

ix35 题目集

ix35

June 2023

目录

1 脑力	2
2 Treequery	4
3 Path	6
4 Odyssey	8
5 Match	10
6 Tom & Jerry	12
7 恭喜你发现签到题	14
8 记忆	16
9 切蛋糕	18
10 吃豆人	20
11 重力球	22
12 远古档案馆	24
13 珍珠帝王蟹	26
14 天体探测仪	28
15 风暴之眼	30
16 旧神归来	32

17 线段树	34
18 Origami	36
19 Nia	38
20 Kurumi	40
21 Yoshino	42
22 Speike & Tom	44
23 Matrix	46
24 氮	48
25 氧	50
26 氟	52
27 暗物质	54
28 零	56
29 零二	58
30 暗零	60
31 Astral Birth	62
32 切割冰片	64
33 将军棋	66
34 竞赛	68
35 波特	70
36 新年的搜索记录	72
37 来自冥王星的外星旅人	74
38 Chase Game 3	76

39 金蓋花	78
40 红草莓	80
41 黄玫瑰	82
42 紫丁香	84
43 白鹭兰	86
44 橙垒球	88
45 见贤思齐	90

说明

能公开的题目基本都公开了，但有一些题目不适合公开（如 xmoj，洛谷省选计划，ZROI 的题目），这里将不会提供它们的题面和题解。为了避免一些不必要的麻烦，有些题目的用途没有写全，主要是联测题若被用到其他地方则不会再标注联测。

由于题目描述和数据范围是直接从题面里截出来的，所以有的数据范围里的变量在题目描述里找不到，但是多半可以脑补出来。

题面并非全部是从公开版题面中取的，因此可能有些大家没见过的题面。

题目大致以时间排序，但也有一定的随意性。

红色的是觉得出得很好的题。

最好不要问我：为什么我做到的你出的某某题不在这里啊？

大量图片来源于网络，侵删。

1 脑力

2020.1



其他名称: 无

用途: 联测

提交方式: 无

难度: 4/10

Tag: 字符串, 计数

背景

本题是一道很早就出了的题，原本将放到 MdOI R1 中作为 C 题，然而偶然与九条可怜所出的一道模拟赛题撞题，因此改投联测。

题目名称来自音游曲 Brainpower，希望大家都听过 Brainpower 了。

题目描述

我们定义：

1. 一句歌词是一个长度为 m 的，仅由小写字母构成的字符串；
2. 一首歌曲是一个由 n 句歌词组成的字符串序列；
3. 一首歌曲的 san 值为：将所有歌词插入一棵字典树上，该字典树的结点数量。

显然，一首歌曲的各句歌词重复率越高，就越容易洗脑，也就是说 san 值越低越容易洗脑。

现在给定一首歌曲，由于被洗脑后 ix35 的 san 值很低，所以他忘记了歌词中的某些位置，现在他想要知道：如果这些被忘记的位置随机选择一个小写字母填上，整首歌曲 san 值的期望是多少？

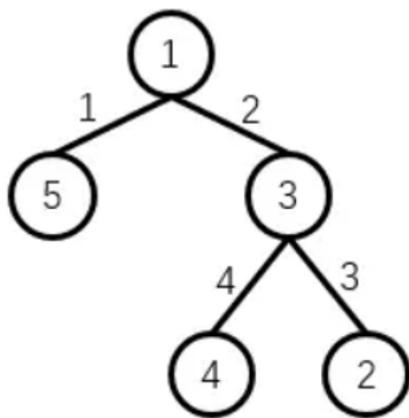
答案对 998244353 取模。

数据范围

$$1 \leq n \leq 12, 1 \leq m \leq 1000$$

2 Treequery

2020.1



其他名称：孤程

用途：MdOI R1 D

提交方式：Luogu P6071

难度：6/10

Tag：数据结构

背景

这也是一道很早前就出的题，由于 MdOI R1 差一道题所以就当作了其 D 题。题面由 xht37 润色。

题目描述

给定一棵 n 个点的无根树，边有边权。

令 $E(x, y)$ 表示树上 x, y 之间的简单路径上的所有边的集合，特别地，当 $x = y$ 时， $E(x, y) = \emptyset$ 。

你需要实时回答 q 个询问，每个询问给定 p, l, r ，请你求出集合 $\bigcap_{i=l}^r E(p, i)$ 中所有边的边权和，即 $E(p, l \dots r)$ 的交所包含的边的边权和。

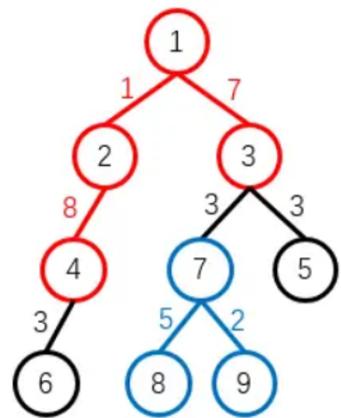
通俗的讲，你需要求出 p 到 $[l, r]$ 内每一个点的简单路径的公共部分长度。

数据范围

$$1 \leq n, q \leq 2 \times 10^5, 1 \leq x, y, p \leq n, 1 \leq l \leq r \leq n, 1 \leq w \leq 10^4$$

3 Path

2020.1



其他名称: 无

用途: MdOI R1 E

提交方式: Luogu P6072

难度: 6/10

Tag: 数据结构

背景

本题原解法是回滚莫队，但被 lxl 指出存在 polylog 做法，可见洛谷题解。
题面由 xht37 润色。

题目描述

给定一棵 n 个点的无根树，边有边权。

令 $V(x, y), E(x, y)$ 分别表示树上 x, y 之间的简单路径上的所有点的集合和所有边的集合，特别地，当 $x = y$ 时， $V(x, y) = \{x\}$ ， $E(x, y) = \emptyset$ 。

再令边集 E 的权值 $f(E)$ 为 E 中所有边的权值的异或和，当 $E = \emptyset$ 时， $f(E) = 0$ 。

现在，要你求出：

$$\max_{1 \leq x, y, u, v \leq n, V(x, y) \cap V(u, v) = \emptyset} (f(E(x, y)) + f(E(u, v)))$$

通俗的讲，你要选择两条简单路径，满足没有重合的点，且边权异或之和最大。

数据范围

$$2 \leq n \leq 3 \times 10^4, 1 \leq x, y \leq n, 0 \leq w \leq 10^9$$

4 Odyssey

2020.4



其他名称: 无

用途: MdOI R2 C

提交方式: Luogu P6381

难度: 4/10

Tag: 图论, 数论

背景

原本只有一个“完美数对”的 idea，然后感觉太简单了就和 DAG 上的 DP 套了一下。

洛谷上的题目背景描述了几何冲刺最难 Demon 的变迁，当时的最难 Demon 是 The Golden，即下文的“金色遗迹”：

超越音速的极限，不及瑰丽多变的极光；
微弱的脉冲，开拓原本一片混沌的天地；
沉郁的蓝缓缓闪动，史诗的红迎接巅峰；
血色的夕阳尽头，是将夜的星辰；
夜半的满天星空，也会被来自地狱的硝烟掩盖；
炽红炼狱消逝，只金色遗迹永存。
在这里等待着每一位的，都是一段艰苦而璀璨的旅程。

