

3) Determine **p**, de modo que $f(x) = (5p + 15)x + 6$, seja uma função do 1º grau:

a) crescente resp: $p > -3$ b) decrescente resp: $p < -3$

4) Determine o valor de **m**, de modo que a função $f(x) = 5x + (m - 5)$, intercepte o eixo **x**, no ponto de abscissa 1. resp: $m = 0$

5) Determine o valor de **m**, de modo que o coeficiente angular da reta definida pela função $f(x) = (m + 7)x - 8$, seja igual a 10. resp: $m = 3$

6) Determine o valor de **p**, de modo que o coeficiente linear da reta definida pela função $f(x) = x - (p + 8)$, seja igual a -1. resp: $m = -7$

7) Determine o valor de **m**, de modo que a raiz da função $f(x) = (2m + 7)x - 8$, seja igual a 1. resp: $m = 1/2$

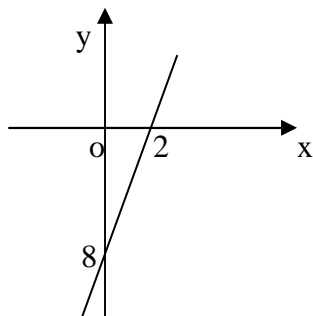
8) Dada a função $f(x) = 4x - 8$. Determine:

a) Os coeficientes angular e linear da reta. resp: angular $a = 4$ linear $b = -8$

b) Se ela é crescente ou decrescente. resp: crescente

c) A raiz. resp: 2

d) O gráfico. resp:



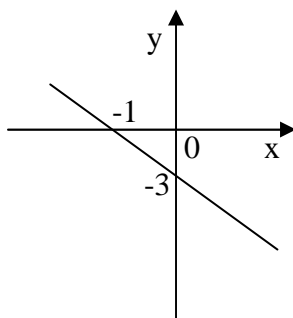
9) Dada a função $f(x) = -3x - 3$. Determine:

a) Os coeficientes angular e linear da reta. resp: angular $a = -3$ linear $b = -3$

b) Se ela é crescente ou decrescente. resp: decrescente

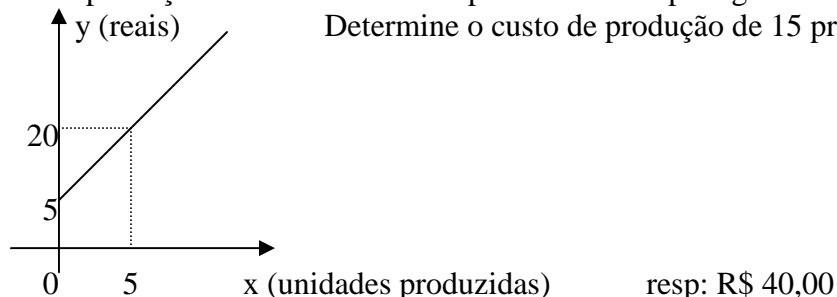
c) A raiz. resp: -1

d) O gráfico. resp:



10) Determine a função do 1º grau cujo o gráfico passa pelos pontos A(0; -1) e B(1; 3).
resp: $f(x) = 4x - 1$

11) O custo de produção de um determinado produto é dado pelo gráfico abaixo:



12) Estude o sinal da função do 1º grau:

- a) $y = 3x + 9$ resp. $y > 0$ para $x > -3$, $y = 0$ para $x = -3$ e $y < 0$ para $x < -3$
 b) $y = -4x + 16$ resp. $y > 0$ para $x < 4$, $y = 0$ para $x = 4$ e $y < 0$ para $x > 4$
 c) $y = 6x - 30$ resp. $y > 0$ para $x > 5$, $y = 0$ para $x = 5$ e $y < 0$ para $x < 5$
 d) $y = -2x + 1$ resp. $y > 0$ para $x < 1/2$, $y = 0$ para $x = 1/2$ e $y < 0$ para $x > 1/2$

13) Resolva os sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} 4x - 15 \geq 15 \\ x + 6 > 10 \end{cases} \quad \text{resp: } S = \{ x \in \mathbb{R} / x \geq 5 \} \quad \text{b) } \begin{cases} x - 5 > -10 \\ 2x - 2 < 10 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \quad \text{resp: } S = \{ x \in \mathbb{R} / 2 < x < 6 \}$$

14) Resolva as inequações:

- a) $1 < 3x - 2 \leq 10$ resp: $S = \{ x \in \mathbb{R} / 1 < x \leq 4 \}$
 b) $2x - 5 < 3x + 4 < 6x + 6$ resp: $S = \{ x \in \mathbb{R} / x > -2/3 \}$
 c) $(x+2) \cdot (-2x+3) \geq 0$ resp: $S = \{ x \in \mathbb{R} / -2 \leq x \leq 3/2 \}$
 d) $(-x+1) \cdot (-2x+10) \cdot (x+3) > 0$ resp: $S = \{ x \in \mathbb{R} / -3 < x < 1 \text{ ou } x > 5 \}$
 e) $\frac{3x-4}{x-2} < 0$ resp: $S = \{ x \in \mathbb{R} / 4/3 < x < 2 \}$
 f) $\frac{(x-2) \cdot (4-x)}{x+3} \geq 0$ resp: $S = \{ x \in \mathbb{R} / x < -3 \text{ ou } 2 \leq x \leq 4 \}$

15) (Unesp) A unidade usual de medida para a energia contida nos alimentos é kcal (quilocaloria). Uma fórmula aproximada para o consumo diário de energia (em kcal) para meninos entre 15 e 18 anos é dada pela função $f(h) = 17 \cdot h$, onde h indica a altura em cm e, para meninas nessa mesma faixa de idade, pela função $g(h) = (15,3) \cdot h$. Paulo, usando a fórmula para meninos, calculou seu consumo diário de energia e obteve 2.975 kcal. Sabendo-se que Paulo é 5 cm mais alto que sua namorada Carla (e que ambos têm idade entre 15 e 18 anos), o consumo diário de energia para Carla, de acordo com a fórmula, em kcal, é

- a) 2501 b) 2601 c) 2770 d) 2875 e) 2970 resp: b

16) (Puc-MG) A receita R , em reais, obtida por uma empresa com a venda de q unidades de certo produto, é dada por $R(q) = 115q$, e o custo C , em reais, para produzir q dessas unidades, satisfaz a equação $C(q) = 90q + 760$. Para que haja lucro, é