

# Cálculo de frecuencia en una cartera de autos demo a un año

LAR-963

Itzel Irazú Araujo López

3 de Diciembre 2020

Actuaría  
9no semestre

**MATERIA** Procesos Estocásticos  
**U LA SALLE** FACULTAD DE NEGOCIOS

Impartida por:  
Jesús E. Batta

**INDIVISA** | **LO UNIDO**  
**MANENT** | **PERMANECE**

## Índice

<b>Título</b>	<b>1</b>
<b>Contenido</b>	<b>2</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
1.1. Objetivos . . . . .	3
<b>2. Modelo Estocástico</b>	<b>3</b>
2.1. Características . . . . .	3
2.1.1. Tiempo . . . . .	3
2.1.2. Conjunto de Estados . . . . .	4
2.2. Supuestos . . . . .	4
2.2.1. Justificación de supuesto . . . . .	4
<b>3. Metodología</b>	<b>4</b>
3.1. Uso de Datos . . . . .	5
<b>4. Resultados y Discusión</b>	<b>5</b>
<b>5. Conclusiones</b>	<b>6</b>

## 1 Introducción

El seguro del automóvil tiene por objeto, fundamentalmente, reparar o indemnizar los daños accidentales producidos en los vehículos de terceros y en el vehículo asegurado. La cobertura principal consiste en asegurar los daños causados a terceros en el uso del vehículo. Este proyecto tiene como finalidad estudiar la frecuencia del número de siniestros en una cartera de autos en el lapso de un año. Este puede ser el caso de una aseguradora, que requiere conocer la frecuencia de su cartera con la finalidad de poder hacer una correcta prevención de pérdidas. Para acotar el caso de estudio se estudiará solo a una aseguradora, con una cartera de autos demo, de una póliza de plan piso en México. Un auto demo es aquel que se encuentra en las diferentes distribuidoras como auto de exhibición o como el auto que se utiliza para realizar las pruebas de manejo. Y una póliza de plan piso es el nombre particular que reciben las pólizas que amparan solamente unidades demos, ya que estas están en el piso de la distribuidora la mayor parte del tiempo.

### 1.1 Objetivos

Establecer que datos se requieren para el cálculo de la frecuencia de en una cartera de autos demos, y en base a la información histórica poder empezar a hacer una especie de pronósticos sobre la frecuencia. Al no poder ser eliminado este riesgo se intenta cubrir por medio de un seguro, es por esto que las aseguradoras parten de la seguridad de que el evento va a ocurrir, pero lo que no sabemos es cuando ni que impacto va a tener. En base a esto las aseguradoras se proponen estudiar el histórico de los siniestros con el fin de poder estimar que suceda en el futuro.

## 2 Modelo Estocástico

El modelo consta de una población  $P$  variable, de  $N$  unidades expuestas que pueden sufrir un siniestro en  $T$  días del año. La probabilidad de que le suceda un siniestro a una de las unidades expuestas (UE)  $i \in P$  está representada por la variable aleatoria  $V_i(n) \in (0,1)$  donde (1 representa que la UE sufrió un siniestro en el instante  $n$ ).

### 2.1 Características

1. Cuando se hace habla de unidades, se hace referencia a los autos que forman parte de la póliza.
2. Las unidades a mes de cortes quiere decir que cuando estamos el primer mes del mes  $n+1$  se hace un recuento de todas las unidades nuevas (edad de nacimiento) del mes  $n$ . Ejemplo el 1ero de febrero se revisa cuantas unidades se dieron de alta en Enero (1504 und).
3. Las unidades expuestas son las unidades que están en la posibilidad de saltar del estado de nacimiento al estado de muerte en caso de que ocurra un siniestro.
4. Cuando sucede el siniestro las unidades pasan al estado de muerte y nos vamos a referir a ellas como unidades siniestradas una vez que se presente la reclamación.

#### 2.1.1 Tiempo

Se evaluará la exposición de la cartera durante un año por lo que para el espacio paramétrico se considerará cada día como una unidad de tiempo y, por tanto, se considerará el tiempo en que se desarrolla este fenómeno como discreto y finito. Pero el análisis de la frecuencia se hará de manera mensual, ya que de hacerlo diario los datos tendrían un sesgo por los días en los que no se tiene ningún siniestro.

