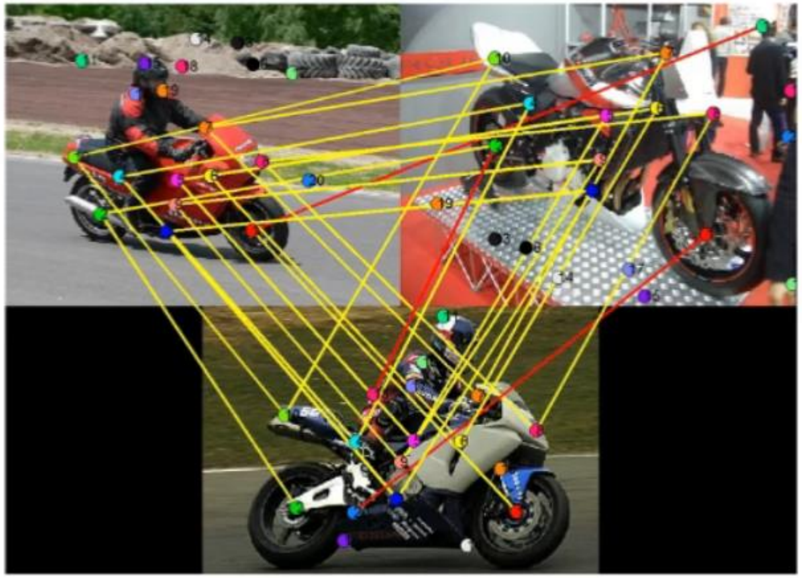
图匹配基本概念与应用



讲述人：李嘉鑫

目录

北京理工大学 BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

◆图的概念

沃兹基硕德

简单来说，就是算法书中的图的定义，图由结点和边组成，带方向的边组成的图为有向图，没有方向的边组成的图叫做有向图。

图信号的处理

简单来说，就是一个图中的结点是存在嵌入特征的，而这些结点之间呢，是通过边来连接的（有关系的结点，就有边连接；关系越大的结点，边的权重也越大）。

这样在更新结点信息的时候，单个结点的嵌入信息，能够通过其所连接的结点信息进行边的加权融合，得到新的结点信息。

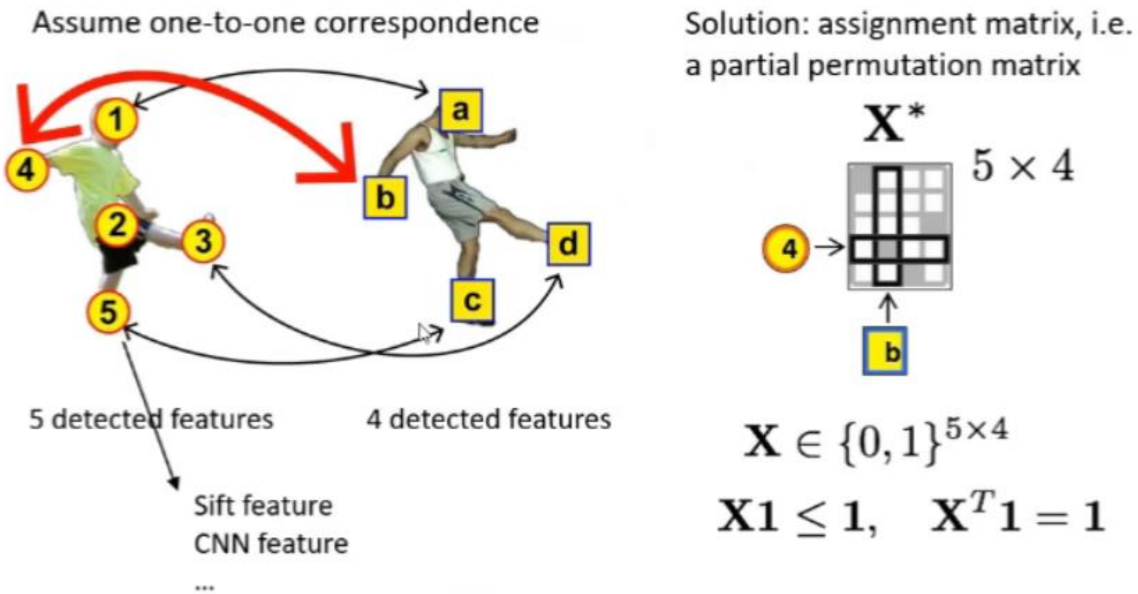
更多详细的内容，请看实验室网站中我关于图神经网络的入门分享...

