LAB-TS-3. STABILITATEA SISTEMELOR DINAMICE

A. OBIECTIVELE LUCRĂRII. 1. Înțelegerea conceptului de stabilitate a unui sistem liniar.
2. Dobândirea experienței în aplicarea criteriilor de stabilitate algebrice pentru sistemele în timp continuu și sistemele în timp discret.

B. CONSIDERAȚII TEORETICE.
Condiția necesară pentru ca un sistem tehnic să poată fi utilizabil este ca acesta să fie stabil. Conceptul de stabilitate subliniază proprietatea unui sistem de a-și menține starea de echilibru sau de a evolua dintr-o stare de echilibru în alta. Stabilitatea unui sistem poate fi verificată în raport cu:
- o schimbare a mărimilor de intrare ale sistemului,
- o schimbare a parametrilor sistemului sau
- o schimbare a structurii sistemului.

C. CONCEPTUL DE STABILITATE.
Fie sistemul liniar descris de modelul de stare (modelul matematic intrare-stare-ieșire, MM-ISI):

$$\mathbf{x}'(t) = \mathbf{A}\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}\,u(t), \qquad \text{(1-a)}$$
$$y(t) = \mathbf{c}^T\,\mathbf{x}(t),$$

cu:

$$\mathbf{x}'(t) = \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t),\ t \in T \subset \mathbf{R} & \text{pentru sisteme în timp continuu,} \\ \mathbf{x}_{k+1},\ k \in \mathbf{Z}\,(\mathbf{N}) & \text{pentru sisteme în timp discret} \end{cases}$$

și funcția de transfer (f.d.t.) corespunzătoare dată de:

$$H(\lambda) = \mathbf{c}^T(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{b}, \qquad \text{(1-b)}$$

în care:

$$\lambda = \begin{cases} s, & \text{pentru sisteme în timp continuu,} \\ z, & \text{pentru sisteme în timp discret.} \end{cases}$$

1. Stabilitatea în sens intrare-ieșire (stabilitatea externă) a unui sistem

Acest tip de stabilitate este cunoscut și sub numele de stabilitate **BIBO** (**B**ounded-**I**nput **B**ounded-**O**utput, în speță intrare mărginită-ieșire mărginită).

Definiția 1. Un sistem dinamic este BIBO stabil sau stabil în sens intrare-ieșire dacă pentru orice moment de timp inițial $t_0 \in T \subset \Re$ și orice stare inițială $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$, pentru o variație mărginită a intrării $u(t)$:

$$|u(t)| < L_u, \qquad \text{(1.2)}$$

răspunsul sistemului $y(t)$ este de asemenea mărginit:

$$|y(t)| < L_y. \qquad \text{(1.3)}$$

În caz contrar, sistemul este **instabil**.

Acest tip de stabilitate poate fi testat în mod intuitiv utilizând metoda răspunsului la semnal treaptă. În fig. 1 sunt ilustrate diverse tipuri de răspunsuri corespunzătoare unor sisteme stabile (1, 2, 3) și unor sisteme instabile (4, 5).

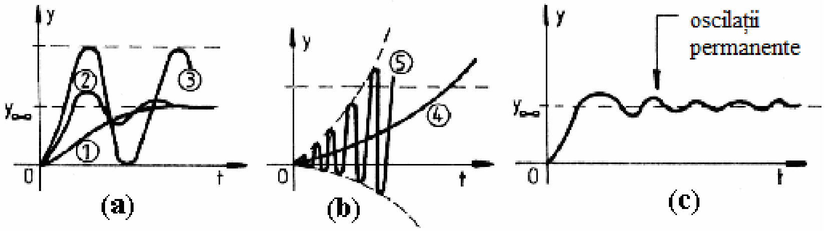

Fig. 1. Răspunsuri corespunzătoare unor sisteme stabile (1, 2, 3) și unor sisteme instabile (4, 5).

Din motive practice, chiar dacă este simplă, această tehnică folosită pentru validarea stabilității poate fi periculoasă dacă unele variabile depășesc limitele de siguranță.

