

# **Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey**



## **Fundamentación de robótica (Gpo 101)**

### **Actividad 2 - Análisis de transformaciones**

**Profesor:** Alfredo García Suárez

**Alumna:**

Ana Itzel Hernández García A01737526

## Introducción

El análisis cinemático es esencial para comprender y controlar el movimiento de los robots manipuladores. En esta actividad se evalúan dos tipos de robots con tres grados de libertad (3GDL): el robot antropomórfico y el robot planar. Estos robots representan configuraciones comunes en aplicaciones industriales y educativas.

El objetivo principal es obtener los vectores de velocidades lineales y angulares para ambas configuraciones, así como las matrices de transformación homogéneas locales y globales que describen la relación entre las distintas articulaciones y el sistema de coordenadas. Posteriormente, se realizará un análisis comparativo entre ambos robots para evaluar sus diferencias en términos de movilidad y comportamiento cinemático.

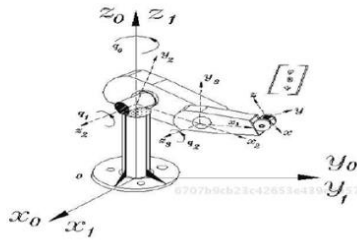
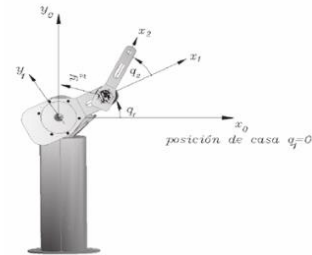


Figura 4.15 Robot antropomórfico.

ROBOT ANTROPOMÓRFICO (3GDL)



ROBOT PLANAR (3GDL)

Figura 1. Ilustración de los robots analizados

## Análisis

En la primera parte del código definimos las variables, vectores y matrices de las articulaciones del robot planar.

### Robot planar

#### Articulación 1 (Planar)

Posición de la junta 1 respecto a 0

```
P_P(:,1) = [l1*cos(th1);  
            l1*sin(th1); %Vector de posición indexado por página  
            0];
```

Matriz de rotación de la junta 1 respecto a 0

```
R_P(:,1) = [cos(th1) -sin(th1) 0;  
            sin(th1)  cos(th1) 0; %Análisis del robot pendulo  
            0          0      1];
```

#### Articulación 2 (Planar)

Posición de la junta 2 respecto a 1

```
P_P(:,2) = [l2*cos(th2);  
            l2*sin(th2); %Vector de posición indexado por página  
            0];
```

Matriz de rotación de la junta 2 respecto a 1

```
R_P(:,2) = [cos(th2) -sin(th2) 0;  
            sin(th2)  cos(th2) 0; %Análisis del robot pendulo  
            0          0      1];
```

#### Articulación 3 (Planar)

Posición de la junta 3 respecto a 2

```
P_P(:,3) = [l3*cos(th3);  
            l3*sin(th3); %Vector de posición indexado por página  
            0];
```

Matriz de rotación de la junta 3 respecto a 2

```
R_P(:,3) = [cos(th3) -sin(th3) 0;  
            sin(th3)  cos(th3) 0; %Análisis del robot pendulo  
            0          0      1];
```

Figura 2. Script en Matlab con los valores iniciales del robot planar

A diferencia del primer robot, al robot antropomórfico se le aplica una rotación positiva en el plano x para transformar el eje z, lo cual se ve expresado en la matriz de rotación de la junta 1 y en el vector de posición se le aplica solamente  $l_1$ , la cual es la distancia de la articulación al eje z.

```

Robot antropomorfico
Matriz de rotación al rededor de z

rotacion_z = [cos(th1) -sin(th1) 0;
              sin(th1) cos(th1) 0;
              0         0       1];

Matriz de la rotación con los 90 grados positivos (Evaluación con respecto al ángulo)
Rotación z a x =  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(90) & -\sin(90) \\ 0 & \sin(90) & \cos(90) \end{bmatrix}$ 

x_transfor = [1 0 0;
              0 0 -1;
              0 1 0];

Transformación es la rotación por la evaluación en 90°
transfor_1 = rotacion_z * x_transfor;

Articulación 1 (antropomorfico)
Posición de la junta 1 respecto a 2

P_A(:,1) = [0;
            0;
            l1]; % l1 es la distancia de z a la articulación 1

Matriz de rotación de la junta 1 a 2
R_A(:,1) = transfor_1;

Articulación 2 (antropomorfico)
Posición de la atriculación 2 a 3

```

**Figura 3.** Script en Matlab con los valores iniciales del robot antropomórfico.

Con lo anterior en cuenta podemos proceder con el análisis de las matrices locales.