北京理工大学 BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

◆基本概念

图匹配的概念

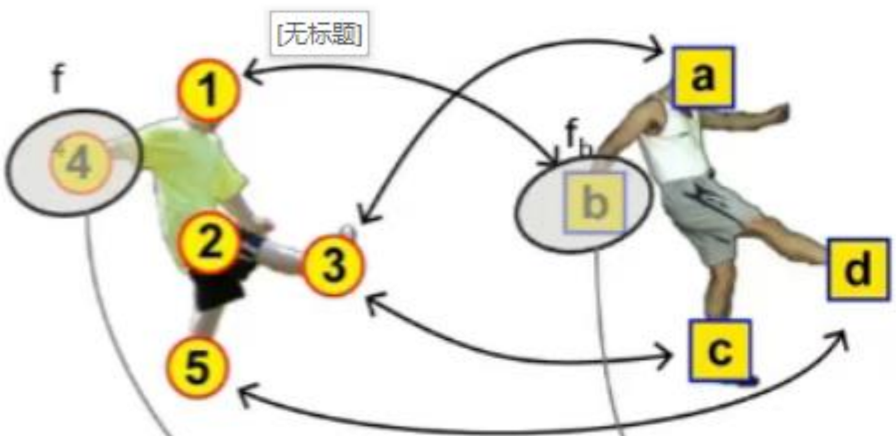
通俗来说，谈到匹配，一定是多于一个对象的操作，比如图像的匹配，图像的配准等。那么图匹配就是将两组或者多组的图中的相对应结点进行正确分配的过程。（当然了，在匹配过程中，边也需要参与匹配）



$$\mathbf{X} \in \{0,1\}^{5\times 4}$$

$$\mathbf{X}\mathbf{1} \le \mathbf{1}, \quad \mathbf{X}^T\mathbf{1} = \mathbf{1}$$

◆ Node-wise的图匹配



Linear Assignment Problem

$$\max_{\mathbf{X}} \quad \mathrm{tr}\left(\mathbf{X}^T \mathbf{K}_p\right)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{X} \in \{0,1\}^{5\times 4}$$

$$\mathbf{X1} \le \mathbf{1}, \quad \mathbf{X}^T\mathbf{1} = \mathbf{1}$$

Node-to-node
affinity/cost matrix

$$c_{st} = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{f}_s - \mathbf{f}_t\|_2}{\sigma^2 D}\right)$$