2. Stabilitatea internă a unui sistem (stabilitatea de stare)

Definiția 2. Starea de echilibru (sau punctul de echilibru) $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0} \in \Re^n$ a (al) unui sistem este o **stare stabilă** dacă sistemul iese din această stare sau dintr-o vecinătate a acestei stări din cauza unei intrări externe, adică,

$$|\Delta x_i(0_+)| < L_{x0},\ i = 1 \ldots n, \qquad \text{(2.1)}$$

cu $L_{x0} > 0$, sistemul va evolua după încetarea cauzei astfel:
- în starea inițială stabilă $\mathbf{x}_0$ sau
- într-o vecinătate acceptabilă a acestei stări

și traiectoriile de stare rezultate, $\Delta\mathbf{x}(t)$, $t > 0$, îndeplinesc condiția

$$|\Delta x_i(t)| < L_x,\ i = 1 \ldots n, \qquad \text{(2.2)}$$

în care $L_x > 0$, $L_x = f(L_{x0})$ astfel încât $L_x > L_{x0}$.
În caz contrar, sistemul este numit **instabil**.

Acest concept este ilustrat în fig. 2 prin intermediul interpretării traiectoriilor de stare.

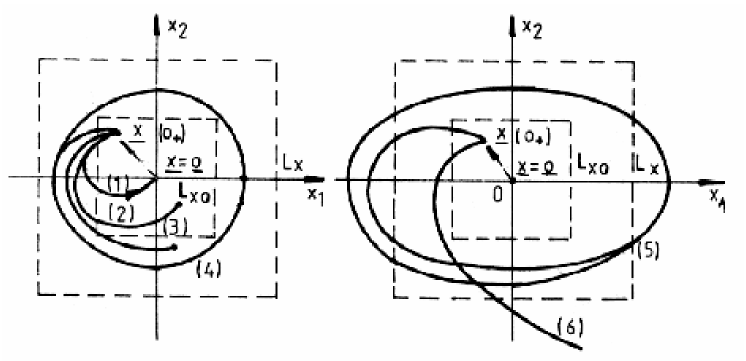

Fig. 2. Traiectorii de stare.

Traiectoriile de stare (4) și (5) reprezintă cicluri-limită, dar traiectoria (5) depășește limita impusă de L_x. Așadar traiectoria (4) este numită traiectorie stabilă, în timp ce traiectoria (5) este numită traiectorie instabilă.

3. Teorema fundamentală a stabilității a sistemelor liniare continue și invariante în timp

Fie sistemul dinamic SISO în timp continuu descris de modelul matematic intrare-stare-ieșire (MM-ISI) sau de modelul matematic intrare-ieșire (MM-II):

MM-ISI:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\,\mathbf{x} + \mathbf{b}\,u, \\ y &= \mathbf{c}^T\,\mathbf{x}, \end{aligned} \tag{3.1-a}$$

sau MM-II:

$$\sum_{\nu=0}^{n} a_\nu y^{(\nu)}(t) = \sum_{\mu=0}^{m} b_\mu u^{(\mu)}(t), \; m < n. \tag{3.1-b}$$

Ambele modele pot fi reprezentate prin f.d.t. $H(s)$:

$$H(s) = \begin{cases} \mathbf{c}^T (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{b} = \mathbf{c}^T \dfrac{\mathrm{adj}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})}{\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})}\mathbf{b}, \\ \dfrac{b_m s^m + \ldots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0}. \end{cases} \tag{3.2}$$

Ecuația caracteristică $\Delta(s) = 0$ poate fi exprimată astfel:

$$\Delta(s) = \begin{cases} \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0, \\ \sum_{\nu=0}^{n} a_\nu s^\nu = 0. \end{cases} \tag{3.3}$$

Teorema 1: Sistemul (3.1) este stabil dacă și numai dacă toate rădăcinile ecuației caracteristice au părțile reale negative, adică

$$\mathrm{Re}(s_\nu) < 0, \; \nu = 1 \ldots n. \tag{3.4}$$

Această teoremă poate fi aplicată pentru orice sistem chiar dacă acesta este rezultatul unei conexiuni de mai multe sisteme. Cu toate acestea, există unele aspecte care necesită o atenție sporită. Fie un sistem de reglare automată convențională rezultat prin conexiunea cu reacție dintre procesul condus (PC) și regulator (R), așa cum este ilustrat în fig. 3.