Matriz de Transformación(PLANAR) local A1

ans =

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta_1(t)) & -\sin(\theta_1(t)) & 0 & l_1 \cos(\theta_1(t)) \\ \sin(\theta_1(t)) & \cos(\theta_1(t)) & 0 & l_1 \sin(\theta_1(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz de Transformación (ANTROPOMOTFICO) local A1

ans =

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta_1(t)) & 0 & \sin(\theta_1(t)) & 0 \\ \sin(\theta_1(t)) & 0 & -\cos(\theta_1(t)) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Figura 4.** Matrices locales de la primera articulación

Como podemos observar, ambas matrices son diferentes debido a la transformación que sufre la primera articulación del robot antropomórfico

Matriz de Transformación(PLANAR) local A2

ans =

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta_2(t)) & -\sin(\theta_2(t)) & 0 & l_2 \cos(\theta_2(t)) \\ \sin(\theta_2(t)) & \cos(\theta_2(t)) & 0 & l_2 \sin(\theta_2(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz de Transformación (ANTROPOMOTFICO) local A2

ans =

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta_2(t)) & -\sin(\theta_2(t)) & 0 & l_2 \cos(\theta_2(t)) \\ \sin(\theta_2(t)) & \cos(\theta_2(t)) & 0 & l_2 \sin(\theta_2(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Figura 5.** Matrices locales de la segunda articulación

Aquí las matrices son iguales debido a que se mueven en el mismo plano, la matriz del robot planar no sufre cambios porque se sigue moviendo en el plano “xy”, mientras que el antropomórfico, su matriz de rotación “z” se mantiene de esa manera porque ya no sufre transformación alguna.

Matriz de Transformación(PLANAR) local A3

ans =

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta_3(t)) & -\sin(\theta_3(t)) & 0 & l_3 \cos(\theta_3(t)) \\ \sin(\theta_3(t)) & \cos(\theta_3(t)) & 0 & l_3 \sin(\theta_3(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz de Transformación (ANTROPOMOTFICO) local A3

ans =

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta_3(t)) & -\sin(\theta_3(t)) & 0 & l_3 \cos(\theta_3(t)) \\ \sin(\theta_3(t)) & \cos(\theta_3(t)) & 0 & l_3 \sin(\theta_3(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Figura 6.** Matrices locales de la tercera articulación

En el caso de las terceras matrices locales, se sigue continua con lo establecido en las matrices anteriores, no sufren cambios debido a que se mueven en los mismos planos

Matriz de transformación (PLANAR) global T3

ans =

$$\begin{pmatrix} \sigma_2 & -\sigma_1 & 0 & l_1 \cos(\text{th}_1(t)) + l_3 \sigma_2 + l_2 \cos(\text{th}_1(t) + \text{th}_2(t)) \\ \sigma_1 & \sigma_2 & 0 & l_1 \sin(\text{th}_1(t)) + l_3 \sigma_1 + l_2 \sin(\text{th}_1(t) + \text{th}_2(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

where

$$\sigma_1 = \sin(\text{th}_1(t) + \text{th}_2(t) + \text{th}_3(t))$$

$$\sigma_2 = \cos(\text{th}_1(t) + \text{th}_2(t) + \text{th}_3(t))$$

Matriz de transformación (ANTROPOMORFICO) global T3

ans =

$$\begin{pmatrix} \cos(\text{th}_1(t)) \cos(\sigma_2) & -\cos(\text{th}_1(t)) \sin(\sigma_2) & \sin(\text{th}_1(t)) & \cos(\text{th}_1(t)) \sigma_1 \\ \sin(\text{th}_1(t)) \cos(\sigma_2) & -\sin(\text{th}_1(t)) \sin(\sigma_2) & -\cos(\text{th}_1(t)) & \sin(\text{th}_1(t)) \sigma_1 \\ \sin(\sigma_2) & \cos(\sigma_2) & 0 & l_1 + l_2 \sin(\text{th}_2(t)) + l_3 \sin(\sigma_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

where

$$\sigma_1 = l_2 \cos(\text{th}_2(t)) + l_3 \cos(\sigma_2)$$

$$\sigma_2 = \text{th}_2(t) + \text{th}_3(t)$$

**Figura 7.** Matrices de transformación globales

Observando ambas matrices se llega a la conclusión de que la matriz del robot planar se puede expresar como la suma de los ángulos, mientras que la matriz del robot antropomórfico es la propagación de la multiplicación que se hizo de la junta 1 a la 2 y en el vector de traslación se tiene los tres “1” porque se mueven todos

Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal (PLANAR)

VP(t) =

$$\begin{pmatrix} -\sigma_4 (l_3 \sin(\sigma_1) + l_2 \sin(\sigma_2)) - \sigma_5 (l_1 \sin(\text{th}_1(t)) + l_3 \sin(\sigma_1) + l_2 \sin(\sigma_2)) - l_3 \sigma_3 \sin(\sigma_1) \\ \sigma_4 (l_3 \cos(\sigma_1) + l_2 \cos(\sigma_2)) + \sigma_5 (l_1 \cos(\text{th}_1(t)) + l_3 \cos(\sigma_1) + l_2 \cos(\sigma_2)) + l_3 \sigma_3 \cos(\sigma_1) \\ 0 \end{pmatrix}$$

where

$$\sigma_1 = \text{th}_1(t) + \text{th}_2(t) + \text{th}_3(t)$$

$$\sigma_2 = \text{th}_1(t) + \text{th}_2(t)$$

$$\sigma_3 = \frac{\partial}{\partial t} \text{th}_3(t)$$

$$\sigma_4 = \frac{\partial}{\partial t} \text{th}_2(t)$$

$$\sigma_5 = \frac{\partial}{\partial t} \text{th}_1(t)$$

Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal(ANTROPOMORFICO)

VA(t) =

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \text{th}_1(t) \sin(\text{th}_1(t)) \sigma_3 - \sigma_2 \cos(\text{th}_1(t)) \sigma_4 - l_3 \sigma_1 \cos(\text{th}_1(t)) \sigma_6 \\ \frac{\partial}{\partial t} \text{th}_1(t) \cos(\text{th}_1(t)) \sigma_3 - \sigma_2 \sin(\text{th}_1(t)) \sigma_4 - l_3 \sigma_1 \sin(\text{th}_1(t)) \sigma_6 \\ \sigma_2 \sigma_3 + l_3 \sigma_1 \sigma_5 \end{pmatrix}$$

where

$$\sigma_1 = \frac{\partial}{\partial t} \text{th}_3(t)$$

$$\sigma_2 = \frac{\partial}{\partial t} \text{th}_2(t)$$

$$\sigma_3 = l_2 \cos(\text{th}_2(t)) + l_3 \sigma_5$$

$$\sigma_4 = l_2 \sin(\text{th}_2(t)) + l_3 \sigma_6$$

$$\sigma_5 = \cos(\text{th}_2(t) + \text{th}_3(t))$$

$$\sigma_6 = \sin(\text{th}_2(t) + \text{th}_3(t))$$

**Figura 8.** Velocidades lineales de cada robot

Comparando ambas velocidades se intuye que la diferencia en ambas es que la velocidad del planar solo tiene componentes “x” y “y”, mientras que el robot antropomórfico tiene componentes en “x”, “y” y “z” lo que indica que puede moverse en un espacio tridimensional.

Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular (PLANAR)

$WP(t) =$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \theta_1(t) + \frac{\partial}{\partial t} \theta_2(t) + \frac{\partial}{\partial t} \theta_3(t) \end{pmatrix}$$

Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular (ANTROPOMORFICA)

$WA(t) =$

$$\begin{pmatrix} \sin(\theta_1(t)) \left( \frac{\partial}{\partial t} \theta_2(t) + \frac{\partial}{\partial t} \theta_3(t) \right) \\ -\cos(\theta_1(t)) \left( \frac{\partial}{\partial t} \theta_2(t) + \frac{\partial}{\partial t} \theta_3(t) \right) \\ \frac{\partial}{\partial t} \theta_1(t) \end{pmatrix}$$

**Figura 9.** Velocidades angulares de cada robot

Por medio de la comparación de ambas velocidades angulares observamos que en el robot planar solo hay una componente de velocidad angular alrededor del eje “z” la cual es la suma de las derivadas de los ángulos. En el robot antropomórfico, la velocidad angular tiene componentes en los 3 ejes y estas dependen de las articulaciones que estén en movimiento.

## Conclusión

El análisis cinemático realizado permitió comparar el comportamiento de un robot antropomórfico y un robot planar. A través del cálculo de vectores de velocidades y matrices de transformación homogéneas, se identificaron las diferencias clave entre sus configuraciones y movimientos. Mientras que el robot planar mantiene movimientos en un solo plano, el robot antropomórfico presenta mayor complejidad debido a sus rotaciones en distintos ejes.