题目描述

若正整数 a 与 b 满足：

- a 与 b 的积是一个正整数的 k 次方，即存在正整数 c 使得 $ab = c^k$ 。

那么我们称 (a, b) 为一组完美数对。

有一个包含 n 个结点和 m 条边的有向无环图，这张图中的每条边都有权值和长度两个属性。

如果一条路径 P 满足以下条件之一，则称其为一条完美路径：

- P 中仅包含一条边。
- P 从其起点开始依次为 $e_1, e_2, e_3, \dots, e_p$ 这 p ($p \geq 2$) 条边，对于任意的 $1 \leq i \leq p - 1$, e_i 的权值和 e_{i+1} 的权值组成完美数对。

你要求出图中最长完美路径的长度，一条路径的长度定义为这条路径上所有边的长度之和。

数据范围

$$1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq m \leq 2 \times 10^5, 1 \leq k \leq 10, 1 \leq u, v \leq n, 1 \leq w \leq 10^5, 1 \leq l \leq 10^4$$

5 Match

2020.7

其他名称: 无

用途: 被卖了 (流泪)

提交方式: 无

难度: 8/10

Tag: 字符串

背景

讲件很有意思的事情，2020 年 7 月我把这题卖给神秘人，2022 年 7 月学弟在 ZROI 上做到了这道题，据说那场的出题人是一个之前的国家队（？）。谢谢你，蒙古人。

本题还有一个对偶版本没出，不过需要 FFT，不知道啥时候有机会出。

题目描述

非公开

6 Tom & Jerry

2020.9



其他名称: Tom and Jerry

用途: 联测 / 2020 集训队作业自选题

提交方式: Luogu P7353 / LOJ 3406

难度: 8/10

Tag: 图论, DP

背景

第一次出的联测题，不过可能难了一点所以最高分只有十几分。后来集训队作业布置之后就把这题挂到集训队作业 OJ 上，当成自选题了，后来被搬到了洛谷和 LOJ。

题目描述

给定一张包含 n 个顶点和 m 条边的无向连通图，Tom 和 Jerry 在图上进行了 q 次追逐游戏。

在第 i 次游戏中，Tom 一开始位于顶点 a_i ，而 Jerry 一开始位于顶点 b_i （双方任何时候都知道自己和对方的位置），追逐规则如下：

- Jerry 和 Tom 交替行动，Jerry 先行动。
- Jerry 每次行动可以通过无向图中的任意多条边（可以选择不移动），但是在移动过程中不能经过 Tom 当前所在的结点，否则就会被抓住。
- Tom 每次行动只能通过无向图中的至多一条边（可以选择不移动）。
- 如果 Tom 在一次行动后到达了 Jerry 的位置，那么 Tom 胜利。

Tom 尽量想要胜利，而 Jerry 会尽量阻止 Tom 胜利。

现在你需要对于每一局游戏，求出 Tom 是否一定能在有限次行动内获胜。

数据范围

$$1 \leq n, m, q \leq 10^5, 1 \leq x, y, a, b \leq n, a_i \neq b_i$$

保证给出的无向图连通，且不含重边和自环。

7 恭喜你发现签到题

2020.11



ix35 🌟 Eschaton 8 个月前

笑死，我也出过这题 || @gyh20 :撞的题是 AGC044D，难度真的是送分题。。。 ||
@AThousandSuns :《送分》。 || @gyh20 :出了一上午的送分题撞了 AGC。出了一上午的送分题撞了 AGC。出了一上午的送分题撞了 AGC。出了一上午的送分题撞了 AGC。出了一上午的送分题撞了 A

其他名称: 无

用途: 联测

提交方式: 无 (不过可以做一下 AGC 044 D)

难度: 4/10

Tag: 字符串, 交互

背景

出到 WC 联测，结果好像十几分钟内就被风口浪尖的集训队员给过了。

后记：详见上一页图片。

题目描述

本题为交互题。

有一个未知的字符串 S ，它的字符集是 $\{a,b,c\}$ ，它的长度在 $[L, R]$ 中，其中 L, R 是给定的常数。

为了猜出这个字符串，你可以做若干次询问，每次询问中：

- 你需要给出一个长度不超过 R 的，字符集为 $\{a,b,c\}$ 的字符串 T ；
- 交互库会返回： T 是否是 S 的子序列（不必连续）。

设 S 的实际长度为 n ，你需要在 $\lfloor k \times n \rfloor$ 次询问以内得到 S ，其中 k 是给定的常数。

数据范围

最后子任务： $L = 2000, R = 4000, k = 1.7$

8 记忆

2020.?

lsyxw

其他名称: 无

用途: Rochine Round 3 E

提交方式: Luogu P6864

难度: 5/10

Tag: 数据结构

背景

有一天，一个叫 Feecle6418 的人在洛谷上征题，正好 MdOI 题都够了，我就把这题给他了。

原背景：小 W 想写一个关于记忆的题目背景，但是他忘了。

题目描述

有一个括号串 S ，一开始 S 中只包含一对括号（即初始的 S 为 $()$ ），接下来有 n 个操作，操作分为三种：

1. 在当前 S 的末尾加一对括号（即 S 变为 $S()$ ）；
2. 在当前 S 的最外面加一对括号（即 S 变为 (S) ）；
3. 取消第 x 个操作，即去除第 x 个操作造成过的一切影响（例如，如果第 x 个操作也是取消操作，且取消了第 y 个操作，那么当前操作的实质就是恢复了第 y 个操作的作用效果）。

每次操作后，你需要输出 S 的能够括号匹配的非空子串（子串要求连续）个数。

一个括号串能够括号匹配，当且仅当其左右括号数量相等，且任意一个前缀中左括号数量不少于右括号数量。

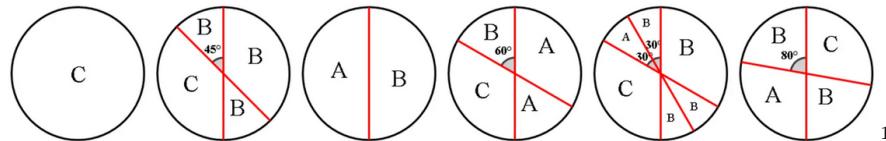
数据范围

$$1 \leq n \leq 2 \times 10^5, op \in \{1, 2, 3\}, 1 \leq x \leq n$$

一个操作在形式上最多只会被取消一次（即所有 x 互不相同）。

9 切蛋糕

2021.3



1

其他名称: 无

用途: NOI Online 2021 入门组 T1

提交方式: Luogu P7471

难度: 1/10

Tag: 无

¹图片由 uwagjaynoi 绘制。

背景

很好一个签到题。

题目描述

Alice, Bob 和 Cindy 三个好朋友得到了一个圆形蛋糕，他们打算分享并吃完这个蛋糕。

每人分别有一个需求量 a, b, c ，现在请你帮他们切蛋糕，规则如下：

- 每次切蛋糕可以选择蛋糕的任意一条直径，沿这条直径切一刀（注意切完后不会立刻将蛋糕分成两部分）；
- 设你一共切了 n 刀，那么你将得到 $2n$ 个扇形（特别地，切了 0 刀被认为是有一个扇形，即整个圆），将这些扇形分配给 Alice, Bob 和 Cindy，要求每个扇形只能完整地分给一个人，且三人分到的面积比需要为 $a : b : c$ （不保证是最简比例，且如果 a, b, c 中某个数为 0，表示那个人不吃蛋糕）。