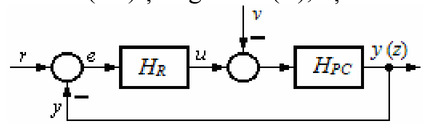

Fig. 3. Structură de reglare automată convențională (buclă de reglare).

Funcția de transfer (f.d.t.) în buclă închisă de la mărimea de referință r la mărimea de ieșire y este dată de:

$$H_{zr}(s) = \frac{H_R(s)H_{PC}(s)}{1 + H_R(s)H_{PC}(s)} = \frac{H_0(s)}{1 + H_0(s)}, \tag{3.5}$$

cu $H_R(s)H_{PC}(s) = H_0(s)$. $H_0(s)$ este de asemenea denumită f.d.t. a sistemului deschis (f.d.t. în buclă deschisă). Așadar stabilitatea este analizată pentru ecuația caracteristică $\Delta(s) = 0$, ceea ce este echivalent cu $1+H_0(s)=0$. În timpul calculului f.d.t. în buclă deschisă, rezultată ca și produs dintre f.d.t. a regulatorului și f.d.t. a procesului condus, pot fi efectuate simplificări între factorii comuni de la numărător și de la numitor. **Efectuarea simplificărilor va conduce la un rezultat greșit în ceea ce privește stabilitatea sistemului în buclă închisă și, din acest motiv, este interzisă**.

Exemplul 1:

- cazul (I):

$$H_R(s) = \frac{1+4s}{1+s}, H_{PC}(s) = \frac{1}{(1+2s)(1+4s)};$$

- cazul (II):

$$H_R(s) = \frac{1-4s}{1+s}, H_{PC}(s) = \frac{1}{(1+2s)(1-4s)}.$$

Soluție:

- Cazul 1 (I):

Ecuația caracteristică este

$$\Delta(s) = 1 + H_0(s) = 1 + \frac{1+4s}{1+s} \cdot \frac{1}{(1+2s)(1+4s)} = 0.$$

(1) Fără simplificarea (1+4s) (**corect**) rezultatul este

$$\Delta(s) = (1+4s)(2+3s+2s^2) = 0,$$

cu rădăcinile

$$s_1 = -\frac{1}{4},\ s_{2,3} = \frac{-3 \pm \sqrt{7}}{4} \to \text{sistem stabil.}$$

(2) Simplificând factorul comun (1+4s) (**incorect**), ecuația caracteristică devine

$$\Delta'(s) = (1+2s)(1+s) + 1 = 2s^2 + 3s + 2 = 0,$$

cu rădăcinile:

$$s'_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{7}}{4} \to \text{sistem stabil.}$$

- Cazul (II):

Ecuația caracteristică este

$$\Delta(s) = 1 + H_0(s) = 1 + \frac{1-4s}{1+s} \cdot \frac{1}{(1+2s)(1-4s)} = 0.$$

(1) Fără simplificarea factorului comun (1–4s) (**corect**) rezultatul este

$$\Delta(s) = (1-4s)(2+3s+2s^2) = 0,$$

cu rădăcinile:

$$s_1 = \frac{1}{4},\ s_{2,3} = \frac{-3 \pm \sqrt{7}}{4} \to \text{sistem instabil.}$$

(2) Simplificând (1–4s), ecuația caracteristică devine

$$\Delta'(s) = (1+2s)(1+s) + 1 = 2s^2 + 3s + 2 = 0,$$

cu rădăcinile:

$$s'_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{7}}{4}$$ → sistem stabil, ceea ce **este fals** (concluzie greșită).

Remarcă: Dacă este inclusă întârzierea (sau timpul mort) în f.d.t., ecuația caracteristică devine o ecuație transcendentă și nu are un ordin. Așadar, formularea corectă a teoremei fundamentale a stabilității este ca **toate rădăcinile ecuației caracteristice trebuie să aibă părțile reale negative**.