### 2.1.2 Conjunto de Estados

**Unidades expuestas:** Son las unidades emitidas que representan el número de unidades aseguradas en un periodo de tiempo. Un expuesto es la unidad básica de riesgo que mide la exposición a una pérdida (Werner, 2010). Las unidades expuestas se encuentran en un proceso de cambio ya que al ser unidades de demostración pueden salir o entrar de la población de unidades en exposición. Para fines de este proyecto se tomará el número de unidades por mes a corte de mes vencido, es decir, que sin importar en qué fecha del mes se dieron de alta en la póliza se contabilizará el total de unidades nuevas al final de cada mes.

**Número de reclamaciones:** Corresponde a todos los siniestros pagados durante un determinado periodo de tiempo (un año) (Werner, 2010). Para fines de este proyecto supondremos que las unidades solo pueden estar en una de dos espacios muestrales: Expuestas o Siniestradas. Durante el periodo de exposición cada unidad tiene su propia

## 2.2 Supuestos

El proceso de **Poisson** satisface las siguientes propiedades:

1. Es un Proceso de Markov
2. Sus incrementos son independientes
3. Sus incrementos son estacionarios cualesquiera  $t, s > 0$  las transiciones entre estados  $i, j$  están dadas por:  $P(X_t - s = j | X_t = i) = e^{-\lambda t} (\lambda t)^{j-i} / (j-i)!$

Proceso de **Vida y Muerte** que tiene dos transiciones posibles:

1.  $i \rightarrow i+1$
2.  $i \rightarrow i-1$

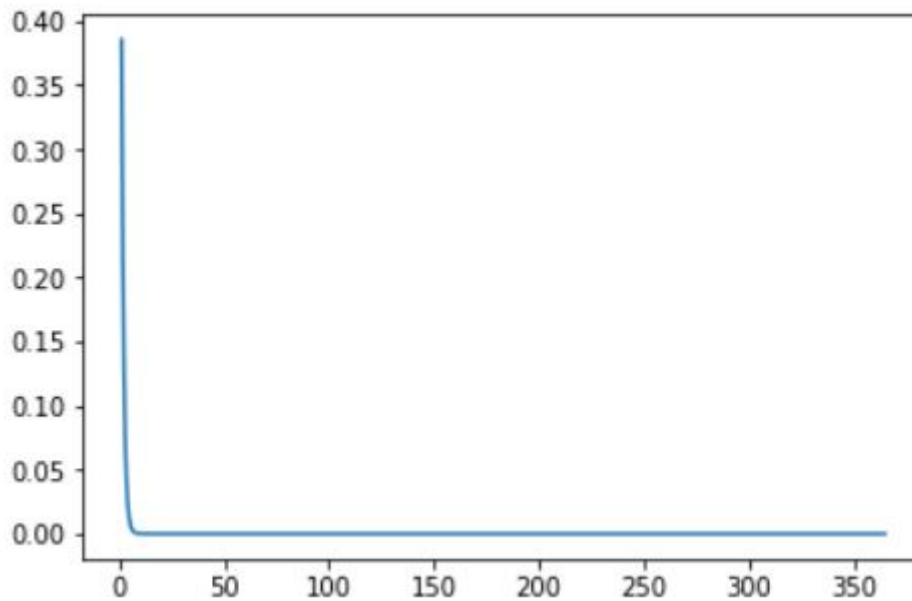
**Distribución exponencial**  $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$

### 2.2.1 Justificación de supuesto

Las propiedades del proceso de Poisson pueden obtenerse también de definirlo a partir de probabilidades infinitesimales en intervalos de tiempo infinitesimales. Se puede extender el estudio de los Procesos de Poisson al caso en el que  $\lambda$  no es una constante, sino una función del tiempo. Un proceso de nacimiento y muerte es una cadena de Markov a tiempo continuo con espacio de estados  $(0, 1, \dots)$  y con generador infinitesimal, en donde  $\lambda_0, \lambda_1, \dots$  y  $\mu_1, \mu_2, \dots$  son constantes positivas conocidas como las tasas instantáneas de nacimiento y muerte, respectivamente. De acuerdo a lo desarrollado antes, a partir de esta matriz podemos concluir que el tiempo de estancia en cualquier estado  $i \geq 0$  tiene distribución  $\exp(\lambda_i + \mu_i)$ , en donde se define  $\mu_0 = 0$