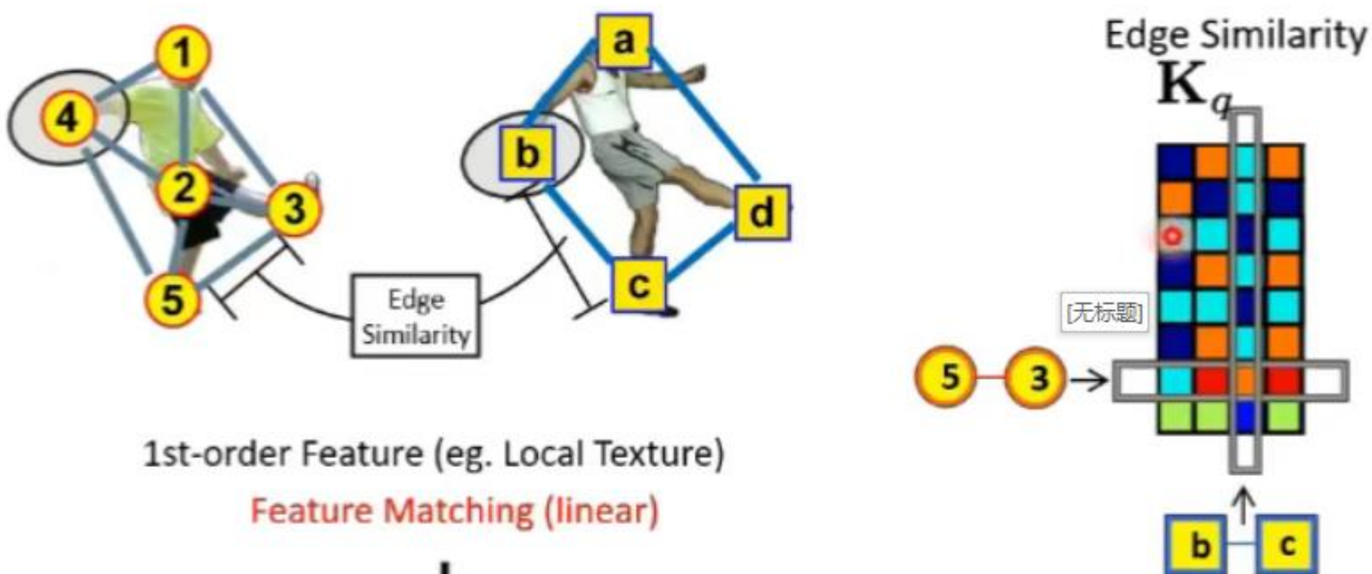
Hungarian Algorithm
(Kuhn & Munkres, 1955)
Global optimality is ensured by
O(n^3) time complexity where n is the number of nodes

匈牙利算法详情可见我写的博客....

二 图匹配的基本概念

◆ Edge-wise的图匹配

Build graph by Delaunay Triangulation



1st-order Feature (eg. Local Texture)

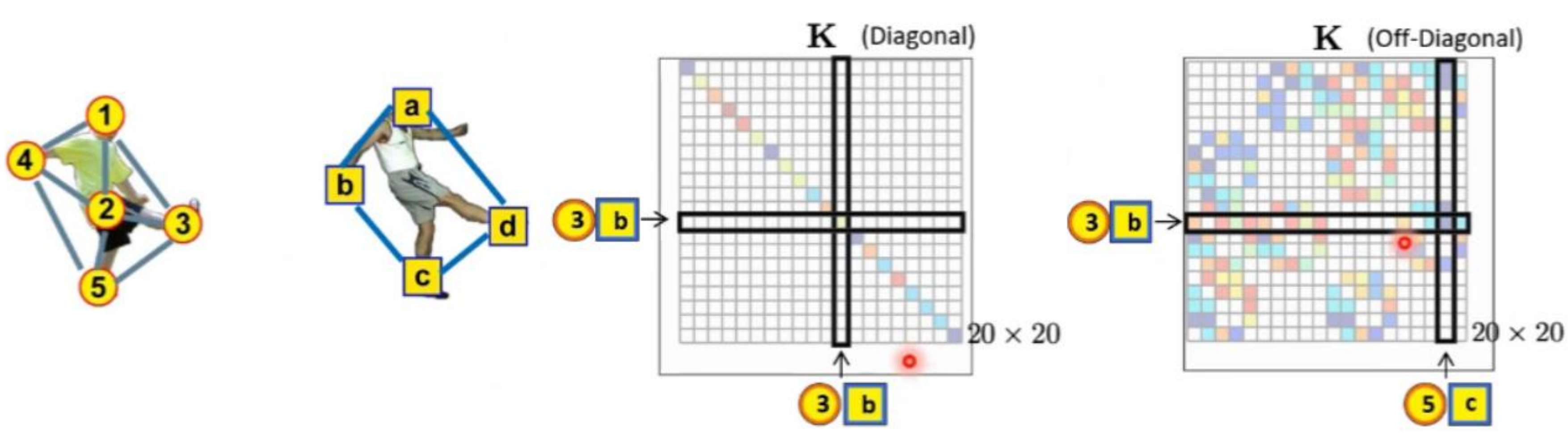
Feature Matching (linear)