4. Criteriul de stabilitate al lui Hurwitz

Teorema 2: Pentru ca rădăcinile unei ecuații algebrice de forma

$$\Delta(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0 = 0 \tag{4.1}$$

să aibă părți reale negative, este necesar (dar nu și suficient) ca toți coeficienții ecuației să fie strict pozitivi.

Așadar, dacă cel puțin unul dintre coeficienți nu este strict pozitiv, atunci sistemul caracterizat prin $\Delta(s)$ **este instabil**.

Criteriul de stabilitate al lui Hurwitz necesită construirea matricei Hurwitz a coeficienților:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 & \mathbf{H}_3 & \mathbf{H}_{n-1} & \end{array} \\ \mathbf{H} = & \left[\begin{array}{cccc|c} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \ldots 0 & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \ldots 0 & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \ldots 0 & 0 \\ 0 & a_n & a_{n-2} & \ldots 0 & 0 \\ \ldots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \ldots a_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots a_1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \ldots a_2 & a_0 \end{array}\right] \end{array}. \tag{4.2}$$

Utilizând **H**, vor fi efectuate calculele următoare:

- determinantul Hurwitz det(**H**),
- minorii principali ai lui **H**: det($\mathbf{H}_1$), det($\mathbf{H}_2$), ...

Condițiile suficiente astfel încât sistemul caracterizat de $\Delta(s)$ **să fie stabil** sunt ca **determinantul Hurwitz și toți minorii principali să fie strict pozitivi**.

Remarci:

1) Criteriul lui Hurwitz nu poate fi aplicat pentru sistemele cu timp mort. În schimb, dacă timpul mort este mic în raport cu constantele de timp mari ale sistemului, atunci poate fi utilizată o aproximare de tip Padé pentru timpul mort sub forma unei f.d.t. raționale, iar criteriul lui Hurwitz poate fi apoi aplicat în manieră directă.

2) Chiar dacă în prezent sunt disponibile multe tehnici numerice eficiente pentru determinarea rădăcinilor polinoamelor caracteristice, criteriul lui Hurwitz este încă folositor în analiza stabilității pentru variații ale parametrilor după cum este ilustrat în exemplul următor:

Exemplul 2: Fie un sistem de reglare automată construit prin conexiunea cu reacție a unui regulator cu procesul condus cu f.d.t

$$H_R(s) = \frac{k_R(1+8s)}{1+20s},\ H_{PC}(s) = \frac{1-4s}{(1+2s)(1+7s)},$$

cu coeficientul de transfer (factorul de amplificare) al regulatorului k_R >0. Să se determine domeniul de variație a parametrului k_R pentru care sistemul în buclă închisă este stabil.

Soluție: Polinomul caracteristic este

$$\Delta(s) = 1 + H_0(s),$$

în care

$$H_0(s) = H_R(s)H_{PC}(s) = \frac{k_R(1+8s)(1-4s)}{(1+20s)(1+2s)(1+7s)}.$$

Ecuația caracteristică este

$$\Delta(s) = 280s^3 + (194-32k_R)s^2 + (29+4k_R)s + 1 + k_R.$$

Sunt impuse condițiile necesare specificate în *teorema 2*:

$$194 - 32k_R > 0,$$
$$29 + 4k_R > 0,$$
$$1 + k_R > 0.$$

Cum k_R > 0, din sistemul de inecuații de mai sus rezultă că $k_R \in (0,6.0625)$.
Apoi este construită matricea Hurwitz (n=3) și determinantul Hurwitz este

$$\det(\mathbf{H}) = \det(\mathbf{H}_3) = \begin{vmatrix} 194-32k_R & 1+k_R & 0 \\ 280 & 29+4k_R & 0 \\ 0 & 194-32k_R & 1+k_R \end{vmatrix}.$$