为了完成这个任务，你至少需要切几刀？

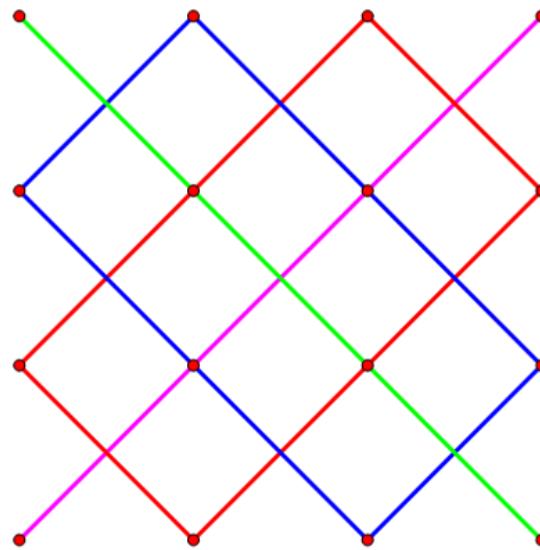
本题单个测试点包含 T 组数据。

数据范围

$$1 \leq T \leq 10^4, 0 \leq a, b, c \leq 10^8, a + b + c > 0$$

10 吃豆人

2021.3



2

其他名称: 无

用途: NOI Online 2021 入门组 T2

提交方式: Luogu P7472

难度: 2/10

Tag: 无

²图片由 uwagjaynoi 绘制。

背景

我没玩过吃豆人，感觉不如糖豆人。

题目描述

有一个 n 行 n 列的正方形点阵，左上角点坐标为 $(1, 1)$ ，右下角点坐标为 (n, n) 。

点阵中每个整点上都有数量不一的豆子，坐标为 (i, j) 的点上有 $a_{i,j}$ 个豆子。

你可以放置吃豆人，可以将点阵中任意的整点作为吃豆人的初始位置，再给定左上、左下、右上、右下之一作为吃豆人的初始方向。

吃豆人会不断沿初始方向行进，吃光遇到的所有豆子，直到碰到点阵的边界，此时：

- 如果吃豆人处于正方形点阵四个角之一的位置，那么就会停止行动；
- 否则，吃豆人的行进路线将以这条边界为镜面发生反射。

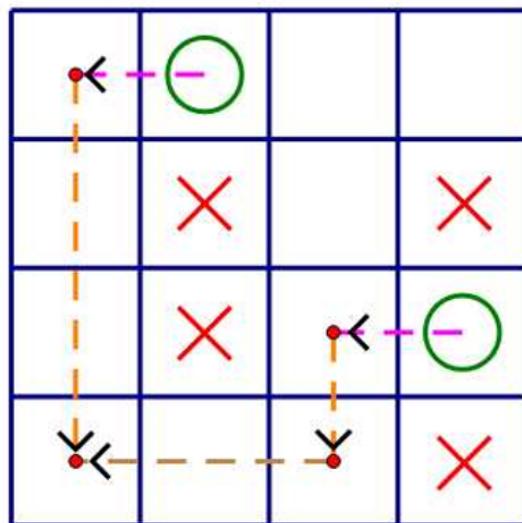
现在，你需要放置两个吃豆人，求两个吃豆人最多共能吃到多少个豆子？注意同一个豆子只能被吃一次。

数据范围

$$2 \leq n \leq 10^3, 0 \leq a_{i,j} \leq 10^3$$

11 重力球

2021.3



3

其他名称: 无

用途: NOI Online 2021 入门组 T3

提交方式: Luogu P7473

难度: 4/10

Tag: 无

³图片由 uwagjaynoi 绘制。

背景

本题灵感是来自几何冲刺中的 Ball 模式。

感谢 uwagjaynoi 用几何画板帮我画的这三题的配图。

题目描述

“重力球”游戏在一块 $n \times n$ 的正方形区域中进行，称从上往下第 i 行，从左往右第 j 列的位置为 (i, j) 。

正方形区域中存在 m 个障碍，第 i 个障碍占据位置 (x_i, y_i) ，此外，正方形区域的边界外都是障碍。

现在有两个小球，位置分别是 (a, b) 和 (c, d) ，在游戏中你可以进行如下操作：

- 指定上、下、左、右中的一个方向，将重力方向“切换”为这个方向，即两个小球会同时向这个方向移动，直到碰到障碍。

你要用最少的操作次数使得两个小球到达同一个位置。

现有 q 局游戏，每局游戏中只有小球的初始位置不同，而障碍位置是不变的，你需要对每局游戏都求出最小操作次数，或报告无解。

数据范围

$$1 \leq n, m \leq 250, 1 \leq q \leq 10^5$$

12 远古档案馆

2021.7



其他名称: 无

用途: ix35 月赛 I A

提交方式: Luogu P7724

难度: 1/10

Tag: 无

背景

原本的 A 题是另一个题，但被 zjc 查重了（奥林匹克五子棋），所以换成了这题。本题题目名称来自饥荒联机版 DLC 旧神归来，远古档案馆是洞穴中的一个区域，当然请注意远古档案馆的解谜与本题的描述是不同的。原背景：

为了揭开月光能量背后的秘密，你来到了地下的远古档案馆。

远古一族的秘密与遗忘的知识悉数贮藏于这片被尘封的迷宫中，你能成功解谜，获知远古的知识吗？

题目描述

远古档案馆的中心是一个解谜：

- 有一个 2×2 的网格，每个格子中要么有一个正整数，要么是空的；
- 你可以进行若干次操作：每次操作中，你选择一个**有正整数的格子**和一个**与之相邻的空格子**，将正整数移到那个空格子中；
- 给定网格的初始状态和最终状态，保证初始状态和最终状态中包含的正整数个数相同（设为 k 个），且它们就是前 k 个不同的正整数，问是否可以通过有限次操作从初始状态到达最终状态？

只有完成解谜，才能获得遗忘的知识，因此你希望尽快解决这个问题。

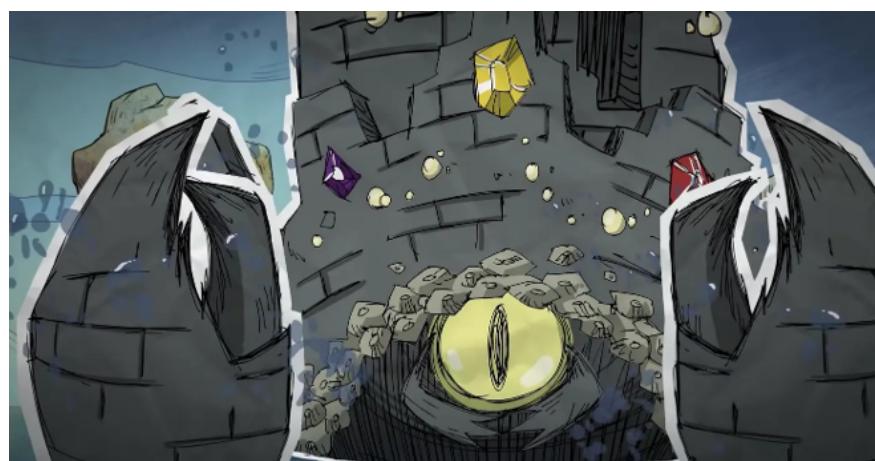
注意：网格中可能没有正整数，也可能没有空格。

数据范围

所有数据符合题目描述所述。

13 珍珠帝王蟹

2021.7



其他名称: 幸运

用途: ix35 月赛 I B

提交方式: Luogu P7725

难度: 2/10

Tag: 无

背景

本题题目名称来自饥荒联机版 DLC 旧神归来，帝王蟹是海上的一个 boss，可以镶嵌珍珠使其得到巨大强化，称为珍珠帝王蟹，当然请注意强化的规则和本题的描述是不同的。原背景：