+

2nd-order Feature (eg, Edge Length)

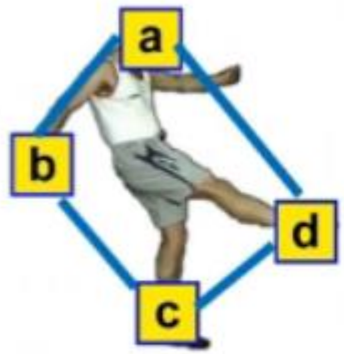
Graph Matching (quadratic)

◆ 边与点的相似度度量



二 图匹配的基本概念

◆ 二次分配问题



$$\max_{\mathbf{X}} \quad \mathrm{vec}(\mathbf{X})^T \, \mathbf{K} \, \mathrm{vec}(\mathbf{X})$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{X} \in \{0,1\}^{5\times 4}$$

$$\mathbf{X}\mathbf{1} \leq \mathbf{1}, \quad \mathbf{X}^T\mathbf{1} = \mathbf{1}$$

NP-hard

Branch-Bound

Koopmans & Beckmann, 1955
Lawler, 1963
Loiola et al, 2007

◆ 二次分配问题

$$\max_{\mathbf{X}} \ \mathrm{vec}(\mathbf{X})^T \mathbf{K}\, \mathrm{vec}(\mathbf{X})$$

$$\text{s.t.} \ \cancel{\mathbf{X} \in \{0,1\}^{5\times 4}}$$

$$\cancel{\mathbf{X}\mathbf{1} \leq \mathbf{1}, \quad \mathbf{X}^T\mathbf{1} = \mathbf{1}}$$

$$\|\mathrm{vec}(\mathbf{X})\|_2^2 = 1$$

Faster

Not Tight

Not Discrete

Spectral Method is Faster


M. Leordeanu


M. Hebert


T. Cour


J. Shi

Not Convex
(K is Indefinite)

$$\max_{\mathbf{X}} \ \mathrm{vec}(\mathbf{X})^T \mathbf{K}\, \mathrm{vec}(\mathbf{X})$$

[无标题]

$$\text{s.t.} \ \cancel{\mathbf{X} \in \{0,1\}^{5\times 4}} \ \mathbf{X} \in [0,1]^{5\times 4}$$

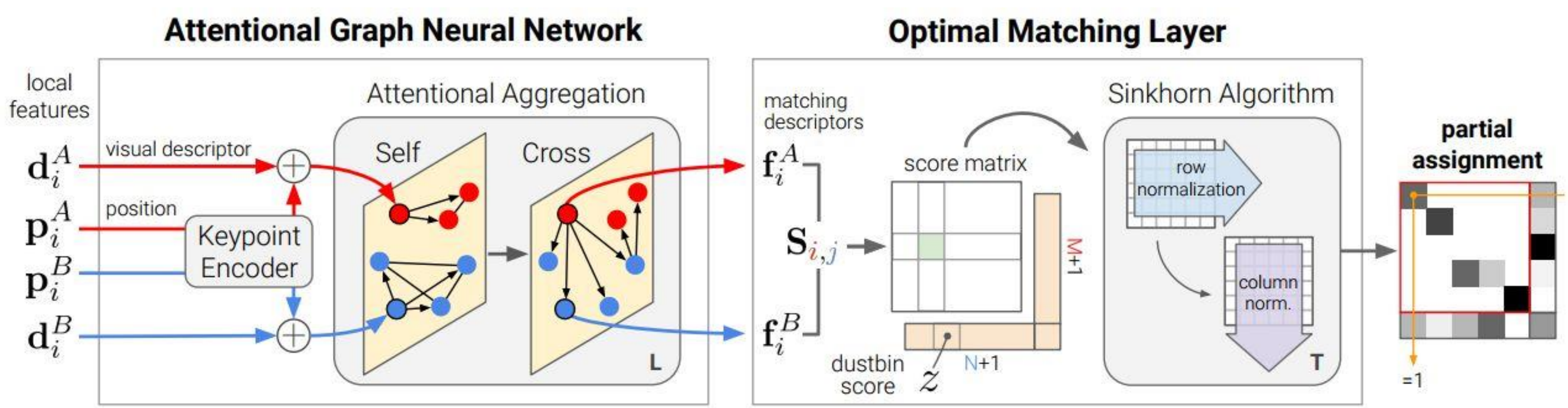
$$\mathbf{X}\mathbf{1} \leq \mathbf{1}, \quad \mathbf{X}^T\mathbf{1} = \mathbf{1}$$