## 3 Metodología

El proceso de Poisson de parámetro  $\lambda$  es el proceso a tiempo continuo  $X_t : t \geq 0$  definido de la siguiente manera:  $X_t = \max(n > 1 : T_1 + \dots + T_n \leq t)$  La probabilidad  $P(X_t = n)$  cambia de acuerdo con la siguiente expresión:  $P(X_t = n) = (e^{-\lambda t} (\lambda t)^n) / n!$  Hemos supuesto que estos tiempos son independientes y que todos tienen distribución  $\exp(\lambda)$ , la distribución de los tiempos está dada por  $\exp(\lambda)$  entonces se trata de un proceso de Poisson. Debido a las características de la función exponencial, la sucesión de los tiempos  $T_i$  cumplen con la propiedad de Pérdida de Memoria:  $P(T > t + s | T > s) = P(T > t)$



**Figura 1.** Distribución exponencial-Frecuencia

### 3.1 Uso de Datos

Los datos utilizado para esta investigación son reales, se obtubieron de la empresa XXX de una póliza de plan piso nacional (tanto unidades emitidas como numero de siniestros) son de la vigencia de póliza del año 2019.

MES	ALTAS	# DE UNIDADES ASEGURADAS	# DE SINIESTROS	FRECUENCIA
ENERO	1504	1504	75	4.99%
FEBRERO	2	1506	88	5.84%
MARZO	4	1510	84	5.56%
ABRIL	415	1925	85	4.42%
MAYO	5	1930	74	3.83%
JUNIO	13	1943	74	3.81%
JULIO	16	1959	74	3.78%
AGOSTO	11	1970	75	3.81%
SEPTIEMBRE	20	1990	76	3.82%
OCTUBRE	21	2011	85	4.23%
NOVIEMBRE	7	2018	76	3.77%
DICIEMBRE	12	2030	77	3.79%

**Figura 2.** Información del año 2019 con unidades expuestas acumuladas y siniestros por mes. Donde podemos ver a corte de mes vencido las unidades expuestas acumuladas por mes y los siniestros mes por mes.

## 4 Resultados y Discusión

La frecuencia en base al historico de una póliza nos va a ayudar al momento de la renovación a poder calcular la prima. Saber esto tambien nos ayuda al cálculo de la

severidad y por consiguiente a hacer una buena estimación de las reservas. Es por esto que llevar un buen control sobre la información de cada póliza es indispensable.

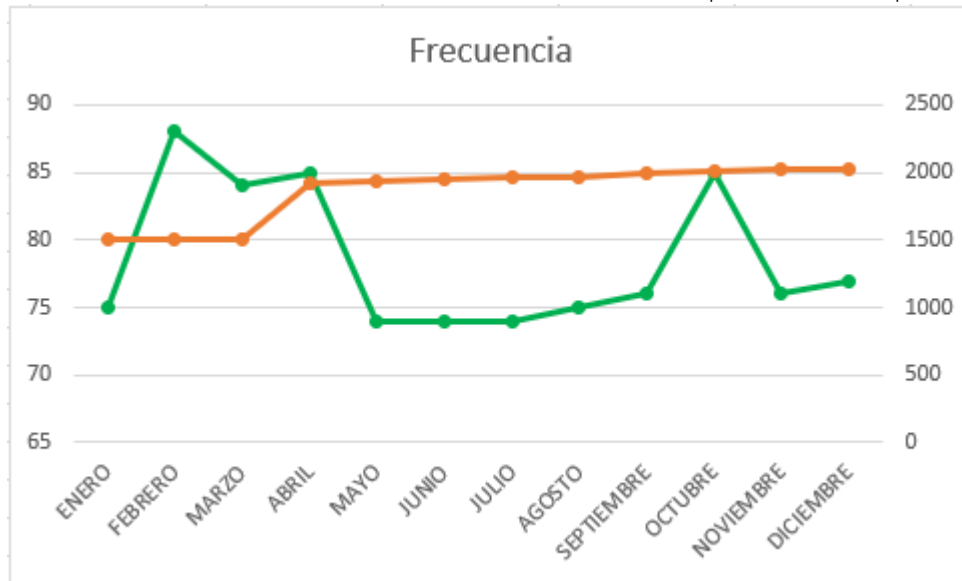


Figura 3. Frecuencia del año 2019

## 5 Conclusiones

Una vez determinada la inevitabilidad de un riesgo, ésta debe ser ponderada por una medición de la probabilidad de que ocurra. Es una medida de la tasa de reclamaciones y su análisis sirve para identificar tendencias asociadas con la utilidad de los servicios.