在一次航程中，你偶然发现了被一片礁石环绕的帝王蟹，被月岛能量侵蚀的它又与月光有着怎样的联系呢？似乎只有击败它才能见分晓。

题目描述

帝王蟹可以通过镶嵌宝石触发战斗，不同的宝石效果不同，但奇特的是，镶嵌宝石的顺序有时也会影响它的强度。

帝王蟹有一个初始为 0 的强度值，每个宝石有属性 op 和 v ，表示：

- 若 op 为 $+$ ，则镶嵌后帝王蟹的强度值将会加上 v ；
- 若 op 为 $*$ ，则镶嵌后帝王蟹的强度值将会乘上 v 。

由于宝石的效果十分奇异，所以 v 可能是负数。

作为一个有挑战精神的冒险者，你希望采取某种镶嵌方式，将每个宝石都镶嵌恰好一遍，且使得帝王蟹的强度值最大。

你只需要输出最大的强度值对 998244353 取模的结果。

数据范围

$$1 \leq n \leq 10^5, 2 \leq |v| \leq 10^6$$

14 天体探测仪

2021.7

其他名称: 无

用途: ix35 月赛 I C

提交方式: Luogu P7726

难度: 4/10

Tag: 构造

背景

本题题目名称来自饥荒联机版 DLC 旧神归来，天体探测仪是由在远古档案馆中知识蒸馏得到的蓝图建造的仪器。原背景：

通过远古档案馆的探索，你成功制出了天体探测仪，你需要用它发现潜藏的天体科技。

题目描述

想要找到天体科技，你需要先得到一串天体密码——它是一个 $1 \sim n$ 的排列。天体探测仪允许对于给定的长度 l ，返回密码中一个长度为 l 的区间的最小值。

不幸的是，所有长度为 l 的区间最小值混在了一起，你得到的只是 n 个可重集合 S_1, \dots, S_n ，其中：

- S_i 表示所有长度为 i 的区间最小值构成的可重集合。

你需要根据这些 S_i ，还原出一种可能的天体密码，保证至少存在一种正确的天体密码。

数据范围

$$2 \leq n \leq 800$$

15 风暴之眼

2021.7



其他名称: Headmaster III

用途: ix35 月赛 I D

提交方式: Luogu P7727

难度: 5/10

Tag: DP

背景

本题题目名称来自饥荒联机版 DLC 旧神归来，风暴之眼是建造未完成的实验后产生的事件。原背景：

通过月岛，帝王蟹和天体探测仪，你成功拼合了三个天体科技，接下来你要做的，就是来到风暴之眼的中心，准备那个神秘实验的最后一步。

最终的真相近在咫尺，你能否成功通过这场考验呢？

题目描述

天体风暴中的气象瞬息万变。

风暴中的道路构成一棵 n 个结点的无根树，第 i 个结点有初始权值 w_i (w_i 为 0 或 1) 和类型 t_i 。

结点的类型分为两种：AND 型结点和 OR 型结点。

对于 AND 型结点，每一秒结束后它的权值将变为它与它所有邻居上一秒权值的 AND 和；

对于 OR 型结点，每一秒结束后它的权值将变为它与它所有邻居上一秒权值的 OR 和。

现在，已知从某一时刻起，所有结点的权值都不再发生任何变化，将此时点 i 的权值称为 a_i 。

现不知每个点的初始权值和类型，只知道最终每个点的权值 a_i ，求出有多少种可能的初始权值和类型的组合，答案对 998244353 取模。

数据范围

$$2 \leq n \leq 2 \times 10^5, 1 \leq x, y \leq n, a_i \in \{0, 1\}$$

16 旧神归来

2021.7



其他名称：钞现实树

用途：ix35 月赛 I E

提交方式：Luogu P7728

难度：8/10

Tag：计数

背景

本题题目名称来自饥荒联机版 DLC 旧神归来。原背景：

随着虚影与暗影的决战、月岛祭坛的完工、天体风暴的出现、天界捍卫者的到来，一切月球与远古的秘密仿佛已经行至终局。

旧神即将归来！

题目描述

月岛上的一棵普通的树在月光侵蚀的影响下不断生长，随着月面风暴的来临变得更加无限制。

具体地，生长规则如下：

- 初始有一棵包含 n 个结点的以 1 为根的**有根树** T_0 ；
- 在第 i 天，树将从 T_{i-1} 生长为 T_i ，生长规则为：令 v 是 T_{i-1} 中深度最小的叶结点（若有多个则任意选择一个），以 v 这个点替换成 T_{i-1} 本身。

本题中一个结点的深度定义为它到根结点的简单路径所经过的边数，注意这可能与常规定义不同。

除了面对天界捍卫者，对于环境效应的估计也是重要的，所以你要计算：

- 对于每个整数 $d \in [1, m]$ ，求出 S_d 表示最小的天数，满足 T_{S_d} 中深度最小的叶结点深度大于 d 。

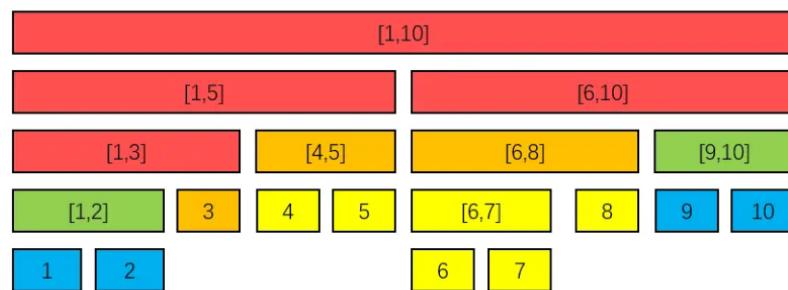
答案对 998244353 取模。

数据范围

$$2 \leq n, m \leq 10^5$$

17 线段树

2021.7



其他名称: 无

用途: 联测

提交方式: 无

难度: 4/10

Tag: 交互

背景

写完 NOI 一轮复习线段树那部分之后出的随堂练习题，好像有点简单。

题目描述

找不到了，大意就是有一棵 $[1, n]$ 的广义线段树，每次可以问 $[l, r]$ 的区间定位数，要在 $2 \times n - 1$ 次操作内确定结构。

数据范围

找不到了，大概是 $n \leq 10^5$ 。

18 Origami

2021.10



其他名称: 无

用途: 神秘比赛 T1

提交方式: 无

难度: 2/10

Tag: 无

背景

关于题目名称：指鸾一折纸，这里借做序数词。

题目描述

给定长度为 n 的字符串 A_0 和长度为 m 的字符串 B_0 ，它们都只包含大小写字母。对于任意整数 $i \geq 1$ ，令 A_i 是由 A_{i-1} 与 B_{i-1} 拼接而成的字符串， B_i 是由 B_{i-1} 与 A_{i-1} 拼接而成的字符串。