În pasul următor sunt impuse condițiile de stabilitate:

$$\det(\mathbf{H}_1) = 194 - 32k_R > 0 \Rightarrow k_R < 194/32 \Leftrightarrow k_R < 6.0625; \tag{1}$$

$$\det(\mathbf{H}_2) = \begin{vmatrix} 194-32k_R & 1+k_R \\ 280 & 29+4k_R \end{vmatrix} > 0 \tag{2}$$

$$\Leftrightarrow (194-32k_R)(29+4k_R) - 280(1+k_R) > 0 \Rightarrow k_R \in (-8.3668,4.9919);$$

$$\det(\mathbf{H}_3) = \begin{vmatrix} 194-32k_R & 1+k_R & 0 \\ 280 & 29+4k_R & 0 \\ 0 & 194-32k_R & 1+k_R \end{vmatrix} > 0 \Leftrightarrow (1+k_R)\det(\mathbf{H}_2) > 0 \tag{3}$$

$$\Leftrightarrow k_R \in (-1,0) \cap (-8.3668,4.9919) \Rightarrow k_R \in (-1,4.9919).$$

Cum k_R > 0, intersecția dintre această condiție și condițiile (1), (2) și (3) conduce la rezultatul $k_R \in (0,4.9919)$. Intersecția cu condiția necesară conduce la domeniul de stabilitate $k_R \in (0,4.9919)$.

5. Stabilitatea sistemelor în timp discret

Teorema 2 are o versiune corespunzătoare pentru sistemele în timp discret. Pentru un sistem cu un polinom caracteristic dat

$$\Delta(z) = a_n z^n + a_{n-1}z^{n-1} + ... + a_1 z + a_0 = 0, \tag{5.1}$$

condiția necesară și suficientă de stabilitate este ca **toate rădăcinile să fie plasate în interiorul discului unitate al planului *z***, i.e.

$$|z_\nu| < 1,\ \nu = 1...n. \tag{5.2}$$

Pentru a determina stabilitatea sistemelor în timp discret sunt utilizate două criterii practice 1) și 2):

1) O **transformare conformă** din interiorul discului unitate al planului *z* în semiplanul complex stâng al planului *s*. Transformările

$$z = \frac{r+1}{r-1}\ \text{sau}\ z = \frac{1+w}{1-w} \tag{5.3}$$

pot fi folosite în această privință. Funcția de transfer rezultată este pseudo-continuă, $H(w)$ sau $H(r)$. Considerând aceste f.d.t., poate fi aplicat apoi criteriul lui Hurwitz în manieră directă.

2) **Criteriul de stabilitate Jury** pentru sistemele în timp discret care este de fapt o schemă de calcul bazată pe coeficienți descrisă în cele ce urmează.

6. Criteriul de stabilitate Jury

Ecuația caracteristică a sistemului

$$\Delta(z) = a_n z^n + a_{n-1}z^{n-1} + ... + a_1 z + a_0 = 0\ \text{cu}\ a_n > 0 \tag{6.1}$$

este utilizată pentru construirea matricei pentru **testul de stabilitate al lui Jury** (denumită de asemenea și **matricea Jury**) prezentată în tabelul 1.

După cum este prezentat în tabelul 1, elementele situate pe liniile pare sunt elementele de pe linia precedentă în ordine inversă. Elementele situate pe liniile impare sunt calculate astfel:

$$b_k = \begin{vmatrix} a_0 & a_{n-k} \\ a_n & a_k \end{vmatrix},\ c_k = \begin{vmatrix} b_0 & b_{n-1-k} \\ b_{n-1} & b_k \end{vmatrix},\ d_k = \begin{vmatrix} c_0 & c_{n-2-k} \\ c_{n-2} & c_k \end{vmatrix}, \ldots, \qquad (6.2)$$

$$q_0 = \begin{vmatrix} p_0 & p_3 \\ p_3 & p_0 \end{vmatrix},\ q_1 = \begin{vmatrix} p_0 & p_2 \\ p_3 & p_1 \end{vmatrix},\ q_2 = \begin{vmatrix} p_0 & p_1 \\ p_3 & p_2 \end{vmatrix}.$$

Tabelul 1. Matricea pentru testul de stabilitate al lui Jury.

