

Коломієць Микола Ом-4, Варіант 8

Варіант 8

8.1. Економіка країни розбита на дві виробничі галузі (промисловість та сільське господарство). За минулий рік повний випуск промислових виробництв у вартісній формі був розподілений таким чином:

- 650 млн. грн. для виробничих потреб промисловості;
- 370 млн. грн. для виробничих потреб сільського господарства;
- 750 млн. грн. для споживання населення (згідно попиту на цю продукцію).

В той же час повний випуск сільськогосподарської продукції (у вартісній формі) був розподілений таким чином:

- 300 млн. грн. для виробничих потреб промисловості;
- 350 млн. грн. для виробничих потреб сільського господарства;
- 550 млн. грн. для споживання населення (згідно попиту на цю продукцію).

Розрахувати ціни на промислову та сільськогосподарську продукцію, якщо відомо, що додана вартість в цінах складає:

- 0.5 - для промисловості;
- 0.7 - для сільського господарства.

```
In [ ]: import matplotlib.pyplot as plt
import sympy as sp
import numpy as np
import scipy as scr
```

```
In [ ]: x11, x12, x21, x22, y1, y2 = sp.symbols('x_{11} x_{12} x_{21} x_{22} y_1 y_2')
x1 = x11 + x12 + y1
x2 = x21 + x22 + y2
```

```
In [ ]: params = {
    # промисловість
    x11: 650,
    x12: 370,
    y1: 750,
    # сільське господарство
    x21: 300,
    x22: 350,
    y2: 550
}
```

```
In [ ]: A = sp.Matrix([[x11/x1, x12/x2], [x21/x1, x22/x2]])
A
```

Out[]:
$$\begin{bmatrix} \frac{x_{11}}{x_{11}+x_{12}+y_1} & \frac{x_{12}}{x_{21}+x_{22}+y_2} \\ \frac{x_{21}}{x_{11}+x_{12}+y_1} & \frac{x_{22}}{x_{21}+x_{22}+y_2} \end{bmatrix}$$

In []: `A = A.subs(params)`
A

Out[]:
$$\begin{bmatrix} \frac{65}{177} & \frac{37}{120} \\ \frac{10}{59} & \frac{7}{24} \end{bmatrix}$$

In []: `s = sp.Matrix([0.5, 0.7]).T`
s

Out[]:
$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.7 \end{bmatrix}$$

In []: `E = sp.Matrix([[1, 0], [0, 1]])`
`B = sp.Inverse(E - A)`
`p = s * B`
p

Out[]:
$$\begin{bmatrix} 1.19411414982164 & 1.50802615933413 \end{bmatrix}$$

Висновок ціна на промислову продукцію складає $p_1 = 1.19$ мільйонів гривень, на сільськогосподарську продукцію $p_2 = 1.51$ мільйонів гривень

8.2. Знайти власні числа матриці A, коефіцієнти характеристичного поліному, її число Фробеніуса, правий та лівий

вектори Фробеніуса. Зробити висновок про продуктивність даної матриці: A

$$\begin{pmatrix} 0.45 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.25 & 0.4 \\ 0.3 & 0.35 & 0.3 \end{pmatrix}.$$

Для цієї матриці знайти матрицю повних витрат B. Дослідити на збіжність суму ряду $E + A + A^2 + \dots + A^N$ до матриці повних витрат (критерій збіжності - величини елементів відповідних матриць відрізняються менше, ніж на 0.01).

Знайти вектор кінцевого випуску, якщо вектор кінцевого споживання продукції

$$y = \begin{pmatrix} 100 \\ 70 \\ 110 \end{pmatrix}.$$

In []: `A = sp.Matrix([[0.45, 0.3, 0.2], [0.2, 0.25, 0.4], [0.3, 0.35, 0.3]])`
`# Знайдемо власні числа`
`eigenvalues = A.eigenvals()`
`for eigenvalue in eigenvalues.keys():`
`print(eigenvalue)`

```
0.917307682853362
0.164080842588588
-0.0813885254419498
```

```
In [ ]: # знайдемо коефіцієнти характеристичного поліному матриці A
A.charpoly().coeffs()
```

```
Out[ ]: [1.000000000000000, -1.000000000000000, 0.062500000000000, 0.012250000000000]
```

```
In [ ]: # знайдемо число Форбеніуса
forbenius = max(eigenvalues.keys())
print(forbenius)
# знайдемо правий вектор Форбеніуса
eigenvector = A.eigenvecs()[0][2][0]
eigenvector
```

```
0.917307682853362
```

```
Out[ ]: [0.598814750700913]
        [0.536116387953526]
        [0.594979086111997]
```

```
In [ ]: A.T.eigenvecs()[0][2][0] # лівий вектор Форбеніуса
```

```
Out[ ]: [0.603087142700711]
        [0.565957576954312]
        [0.562119132744205]
```

```
In [ ]: forbenius < 1 # матриця продуктивна
```

```
Out[ ]: True
```

```
In [ ]: E = sp.Matrix([[1, 0, 0], [0, 1, 0], [0, 0, 1]])
B = sp.Inverse(E - A) * E
B
```

```
Out[ ]: [5.1505016722408  3.74581939799331  3.61204013377926]
        [3.47826086956522  4.34782608695652  3.47826086956522]
        [3.94648829431438  3.77926421404682  4.71571906354515]
```

```
In [ ]: A_sum = E
k = 0
Ak = A
while abs((A_sum - B)[2]) > 0.01:
    A_sum += Ak
    Ak *= A
    k+=1
print(k)
```

```
69
```

```
In [ ]: B * sp.Matrix([100, 70, 110]) # вектор кінцевого випуску продукції
```

```
Out[ ]: 
$$\begin{bmatrix} 1174.58193979933 \\ 1034.78260869565 \\ 1177.92642140468 \end{bmatrix}$$

```