有 T 个询问，每个询问给定 x ，你需要输出 A_{935} 中的第 x 个字符是什么。

数据范围

$$1 \leq n, m, T \leq 10^4, 1 \leq x \leq 10^{15}$$

19 Nia

2021.10



其他名称: 无

用途: 神秘比赛 T2

提交方式: 无

难度: 4/10

Tag: 图论

背景

关于题目名称：指本条二亚，这里借做序数词。

题目描述

给定整数 n ，设 $M = \frac{n(n - 1)}{2}$ ，显然 n 个点的完全图包含 M 条边。

现给定一个包含 n 个点的树 T ，点编号为 $1, \dots, n$ ，边有边权，保证边权是 $[1, M]$ 中互不相同的整数。

你需要在树的基础上添加 $M - n + 1$ 条边，形成一个边有权值的完全图 G ，并且满足：

- T 是 G 的一棵最小生成树；
- G 中所有边的边权是 $[1, M]$ 中互不相同的整数。

请你首先求出符合条件的 G 的数量，答案对 $10^9 + 7$ 取模。

此外，如果存在符合条件的 G ，则你需要再构造出一种这样的 G 。

数据范围

$1 \leq n \leq 800$

20 Kurumi

2021.10



其他名称: ix100

用途: 神秘比赛 T3

提交方式: 无

难度: 5/10

Tag: 字符串, 计数

背景

根据脑力延申出的一道题。

关于题目名称：指时崎狂三，这里借做序数词。

题目描述

给定 n 个数字串 S_1, \dots, S_n ，每个串的长度都为 m 。

然而，现在每个字符串内部的字符顺序都可能出现随机的调换，例如若 $S = 012$ ，那么调换后 S_i 会等概率随机成为 $012, 021, 102, 120, 201, 210$ 中的一种。

现要把调换后的 n 个数字串全部插入一棵字典树中（调换的结果是等概率随机的），问这个字典树结点数量的期望是多少，答案对 998244353 取模。

数据范围

$1 \leq n \leq 10$

$1 \leq m \leq 100$

21 Yoshino

2021.10



其他名称: 无

用途: 神秘比赛 T4

提交方式: 无

难度: 8/10

Tag: 数据结构

背景

我也许以后会把这几道题公开到某个地方。

灵感来源是几何冲刺中的 Wave。

关于题目名称：指冰芽川四糸乃，这里借做序数词。

题目描述

在平面直角坐标系中，我们称竖直线 $x = -10^{935}$ 和 $x = 10^{935}$ 之间的区域为“场地”。

有一个 Wave 在场地中飞行，规则如下：

- Wave 从场地最左侧（竖直线 $x = -10^{935}$ 上）任意一点出发，到达最右侧（竖直线 $x = 10^{935}$ 上）任意一点结束；
- Wave 在水平方向的速度始终为 1，而任意时刻竖直方向速度可以为 -1 或 1 ，也就是说，Wave 始终朝右上或右下方向飞行，注意 Wave 可以在任意时刻改变方向，也就是说一条近似于水平直线的运动轨迹也是可能出现的；
- 场地上有 m 个障碍，第 i 个障碍是一条竖直线段，下端点为 $(x_i, y_{i,0})$ ，上端点为 $(x_i, y_{i,1})$ ，Wave 在飞行过程中不能触碰障碍（包括端点）。

现在请问：Wave 在一次完整飞行过程中一定无法经过的区域面积是多少？

数据范围

$$1 \leq m \leq 2 \times 10^5, 0 \leq x_i \leq 10^5, 0 \leq y_{i,0} < y_{i,1} \leq 10^5$$

$y_{i,1} - y_{i,0}$ 为偶数。

22 Speike & Tom

2021.10



其他名称: Speike and Tom

用途: 2021 集训队互测

提交方式: LOJ 3638

难度: 7/10

Tag: 数据结构

背景

为了集训队互测出的一道题，但是有些臃肿了，不是很满意。

题目描述

一次 Tom 准备用鞭炮炸 Jerry 的老鼠洞时，不小心炸到了 Speike 的狗窝。

后院的道路构成了一棵 n 个点的无向树，Speike 与 Tom 之间的追逐以如下方式展开：

- Tom 和 Speike 一开始分别在 a, b 两个点；
- Tom 和 Speike 轮流动行，Tom 先行；
- 每次行动者可以选择不动，或是沿着一条边走到另一个端点；
- 如果一次行动后到达了 Speike 和 Tom 处于同一位置则 Speike 胜。

以 Tom 的智商足够知道这个游戏他是必败的，所以他趁 Speike 没反应过来之前建立了 m 条额外边，这些额外边只能被 Tom 经过，而不能被 Speike 经过。

现在 Tom 想要知道，对于所有的 $n \times (n - 1)$ 组可能的 (a, b) ($a \neq b$)，有多少组追逐中 Tom 有策略使得 Speike 永远无法获胜。

数据范围

$$1 \leq n, m \leq 10^5, 1 \leq x, y \leq n$$

23 Matrix

2021.?

其他名称: Core

用途: 联测

提交方式: 无

难度: 7/10

Tag: 计数

背景

比较早就出来的一个题，原本也想放月赛，但有了另一个更好的 NTT 题，于是这个题就放联测了。

题目描述

对于一个 $n \times m$ 的仅由 0,1 构成的矩阵 M ，一个 $1, \dots, n$ 的排列 $p_{1 \dots n}$ 和一个 $1, \dots, m$ 的排列 $q_{1 \dots m}$ ，设 $M' = f_M(p, q)$ 为一个 $n \times m$ 的仅由 0,1 构成的矩阵，其中 $M'_{p_i, q_j} = M_{i,j}$ 。