Linie	z^0	z^1	z^2	$\ldots z^{n-k} \ldots$	z^{n-2}	z^{n-1}	z^n
1 2	a_0 a_n	a_1 a_{n-1}	a_2 a_{n-2}	$\ldots a_{n-k} \ldots$ $\ldots a_k \ldots$	a_{n-2} a_2	a_{n-1} a_1	a_n a_0
3 4	b_0 b_{n-1}	b_1 b_{n-2}	b_2 b_{n-3}	$\ldots b_{n-k} \ldots$ $\ldots b_k \ldots$	b_{n-2} b_1	b_{n-1} b_0	– –
5 6	c_0 c_{n-2}	c_1 c_{n-3}	c_2 c_{n-4}	$\ldots c_{n-k} \ldots$ $\ldots c_k \ldots$	c_{n-2} c_0	– –	– –
…	…	…	…	…	–	–	–
$2n$–5 $2n$–5	p_0 p_3	p_1 p_2	p_2 p_1	p_3 p_0	– –	– –	– –
$2n$–3	q_0	q_1	q_2	–	–	–	–

Utilizând matricea pentru testul de stabilitate al lui Jury dată în tabelul 1, **criteriul de stabilitate al lui Jury este exprimat astfel**: Sistemul liniar cu polinomul caracteristic (6.1) este **stabil** (adică toate rădăcinile sunt situate în interiorul discului unitate) dacă și numai dacă sunt îndeplinite cele n+1 **condiții** următoare (cu $a_n > 0$):

$\Delta(1) > 0,$ (1)
$\Delta(-1) > 0$ dacă n este par, (2)
< 0 dacă n este impar,
$|a_0| < a_n,$ (3)
$|b_0| > |b_{n-1}|,$ (4)
$|c_0| > |c_{n-2}|,$ (5)
$|d_0| > |d_{n-3}|,$ (6)
…
$|q_0| > |q_2|.$ (n+1)

Remarci:

1. Coeficienții b_k nu sunt relaționați cu coeficienții numitorului f.d.t. a sistemului.

2. Pentru un sistem de ordinul 2, matricea conține doar o linie.

3. La fel ca în cazul criteriului lui Hurwitz, criteriul lui Jury are dezavantajul de a nu furniza informații despre gradul de stabilitate a sistemului. Cum numărul inegalităților este relativ mare, este dificil de realizat o analiză de stabilitate care să depindă de unul sau mai mulți parametri ai sistemului.

Pașii aplicării criteriului lui Jury:

- sistemul a cărui stabilitate este analizată este separat și sunt identificați polinomul caracteristic $\Delta(z)$ și ordinul sistemului n;
- sunt calculați $\Delta(1)$ și $\Delta(-1)$ și sunt testate condițiile (1), (2) și (3);
- dacă una dintre condițiile (1), (2) și (3) nu este îndeplinită, criteriul este oprit și sistemul este instabil;
- în caz contrar, este construită matricea Jury și restul de (n–2) condiții sunt testate una câte una; dacă una dintre condiții nu este îndeplinită, criteriul este oprit și sistemul este instabil; altfel, sistemul este stabil.

Exemplu 3: Să se efectueze o analiză de stabilitate pentru sistemul liniar în timp discret cu f.d.t.

$$H(z) = \frac{11z^2 - 3z + 0.5}{z^3 + 3z^2 + 4z + 0.5}.$$

Soluție: Polinomul caracteristic al sistemului este

$$\Delta(z) = z^3 + 3z^2 + 4z + 0.5,$$

cu $n = 3$ și $a_3 = 1 > 0$. Sunt testate primele trei condiții de stabilitate:

$\Delta(1) = 8.5 > 0,$ (1)
$\Delta(-1) = -1.5 < 0$ (n = 3 este impar), (2)
$|a_0| = 0.5 < a_3 = 1.$ (3)

Având în vedere că toate aceste condiții sunt îndeplinite, este construită matricea Jury. Aceasta este redată în tabelul 2 și elementele sale sunt calculate după cum urmează:

$$b_0 = \begin{vmatrix} a_0 & a_3 \\ a_3 & a_0 \end{vmatrix} = a_0^2 - a_3^2 = -0.75,\ b_1 = \begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = a_0 a_1 - a_2 a_3 = -1,$$

$$b_2 = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix} = a_0 a_2 - a_1 a_3 = -2.5.$$

Tabelul 2. Matricea Jury pentru exemplul 3.