Slower

Not Discrete

◆ 图像配准

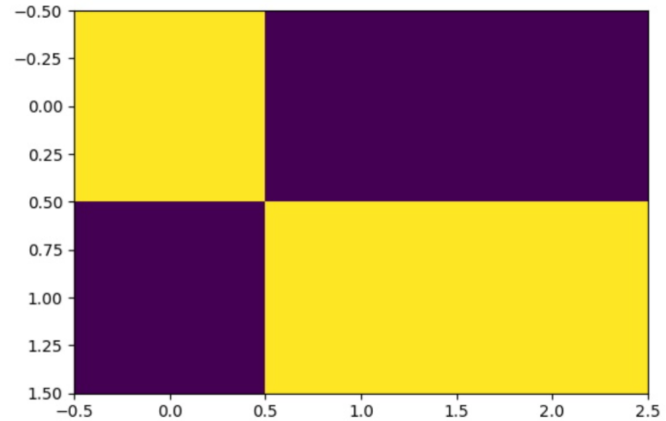

SuperGlue
Keypoints: 239:259
Matches: 216


Attentional Graph Neural Network
Optimal Matching Layer
local features
visual descriptor
position
Keypoint Encoder
Attentional Aggregation
Self
Cross
L
matching descriptors
score matrix
Sinkhorn Algorithm
row normalization
column norm.
T
dustbin score
N+1
M+1
partial assignment
=1

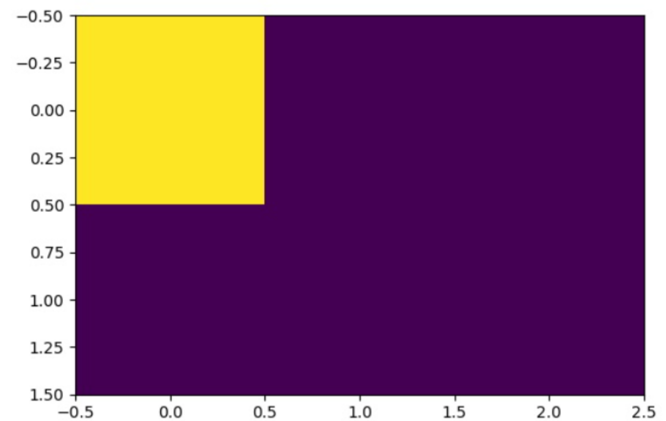
◆ 图像配准

0.8	0.1	0.1
0.1	0.2	0.1

sinkhorn



0.8	0.1	0.1	0.5
0.1	0.2	0.1	0.5
0.5	0.5	0.5	0.5



◆ 多目标跟踪

在多目标跟踪任务中，前后帧的目标匹配关系也是同样的图匹配的优化问题，在多目标跟踪中，首先提取目标的位置特征以及目标的嵌入特征，随后就是对特征的组合，特征组合后要确定一幅图的邻接矩阵，该邻近矩阵的构建可以通过IoU判定目标结点之间的连接关系。随后就是对图更新（图自身更新，图与图之间的交叉更新）。图更新后得到最终的结点特征，利用这些特征构建相似度矩阵，最后进行sinkhorn的求解。

北京理工大学 BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY

◆ 多目标跟踪