如果 $f_M(p, q) = M$ ，那么我们称 (M, p, q) 为一个核心。

对于给定的 p ，求出使得 (M, p, q) 为核心的 (M, q) 的个数。

数据范围

$$1 \leq n, m \leq 10^5$$

24 氮

2022.9

其他名称: 无题

用途: xmoj

提交方式: 无

难度: 2/10

Tag: DP

背景

只是一个水题。

题目描述

非公开

<http://xmoj.tech/problem.php?id=6193>

25 氧

2022.9

其他名称: 无题其二 / Atlantis / 庐山游

用途: xmoj

提交方式: 无

难度: 3/10

Tag: 图论

背景

比较有意思的题，原本想放 MdOI R2，后来忘了是啥原因没放。

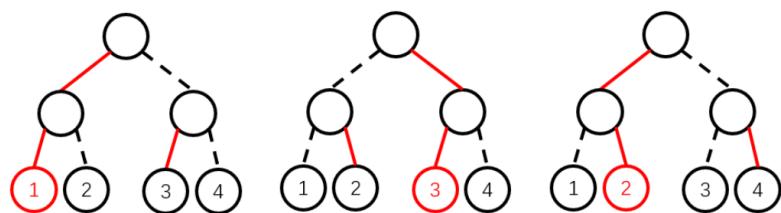
题目描述

非公开

<http://xmoj.tech/problem.php?id=6194>

26 氟

2022.9



其他名称: Low Complexity Tree / Headmaster II

用途: xmoj

提交方式: 无

难度: 5/10

Tag: DP

背景

曾第二个被用作 ix35 月赛 I D 的题，但由于之后有个更好的所以换了。

题目描述

非公开

<http://xmoj.tech/problem.php?id=6195>

27 暗物质

2022.9



其他名称: Pow

用途: ZROI

提交方式: 无

难度: 1/10

Tag: 无

背景

只是一个签到题。

题目名称出自星之卡比系列暗物质家族的真暗物质。

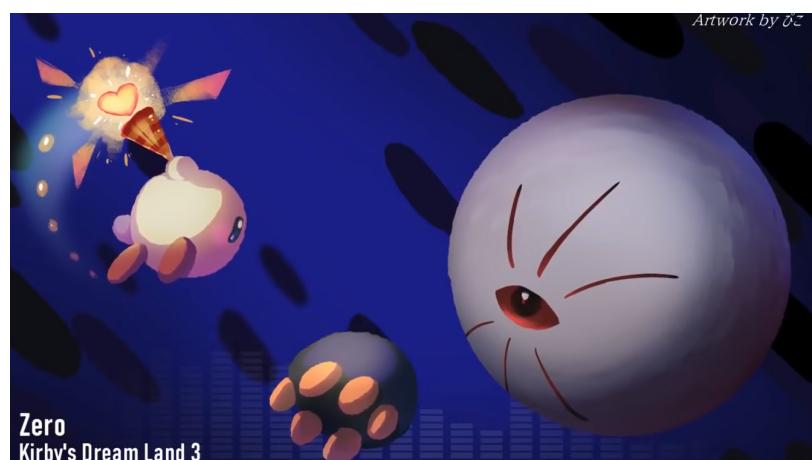
题目描述

非公开

<http://www.zhengruioi.com/problem/2345>

28 零

2022.9



其他名称: 无

用途: ZROI

提交方式: 无

难度: 5/10

Tag: 图论, 数据结构

背景

由 Nia 加强而来。

题目名称出自星之卡比系列暗物质家族的零。

题目描述

非公开

<http://www.zhengruioi.com/problem/2346>

29 零二

2022.9



其他名称：刀等数学

用途：ZROI

提交方式：无

难度：7/10

Tag：DP

背景

很早就有堆混洗这个 idea，但是过了很久才会做，很好一个题。
题目名称出自星之卡比系列暗物质家族的零二，而另一个名字“刀等数学”
来自于以撒圈的一位众所周知的老师。

题目描述

非公开

<http://www.zhengruioi.com/problem/2347>

30 暗零

2022.9



其他名称: Akashic Records / 3TRU

用途: ZROI

提交方式: 无

难度: 9/10

Tag: 字符串, 构造

背景

我觉得非常好的题，原本将这题投到 UR #23，结果到比赛前几天突然杜老师发现这是个 CC 原题，据说是 2014 年 tourist 的一个题，到现在只有个位数人做过，很难绷。

题目名称出自星之卡比系列暗物质家族的暗星云。

题目描述

非公开

<http://www.zhengruioi.com/problem/2348>

31 Astral Birth

2022.10



其他名称: 无

用途: 2022 集训队互测

提交方式: QOJ 5013

难度: 6/10

Tag: 网络流

背景

原本想放 ZROI 的，但因为需要一道互测题，就把这道偏简单但没人做过的题拿来了。

题目名称出自星之卡比新星同盟的角色：星诞·虚无。

题目描述

虚无存于世间。虚无有两种，这里分别记作 0 和 1。

星，诞于虚无。虚无的规则排列称之为星，也即星为 01 序列。

虚无拥有意志。星是可变的，星可以被划分成 m 个部分，每个部分是原来的星中的连续一段。

世界遵从热力学第二定律。虚无的排列有特定的规则，我们选择最长不下降子序列长度作为量度，星被划分为的 m 段经过重排后，总会到达最长不下降子序列长度最大的状态。

但 m 不是固定的，你需要对于每个可能的 m 求出上述最长不下降子序列长度的最大值。

数据范围

$$1 \leq n \leq 3 \times 10^5$$

32 切割冰片

2022.11



其他名称: Visible Ray

用途: UER #11 A

提交方式: uoj #770

难度: 6/10

Tag: DP

背景

本题的灵感来源于 Ori2 如上页图所示的场景。

题目描述

在平面直角坐标系中，存在着一些可以发出激光的光束发射器。

有 m 个竖直向上的光束发射器，第 i 个位于 $(i, 0)$ ，光束强度为 10^{100} ；

有 n 个水平向右的光束发射器，第 i 个位于 $(0, i)$ ，光束强度为 l_i 。

最开始，所有光束发射器都是关闭的，你需要按照某种顺序将它们依次激活，当一个发射器被激活时：

- 它会向它所对应的方向发出一束激光，激光会不断沿该射线方向延伸，直到触碰到另一束激光上的某一点（包括端点）或延伸距离到达了这个发射器的光束强度。

你需要求出：若可以以任意顺序依次激活所有光束发射器，总共可以得到多少种不同的激光排布情况？答案对 998244353 取模。

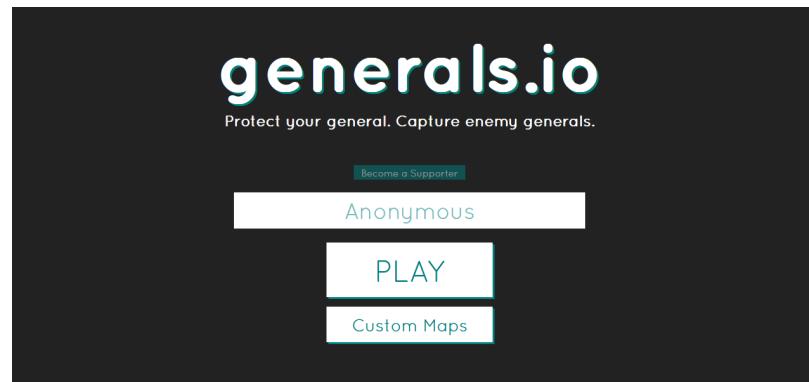
两种排布情况是不同的，当且仅当最终某个发射器发出的激光延伸的距离不同。

数据范围

$$1 \leq m \leq 10^9, 1 \leq n \leq 500, 1 \leq l_i \leq 10^9$$

33 将军棋

2022.12



其他名称: 无

用途: SHCSP-J 2022 T2

提交方式: 无

难度: 2/10

Tag: 无

背景

CTT 时 Kubic 每天都在打 Generals，于是我出了此题。

题目描述

有一个 n 行 m 列的长方形网格，一开始每个格子上都写着数字 0。

接下来有 q 次操作，每次给定一个格子 (x, y) （表示第 x 行第 y 列的格子），将它上面写着的数取反（0 变成 1，1 变成 0）。

如果在格子 (i, j) 周围一圈加上它自己共 9 个格子中（除去那些超出网格边界的），至少一个上面写着数字 1，那么就称格子 (i, j) 是好的。

在每次操作过后，你需要输出整个网格中好的格子的数量。

数据范围

$$1 \leq n, m \leq 1000, 1 \leq q \leq 10^5, 1 \leq x \leq n, 1 \leq y \leq m$$

34 竞赛

2022.12

其他名称: 无

用途: SHCSP-S 2022 T1

提交方式: 无

难度: 3/10

Tag: DP

背景

早年间出的一道题。

题目描述

你参加了一场算法竞赛。

竞赛共包含 n 道题，对于第 i 题，你可以花费 t_i 分钟的时间获得 s_i 分。

除你之外，还有 m 个人参赛，你预知了第 i 个人的最终分数为 S_i 。虽然别人的分数可能比你高，但无所谓，你会出手。你可以花费 T_i 分钟 Hack 第 i 个人，被 Hack 后，他会减少 935^{935} 分。