Linie	z^0	z^1	z^2	z^3
1	0.5 (a_0)	4 (a_1)	3 (a_2)	1 (a_3)
2	1 (a_3)	3 (a_2)	4 (a_1)	0.5 (a_0)
3	–0.75 (b_0)	–1 (b_1)	–2.5 (b_2)	–
4	–2.5 (b_2)	–1 (b_1)	–0.75 (b_0)	–

În final este testată cea de-a patra (n+1 = 4) condiție de stabilitate:

$|b_0| = 0.75 < |b_2| = 2.5.$ (4)

Având în vedere că această condiție nu este îndeplinită, concluzia este că sistemul este instabil.

Exemplul 5:

a) Modelul serverului de email prezentat în laboratorul 1 reprezentat de f.d.t. în timp discret $H(z)=0.47/(z-0.43)$ este stabil deoarece singura rădăcină $z=0.43$ este situată în interiorul discului unitate.

b) Modelul în timp discret al contului bancar, prezentat de asemenea în laboratorul 1, are f.d.t. $H(z)=1/(z-1.1)$. Rădăcina $z=1.1$ este situată în exteriorul discului unitate, ceea ce indică faptul că sistemul este instabil.

Teme de casă:

1) Să se analizeze stabilitatea sistemelor următoarelor în timp continuu: motorul de curent continuu, procesul de încălzire electrică a unei camere (incluzând elementele de execuție și cele de măsură), modelul matematic al dinamicii virusului HIV prezentat în laboratorul 1, sistemul masă-arc-amortizor și sistemul electric prezentate în laboratorul 2.

2) Să se determine domeniul de variație a parametrului k pentru care sistemul în timp continuu care are polinomul caracteristic

$$\Delta(s) = s^3 + 3k\,s^2 + (k+2)s + 4$$

este stabil.

3) Fie bucla de reglare caracterizată prin f.d.t. a procesului condus

$$H_{PC}(s) = \frac{2}{s^3 + 4s^2 + 5s + 2}.$$

Să se proiecteze un regulator în timp continuu care să stabilizeze sistemul în buclă închisă în două cazuri, a) și b):

a) regulator Proporțional (P), cu f.d.t. $H_R(s) = k$ și trebuie determinat domeniul de variație al parametrului k al regulatorului.

b) regulator Proporțional-Integrator (PI), cu f.d.t. $H_R(s) = k_P + \frac{k_I}{s}$, k_P – coeficientul componentei P, k_I – coeficientul componentei I și trebuie determinat domeniul în planul $<k_P, k_I>$.

4) Să se analizeze stabilitatea sistemelor următoare în timp discret: modelul prădător-pradă, modelul dinamicii studenților și modelul unui lanț de aprovizionare prezentate în laboratorul 1.

5) Să se verifice stabilitatea sistemului cu f.d.t. a sistemului deschis (f.d.t. în buclă deschisă)

$$H_0(z) = \frac{0.2z + 0.5}{z^2 - 1.2z + 0.2}.$$

6) Să se determine valoarea parametrului k pentru care sistemul cu f.d.t. în buclă deschisă

$$H_0(z) = \frac{k(0.2z + 0.5)}{z^2 - 1.2z + 0.2}$$

este stabil.

7) Ecuația caracteristică a unui sistem în timp discret este dată de

$$\Delta(z) = z^3 - 2z^2 + 1.4z - 0.1.$$

Să se analizeze stabilitatea acestui sistem.

Bibliografie

[1] S. Preitl, R.-E. Precup, Z. Preitl, *Structuri şi algoritmi pentru conducerea automată a proceselor*, vol. 1 şi 2, Editura Orizonturi Universitare, Timişoara, 2009.

[2] S. Preitl, R.-E. Precup, *Introducere în ingineria reglării automate*, Editura Politehnica, Timişoara, 2001.

[3] S. Preitl, R.-E. Precup, *Automatizări*, Editura Orizonturi Universitare, Timişoara, 2001.