现在距离竞赛结束还有 T 分钟，你可以自由分配做题和 Hack 时间，你的初始分数为零。

你要算出：你可能达到的最高排名 r 。

注意：如果有两人同分，都按较高的排名计算，例如三个人的分数分别是 100, 200, 200，则他们的排名就分别是 3, 1, 1。

数据范围

$$1 \leq n \leq 100, 1 \leq m \leq 500, 1 \leq s_i \leq 100, 1 \leq S_i \leq 5000, 1 \leq t_i, T_i \leq 10^5, 1 \leq T \leq 10^7$$

35 波特

2022.12



其他名称: Wave

用途: SHCSP-S 2022 T3

提交方式: 无

难度: 5/10

Tag: DP

背景

也是早年间出的一道题，与 Yoshino 类似，灵感也是来源于几何冲刺中的 Wave。

题目描述

有一个 $6 \times n$ 的网格，第 i 行第 j 列的格子记为 (i, j) ($i \in [1, 6]$, $j \in [1, n]$)。波特需要从第一列的任意格子移动到最后一列的任意格子，但是有如下要求：

1. 每一秒，波特可以向右上、正右、右下这三个方向移动到下一列的格子上。也就是说处在 (i, j) 的波特下一秒可能的位置是 $(i - 1, j + 1), (i, j + 1), (i + 1, j + 1)$ ，当然任何时候波特都必须在网格内。
2. 网格中有 m 个障碍，每一块障碍的形状都是一个矩形，任何时刻波特的位置都不能在障碍上。注意障碍可能重叠。

现在你要求出，波特从第一列的任意一个格子出发，走到最后一列的任意一个格子，有多少种走法？由于答案很大，所以需要对 $10^9 + 7$ 取模。

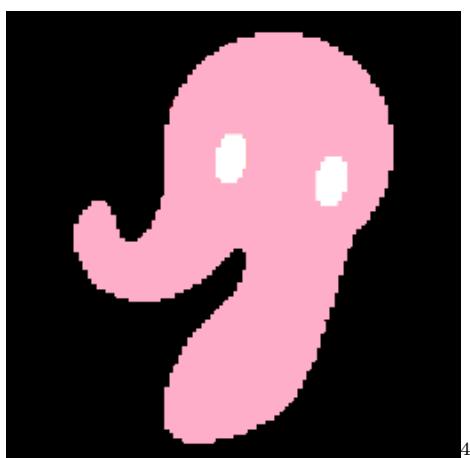
两种走法不同，当且仅当波特经过的格子集合不相等。

数据范围

$$2 \leq n \leq 10^{18}, 0 \leq m \leq 10^3, 1 \leq x_1 \leq x_2 \leq 6, 2 \leq y_1 \leq y_2 \leq n^{\text{ff}} - 1$$

36 新年的搜索记录

2023.1



其他名称: suf

用途: Goodbye Renyin B

提交方式: uoj #782

难度: 6/10

Tag: 字符串

⁴由 127 创作，版权属于 UOJ。

背景

由一道其实是原题的洛谷月赛题 Two Repeats (T240740, 原题 ARC 077 F SS) 改编而来。原本想要作为 SHCSP 提高组的最后一题，然而由于当时的解法必须包含 Lyndon 理论，且结论可以打表发现，所以没有放，之后放到了 UOJ 作为简单题。

题目描述

对于字符串 S ，令 $m(S)$ 表示 S 的最大后缀，令 $f(S) = S + m(S)$ ，其中 $+$ 表示字符串的拼接。

记 $f^1(S) = f(S)$, $f^i(S) = f(f^{i-1}(S))$ ($i > 1$)。

现在给定小写字母字符串 S 和数 k ，求 $f^k(S)$ 中每个小写字母出现了几次，答案对 998244353 取模。

数据范围

$$1 \leq |S| \leq 6 \times 10^5, 1 \leq k \leq 10^9$$

37 来自冥王星的外星旅人

2023.3

其他名称: Headmaster I

用途: 洛谷 2023 省选计划

提交方式: 无

难度: 7/10

Tag: 计数

背景

原定 ix35 月赛 I D，但是后来有了更好的题所以换掉了。

题目描述

非公开

<https://www.luogu.com.cn/problem/T322009>

38 Chase Game 3

2023.5

其他名称: (原) 来自水星的外星旅人

用途: CCPCF 2023 F

提交方式: QOJ 6506

难度: 2/10

Tag: 图论

背景

CCPCF 之前投给杜老师的，然后这题惨遭削弱成为签到题。至于原题，有些人也许会看到的。

题目描述

有 n 个点，并且有两条连接这 n 个点的双向链 L_1, L_2 。其中 L_1 的每条边分别连接着 $i, i + 1$ ($1 \leq i \leq n - 1$)，而 L_2 的每条边分别连接着 p_i, p_{i+1} ($1 \leq i \leq n - 1$)。

两个人 A,B 在玩游戏。他们分别有一个初始点，然后轮流动行，A 先开始：

- A 每次行动可以选择停在原地不动，或沿着 L_1 的一条边走到另一个点；
- B 每次行动可以选择停在原地不动，或沿着 L_2 的一条边走到另一个点。

如果某一时刻 A,B 处于同一个点，那么 B 就获胜了。如果无论两个人的初始点是哪两个，B 都有一定在有限时间内获胜的策略，那么称 B 是必胜的。

请判断 B 是否是必胜的。

本题单个测试点包含多组数据。

数据范围

$$1 \leq T \leq 10^5, 2 \leq n \leq 4 \times 10^5, \sum n \leq 4 \times 10^5$$

39 金盏花

2023.6



其他名称：无

用途：ix35 月赛 II A

提交方式：Luogu P9390

难度：1/10

Tag：无

背景

只是一道水题。

本题题目名称来自 PVZ，金盏花的用法如上页图所示。

题目描述

有一个十二位十进制数 X ，你只知道它的后六位构成的数是 Y 。

另外再给出一个整数 Z ，你需要求出所有可能的 X 中， X 与 Z 的差，即 $|X - Z|$ 的最小值。

注意， X, Y, Z 都没有前导零（即最高位不是 0）， X, Y 分别要有恰好十二位和六位。

数据范围

$$100000 \leq Y \leq 999999, 0 \leq Z \leq 10^{12}$$

40 红草莓

2023.6



其他名称：无

用途：ix35 月赛 II B

提交方式：Luogu P9391

难度：3/10

Tag：数论

背景

只是另一道水题。

本题题目名称来自 Celeste，红草莓是一种收集物，收集后就会变蓝。

题目描述

有一个由 n 颗珍珠串成的项链，项链是一个环，首尾相连。其中有一颗珍珠上有特殊的记号，我们称它为起始珍珠。

有个外星人很会发射宇宙射线，他依次发射了 m 轮宇宙射线，第 i 轮有一个参数 a_i ，表示：

- 外星人从起始珍珠开始数，起始珍珠是 0 号，起始珍珠的下一个珍珠是 1 号，以此类推（数完一圈后还会继续，例如 n 号珍珠仍然是起始珍珠， $n+1$ 号珍珠是起始珍珠的下一个珍珠）。外星人会对编号为 $0, a_i, 2a_i, \dots$ 这些 a_i 倍数位置上的珍珠都发射一次宇宙射线。

一开始所有珍珠都是红色的，而当一个珍珠被发射宇宙射线后就会被从红色染成蓝色。

你需要输出：对于每轮操作，有多少个操作前为红色的珍珠被这轮操作变成了蓝色。

数据范围

$$1 \leq n, m \leq 5 \times 10^5, 1 \leq a_i \leq n$$

41 黃玫瑰

2023.6



其他名称: 无

用途: ix35 月赛 II C

提交方式: Luogu P9392

难度: 5/10

Tag: 图论, 构造

背景

来自于离散数学讲的一个东西：PT 图到 PERT 图的转换。

本题题目名称来自 Ib，黄玫瑰是 Mary 的象征。

题目描述

给定一张包含 n 个点 m 条边的简单有向无环图 G ，点 i 的点权设为 w_i ，但点权不是给定的。

你需要构造一个包含至多 $2 \times n$ 个点和恰好 n 条边的有向无环图 G' ，你需要为 G' 的每条边钦定某个 w_i 作为它的边权，使得 G' 和 G 的最长路长度相等。

在 G 中一条路径的长度定义为其中所有点权和， G' 中则为所有边权和。

然而，所有 w_i 都不是给定的，所以你构造的 G' 需要满足：对于任何一种可能的正数序列 $[w_1, \dots, w_n]$ ， G 和 G' 的最长路长度都要相等。

请构造 G' ，或说明它不存在。

数据范围

$$1 \leq n \leq 20000, 1 \leq m \leq 3 \times 10^5, 1 \leq x, y \leq n$$

42 紫丁香

2023.6



其他名称: 无

用途: ix35 月赛 II D

提交方式: Luogu P9393

难度: 6/10

Tag: 计数

背景

原本想做单组询问 $o(mn)$, 但感觉比较困难, 就变成了现在这样。

本题题目名称来自 Endless Empty, 是一个很赛博的游戏。紫丁香是其中 Star 的象征。

题目描述

对于一个字符串 A , 记 A_i 表示它的第 i 个字符。

设 S 是任意长度为 m 的 01 串。我们有 n 个操作, 第 i 个操作可以表示成一个定义域和值域都是长度为 m 的 01 串集合的函数 f_i , 表示经过这次操作后 S 会变成 $f_i(S)$ 。而函数 f_i 可以由一个长度为 m 的串 T_i 表示, T_i 由 0, 1, - 三种字符组成, 其中:

- $T_{i,j} = 0$ 表示 $[f_i(S)]_j = 0$ 。
- $T_{i,j} = 1$ 表示 $[f_i(S)]_j = 1$ 。
- $T_{i,j} = -$ 表示 $[f_i(S)]_j = S_j$ 。

也就是说, 每个操作会将 S 的一些位赋值为 0, 一些位赋值为 1, 还有一些位不变。

现在有 q 次操作, 每次操作给定一个长度为 m 的 01 串 S , 你可以对它做任意多次操作, 操作的顺序任意, 一个操作可以做多次。得到的串 S' 可以被看做一个二进制数, 求对应二进制数最大的 S' 。

数据范围

$$1 \leq m \leq 22, 1 \leq n, q \leq 10^5$$

43 白鹭兰

2023.6



其他名称: (原) 来自火星的外星旅人

用途: ix35 月赛 II E

提交方式: Luogu P9394

难度: 9/10

Tag: 图论, 构造

背景

写 2023 年论文时出的一道题，但其实不需要用到什么论文中的技术。原本准备放 ZROI，但是月赛有一个题感觉不够好就换掉了。

本题题目名称来自 Omori，白鹭兰的花语是“我的思念将追随你进入梦乡”，是 Mari 的象征。然而上页图为 Aubrey（我的头像）和 Basil（Duel bot 的头像）。

题目描述

有很多有关火星人的传说，比如他们的 DNA 非常复杂，他们有成千上万根手指等等，但这些都没有得到证实。同样没有得到证实的一个传说是火星人很会做 OI 题。

为了验证最后这个传说，地球人们给来自火星的外星旅人出了一道 OI 题：

给定一张 n 个点 m 条边的无向连通图 $G = (V, E)$ ，请找出最小的 k 使得存在一个对点集的划分 V_1, \dots, V_t 使得：

- $\forall 1 \leq x \leq t$, $\bigcup_{i=1}^x V_i$ 的导出子图连通；
- $\forall 1 \leq x \leq t$, $\bigcup_{i=x}^t V_i$ 的导出子图连通；
- $\forall 1 \leq x \leq t$, $|V_x| \leq k$ 。

注意，作为划分，还需要满足 $\bigcup_{i=1}^t V_i = V$, $V_i \cap V_j = \emptyset$ ($\forall i \neq j$)，且所有 V_i 非空。

请给出最小的 k 以及对应的划分。

再见，You're 火星人。现在你需要完成这道题，证明火星人的智慧。

数据范围

$$2 \leq n \leq 2 \times 10^5, 1 \leq m \leq 3 \times 10^5, 1 \leq x, y \leq n$$

保证给出的 m 条边中没有重边和自环。

44 橙垒球

2023.6



其他名称: 无

用途: ix35 月赛 II F

提交方式: Luogu P9395

难度: 9/10

Tag: 字符串, 构造

背景

为了这道题多出了五道题搞了一场月赛。

本题题目名称来自 NOI 2022 时著名的垒球，并为了纪念垒球在 ECF 2022 中通过了杜老师出的 Minimum Suffix 一题。

题目描述

垒球很喜欢一个叫迷你某·萨菲克斯的题，并且很崇拜这题的出题人，所以出了个差不多的题。

给定一个长度为 n 的序列 a_1, \dots, a_n ，请构造一个字典序最大的长度为 n 的字符串 w ，使得：

- w 的每个字符是 1 到 n 的整数，字符的大小顺序为 1 最小 n 最大；
- w 的长度为 i 的前缀的字典序最大的后缀长度恰为 a_i 。

请输出这样的 w ，或报告无解。

本题单个测试点包含多组数据。

数据范围

$$1 \leq T \leq 10000, n \geq 1, \sum n \leq 4 \times 10^6, 1 \leq a_i \leq i$$

45 见贤思齐

2023.6



其他名称: Rosary & Bible

用途: UR #25 B

提交方式: uoj 806

难度: 7/10

Tag: 数据结构

背景

UR 太缺题了（悲）。

本题原名 Rosary & Bible 来自于 Ender Lilies 中的 Silva 和 Siegrid 战斗曲名称。

题目描述

地下有 n 个守护者准备进行修炼，每个守护者都是卷王：守护者 i 初始的能力值为 a_i ，并且她会选择某一个守护者 p_i （甚至可以是自己）作为比她的比较对象。

修炼开始后的每一天，设这一天黎明时守护者 i 的能力为 s_i ，那么如果守护者 i 发现她的比较对象比她更强或和她一样强，即 $s_{p_i} \geq s_i$ ，那么她就会开卷并将自己的实力提升 1，于是黄昏时她的能力值将变为 $s'_i = s_i + 1$ ；否则她的能力值不变， $s'_i = s_i$ 。

Silva 和 Siegrid 经常好奇守护者们的能力提升到了何种程度，她们提出了 q 个问题：每个问题给定 g, d ，问守护者 g 在第 d 天黄昏时能力值是多少，你需要回答这些问题。

数据范围

$$1 \leq n, q \leq 2 \times 10^5, 1 \leq a_i \leq 10^9, 1 \leq g, p_i \leq n, 1 \leq d \leq 2 \times 10^5$$